

研究ノート

地表面付近に設置された管状地中構造物の動的解析

(Dynamic Analysis of Tubular Structures Buried near the Ground Surface)

鷗 飼 恵 三* (Keizō Ugai)

キーワード：暗きょ／地盤／振動／弾性／動的／波動 (IGC: E8)

1. ま え が き

埋設管や地下トンネルなど管状地中構造物の地震時挙動を解明する場合、地盤と構造物との動的相互作用を弾性波動論的手法により解析することが多い。この場合、従来の研究では地盤を全無限弾性体、管路を無限長であると仮定して2次元的に解析することが多かった^{1),2)}。しかし、管状地中構造物の多くは地表面付近に設置されるので、地盤を全無限弾性体であるとする仮定は適当でなく、地表面の存在を考慮した解析が必要となる。

本研究は、地盤を半無限弾性体と仮定して、地表面付近に設置された管状構造物に地盤波動が作用する場合の動的解析方法を提案したものである。類似の研究として、Thiruvengkatachar ら³⁾は半無限体内の円筒空洞の内面に定常的に振動する変位もしくは応力が作用する場合の解を2次元問題として求めている。本研究では、彼らの研究を3次元問題に拡張し、管軸方向に速度 c の定常正弦波動が伝播する場合の管路の応答を解析した。本解析では管路を肉厚の薄い地中埋設管と想定し、いくつかの仮定(後述 4. を参照)を置いて計算を行ったが、管路が完全な弾性体である場合にも本解析方法は有効である。ただしその場合には計算は更に複雑となる。

なお、ケースは異なるが、高田⁴⁾は円型基礎構造物に対する境界壁の影響を Thiruvengkatachar らの方法で解析している。

2. 運動方程式

図-1 に横断面を示す。座標は、極座標および直角座標の2種類をとった。極座標は管の中心を原点とし、直角座標は管の中心と地表面上の点 O に原点をもつ xyz および XYZ 座標の2つをとっている。地表面は X 軸

に接し、 z 座標は紙面に垂直な方向にある。管の外半径は a 、地表面と管中心までの距離は h である。

入射波は管軸方向に伝播する縦波であり、その変位は次のように表せるものとする。

$$u_a = u_g \exp(ikz + i\omega t) \quad (1)$$

ここで、 u_g, k, ω は各々変位振幅、波数、角振動数であり、 t は時間を表す。式(1)より分かるように、入射波は z 方向および時間 t に関して定常的な振動を行うため、応答もすべて $\exp(ikz + i\omega t)$ によって表すことができ、よって与えられた問題を擬似2次元問題として取り扱うことができる。以下に示される関数には特別の注釈がない限り $\exp(ikz + i\omega t)$ が省略されていると考えてよい。

弾性地盤の運動方程式は、よく知られているように

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi + k_p^2 \phi &= 0, & \nabla^2 \psi + k_s^2 \psi &= 0, \\ \nabla^2 \chi + k_s^2 \chi &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

の3式である。 ϕ, ψ, χ はポテンシャル関数であり

$$k_p^2 = \kappa^2 (c^2/v_p^2 - 1) \quad (3)$$

$$k_s^2 = \kappa^2 (c^2/v_s^2 - 1) \quad (4)$$

である。ここで、 c は入射波の伝播速度であり、 v_p, v_s は各々、地盤内のP波、S波速度である。

地盤内の変位成分を極座標および直角座標で表すと次のようになる。ただし、記号は慣例に従う。

$$u_r(r, \theta) = \frac{\partial \phi}{\partial r} + i\kappa \frac{\partial \chi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad \Bigg\}$$

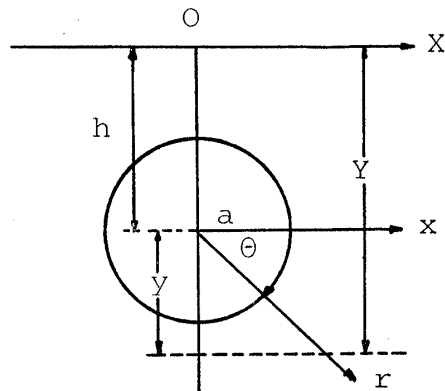


図-1 横断面

* 群馬大学工学部建設工学科 助教授 (桐生市天神町一丁目)
(1984.2.22 原稿受付・討議期限 1985.7.1, 要請があれば1か月の期限延長可能)

$$\left. \begin{aligned} u_\theta(r, \theta) &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \\ w(r, \theta) &= i\kappa \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \chi}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + i\kappa \frac{\partial \chi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v(x, y) &= \frac{\partial \phi}{\partial y} + i\kappa \frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ w(x, y) &= i\kappa \phi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3. 解析の方法

解析は、文献3)および5)の方法に基づいて行う。求める解 ϕ, ψ, χ は次のような級数によって表せるものとする。

$$\phi = \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m, \quad \psi = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m, \quad \chi = \sum_{m=0}^{\infty} \chi_m \quad (7)$$

ϕ_m, ψ_m, χ_m は次の条件を満たすように決める。

- 1) ϕ_m, ψ_m, χ_m は式(2)を満たす。
- 2) ϕ_0, ψ_0, χ_0 は $r=a$ での境界条件を満たす。
- 3) ϕ_1, ψ_1, χ_1 は $\phi_0 + \phi_1, \psi_0 + \psi_1, \chi_0 + \chi_1$ が $Y=0$ での境界条件を満たすように決める。
- 4) $\phi_{2m}, \psi_{2m}, \chi_{2m}$ ($m=1, 2, \dots$) は $\phi_{2m-1} + \phi_{2m}, \psi_{2m-1} + \psi_{2m}, \chi_{2m-1} + \chi_{2m}$ が $r=a$ で変位ゼロの条件を満たすように決める。
- 5) $\phi_{2m+1}, \psi_{2m+1}, \chi_{2m+1}$ ($m=1, 2, \dots$) は $\phi_{2m} + \phi_{2m+1}, \psi_{2m} + \psi_{2m+1}, \chi_{2m} + \chi_{2m+1}$ が $Y=0$ で応力ゼロの条件を満たすように決める。
- 6) ϕ_m, ψ_m, χ_m ($m=0, 1, \dots$) は $Y \rightarrow \infty$ で変位、応力がゼロになるように決める。

4. 境界条件

管の軸方向変位を u_a 、鉛直方向 (Y 方向) の変位を u_p とし、各々の変位振幅を U_a, U_p で表すと

$$u_a = U_a \exp(ikz + i\omega t), \quad u_p = U_p \exp(ikz + i\omega t) \quad (8)$$

と表せる。境界条件は次のようである。

- 1) 軸方向の管変位は管外面上の地盤変位の平均値で与えられるものとする。すなわち

$$\int_0^{2\pi} w(a, \theta) d\theta / (2\pi) = U_a \quad (9)$$

- 2) 管の局所的な変形はなく、また管と地盤との間にすべりが生じないものとする、 XY 面内で次式が成立せねばならない。

$$u_r(a, \theta) = U_p \sin \theta \quad (10)$$

$$u_\theta(a, \theta) = U_p \cos \theta \quad (11)$$

- 3) 管の曲げによって管外周上に軸方向 (z 方向) のひずみ (曲げひずみ) が生じる。管と地盤との間

にすべりが生じないものとする、管外周上において、管の曲げひずみ $-a \sin \theta d^2 u_p / dz^2$ は、管軸方向の地盤の伸縮ひずみ dw/dz に等しくなるので次式が成り立つ。

$$-a \cdot \sin \theta d^2 u_p / dz^2 = dw/dz$$

すなわち

$$-i\kappa a \cdot \sin \theta U_p = w(a, \theta) \quad (12)$$

- 4) 地表面上に応力は作用しない。すなわち

$$\sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = 0, \quad \tau_{yz} = 0 : Y = 0 \quad (13)$$

(13) 式を利用する際に必要となる応力と変位の関係を極座標および直角座標で表示すると次のようになる。ただし、記号は慣例に従う。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{rr} &= \lambda F + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \tau_{zz} &= \lambda F + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{\theta\theta} &= \lambda F + 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) \\ \tau_{r\theta} &= \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\ \tau_{\theta z} &= \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\ F &= \frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \sigma_y &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ \sigma_z &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

5. 解析

解析の手順は文献6)に詳述されているので、要点のみを以下に記す。

5.1 ϕ_0, ψ_0 および χ_0 の決定

式(2)を満たす $\phi_{2m}, \psi_{2m}, \chi_{2m}$ は次のように表せる。ただし $r \rightarrow \infty$ の方向に進む波のみを考慮する。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} H_n(k_p r) (a_n^{2m} \cos n\theta + c_n^{2m} \sin n\theta) \\ \psi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} H_n(k_s r) (b_n^{2m} \sin n\theta + d_n^{2m} \cos n\theta) \\ \chi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} H_n(k_s r) (e_n^{2m} \sin n\theta + f_n^{2m} \cos n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$m=0, 1, \dots$ 。ここで $H_n(\)$ は第2種の Hankel 関数であり, $a_i^j, b_i^j, c_i^j, d_i^j, e_i^j, f_i^j$ は任意定数である。ただし, $b_0^{2m}, c_0^{2m}, e_0^{2m}$ はゼロに等しい。

まず, ϕ_0, ψ_0, χ_0 を決定する。式 (16) で $m=0$ とおくと

$$\left. \begin{aligned} \phi_0 &= \sum_{n=0}^{\infty} H_n(k_p r) (a_n^0 \cos n\theta + c_n^0 \sin n\theta) \\ \psi_0 &= \sum_{n=0}^{\infty} H_n(k_s r) (b_n^0 \sin n\theta + d_n^0 \cos n\theta) \\ \chi_0 &= \sum_{n=0}^{\infty} H_n(k_s r) (e_n^0 \sin n\theta + f_n^0 \cos n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。係数 $a_n^0 \sim f_n^0$ は, 上式を式 (5) に代入した後, 境界条件 1), 2), 3) を適用することによって決定される。この結果, 係数 $a_0^0, f_0^0, c_1^0, e_1^0, d_1^0$ 以外はすべてゼロになることが分かった。

5.2 $\phi_{2m}, \psi_{2m}, \chi_{2m}$ ($m \geq 0$) が分かっている場合の $\phi_{2m+1}, \psi_{2m+1}, \chi_{2m+1}$ の導出

式 (16) より $\phi_{2m}, \psi_{2m}, \chi_{2m}$ は次のように書き直せる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n}(k_p r) a_{2n}^{2m} \cos 2n\theta \\ &\quad + H_{2n+1}(k_p r) c_{2n+1}^{2m} \sin (2n+1)\theta] \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n+1}(k_p r) a_{2n+1}^{2m} \cos (2n+1)\theta \\ &\quad + H_{2n}(k_p r) c_{2n}^{2m} \sin 2n\theta] \\ \psi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n}(k_s r) b_{2n}^{2m} \sin 2n\theta \\ &\quad + H_{2n+1}(k_s r) d_{2n+1}^{2m} \cos (2n+1)\theta] \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n+1}(k_s r) b_{2n+1}^{2m} \sin (2n+1)\theta \\ &\quad + H_{2n}(k_s r) d_{2n}^{2m} \cos 2n\theta] \\ \chi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n}(k_s r) f_{2n}^{2m} \cos 2n\theta \\ &\quad + H_{2n+1}(k_s r) e_{2n+1}^{2m} \sin (2n+1)\theta] \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n+1}(k_s r) f_{2n+1}^{2m} \cos (2n+1)\theta \\ &\quad + H_{2n}(k_s r) e_{2n}^{2m} \sin 2n\theta] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

上式の各式の第一項は変位に関して $x=0$ について鏡像を与えるもので対称部分と呼ばれ, 第二項は反対称部分と呼ばれる。本課題では変位は $x=0$ に関して対称にふるまうから第一項のみをとればよい。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \phi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n}(k_p r) a_{2n}^{2m} \cos 2n\theta \\ &\quad + H_{2n+1}(k_p r) c_{2n+1}^{2m} \sin (2n+1)\theta] \\ \psi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n}(k_s r) b_{2n}^{2m} \sin 2n\theta \\ &\quad + H_{2n+1}(k_s r) d_{2n+1}^{2m} \cos (2n+1)\theta] \\ \chi_{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_{2n}(k_s r) f_{2n}^{2m} \cos 2n\theta \\ &\quad + H_{2n+1}(k_s r) e_{2n+1}^{2m} \sin (2n+1)\theta] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

今, 速度 c は v_p より大きいと仮定すると式 (3), (4) より $k_p^2 > 0, k_s^2 > 0$ となる。したがって, Thiruvankatachar ら³⁾の議論が成り立ち, $\phi_{2m}, \psi_{2m}, \chi_{2m}$ は特殊な積分形で表されることになる⁹⁾。同様に, $\phi_{2m+1}, \psi_{2m+1}, \chi_{2m+1}$ も積分形で表される。この後, $\phi_{2m} + \phi_{2m+1}, \psi_{2m} + \psi_{2m+1}, \chi_{2m} + \chi_{2m+1}$ に 3. の 5) 項を適用すると, 種々計算の末, $\phi_{2m+1}, \psi_{2m+1}, \chi_{2m+1}$ が決定される。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \phi_{2m+1} &= \sum_{n=0}^{\infty} [a_{2n}^{2m+1} J_{2n}(k_p r) \cos 2n\theta \\ &\quad + c_{2n+1}^{2m+1} J_{2n+1}(k_p r) \sin (2n+1)\theta] \\ \psi_{2m+1} &= \sum_{n=0}^{\infty} [b_{2n}^{2m+1} J_{2n}(k_s r) \sin 2n\theta \\ &\quad + d_{2n+1}^{2m+1} J_{2n+1}(k_s r) \cos (2n+1)\theta] \\ \chi_{2m+1} &= \sum_{n=0}^{\infty} [f_{2n}^{2m+1} J_{2n}(k_s r) \cos 2n\theta \\ &\quad + e_{2n+1}^{2m+1} J_{2n+1}(k_s r) \sin (2n+1)\theta] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで, $J_{2n, 2n+1}(\)$ はベッセル関数であり, a_{2n}^{2m+1} などは 3. の 5) 項を適用することによって決定される定係数である。

5.3 $\phi_{2m+1}, \psi_{2m+1}, \chi_{2m+1}$ ($m \geq 0$) が分かっている場合の $\phi_{2m+2}, \psi_{2m+2}, \chi_{2m+2}$ の導出

式 (19) と同様にして $\phi_{2m+2}, \psi_{2m+2}, \chi_{2m+2}$ は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{2m+2} &= \sum_{n=0}^{\infty} [a_{2n}^{2m+2} H_{2n}(k_p r) \cos 2n\theta \\ &\quad + c_{2n+1}^{2m+2} H_{2n+1}(k_p r) \sin (2n+1)\theta] \\ \psi_{2m+2} &= \sum_{n=0}^{\infty} [b_{2n}^{2m+2} H_{2n}(k_s r) \sin 2n\theta \\ &\quad + d_{2n+1}^{2m+2} H_{2n+1}(k_s r) \cos (2n+1)\theta] \\ \chi_{2m+2} &= \sum_{n=0}^{\infty} [f_{2n}^{2m+2} H_{2n}(k_s r) \cos 2n\theta \\ &\quad + e_{2n+1}^{2m+2} H_{2n+1}(k_s r) \sin (2n+1)\theta] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし, $b_0^{2m+2} = 0$

式 (20), (21) を式 (5) に代入して, 各々対応する変位成分を求めた後, 3. の 4) 項を適用すると a_{2n}^{2m+2} などの定係数が決定される。

6. 動的地盤反力係数の導出

管路の軸方向単位長さ当たり作用する力を f_a とすると (μ を地盤のせん断弾性係数とする)

$$f_a = \int_0^{2\pi} \tau_{rz}(a, \theta) a d\theta = \mu a \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_{r=a} d\theta \quad (22)$$

したがって, 管の軸方向運動に影響を及ぼしうるポテンシャルは次のように表せる。

$$\begin{aligned} \phi_0 &= a_0^0 H_0(k_p r), & \chi_0 &= f_0^0 H_0(k_s r) \\ \phi_{2m+1} &= a_0^{2m+1} J_0(k_p r), & \chi_{2m+1} &= f_0^{2m+1} J_0(k_s r) \end{aligned}$$

$$\phi_{2m+2} = a_0^{2m+2} H_0(k_p r), \quad \chi_{2m+2} = f_0^{2m+2} H_0(k_s r)$$

上式を式(7)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_0 + \sum_{m=0}^{\infty} (\phi_{2m+1} + \phi_{2m+2}) \\ &= a_0^0 H_0(k_p r) + \sum_{m=0}^{\infty} \{ a_0^{2m+1} J_0(k_p r) \\ &\quad + a_0^{2m+2} H_0(k_p r) \} \\ \chi &= \chi_0 + \sum_{m=0}^{\infty} (\chi_{2m+1} + \chi_{2m+2}) \\ &= f_0^0 H_0(k_s r) + \sum_{m=0}^{\infty} \{ f_0^{2m+1} J_0(k_s r) \\ &\quad + f_0^{2m+2} H_0(k_s r) \} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

a_0^m, f_0^m ($m \geq 0$) は前節までの方法を用いて決定することができる。近似的に第3項までをとると

$$\left. \begin{aligned} \phi &= (a_0^0 + a_0^2) H_0(k_p r) + a_0^1 J_0(k_p r) \\ \chi &= (f_0^0 + f_0^2) H_0(k_s r) + f_0^1 J_0(k_s r) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式(24)を式(22)に代入し、 a_0^m, f_0^m ($m=0, 1, 2$)を決めるための相当長い計算の後に、 f_a は次のように表される。

$$f_a / (2\pi\mu a) = -(U_a - u_g) \cdot M \cdot K_{a0} / a + U_p \cdot T \cdot K_{a0} / a \quad (25)$$

ここで、 M, T は種々の係数の関数である。管の横方向の変位は軸方向の運動にあまり影響しないと考えられるので式(25)の右辺第2項は近似的に無視できるのである。したがって、式(25)は次のようになる。

$$f_a / (2\pi\mu a) = -(U_a - u_g) \cdot K_{a0} / a \cdot \{1 - P \cdot X(k_p a) - Q \cdot X(k_s a)\} \quad (26)$$

ここで

$$\begin{aligned} X(ka) &= J_0(ka) - J_1(ka) \cdot H_0(ka) / H_1(ka) \\ P &= (2/\pi) Y_1 \cdot (I_1 + 8I_2) + (8/\pi) Y_2 \cdot I_3 \\ Q &= -(8/\pi) Y_1 \cdot I_4 + (2/\pi) Y_2 \cdot (k_s^2 I_5 / \kappa^2 + 8I_6) \\ Y_1 &= -i\kappa^2 H_1(k_s a) / \{k_s k_p H_0(k_s a) H_1(k_p a) \\ &\quad + \kappa^2 H_0(k_p a) H_1(k_s a)\} \\ Y_2 &= i\kappa^2 k_p / k_s \cdot H_1(k_p a) / \{k_s k_p H_0(k_s a) H_1(k_p a) \\ &\quad + \kappa^2 H_0(k_p a) H_1(k_s a)\} \end{aligned}$$

また、 I_i ($i=1, \dots, 6$) は積分形で表示される定係数であり、その値の算出に当たっては、複素平面上に適当な積分路を設定して計算を行う^{6), 7)}。

式(25), (26)中に現れた K_{a0} は、地盤が全無限弾性体である場合の軸方向の動的地盤反力係数 K_a を $2\pi\mu$ で割り無次元化したもので次式で表される⁵⁾。

$$\frac{K_{a0}}{a} = \frac{\kappa^2 c^2}{v_s^2} \left/ \left\{ k_s \frac{H_0(k_s a)}{H_1(k_s a)} + \frac{\kappa^2}{k_p} \frac{H_0(k_p a)}{H_1(k_p a)} \right\} \right. \quad (27)$$

従って式(26)の右辺 $\{ \}$ 内の式は半無限地盤に関する動的地盤反力係数と全無限地盤に関する動的地盤反力係数の比を与える。いいかえれば、この $\{ \}$ 内の式の値は、地表面の存在が管路の動的応答に及ぼす影響の度合を表すことになる。この値が1に近ければ、地表面の

影響はほとんどないことになる。

7. 計 算 例

7.1 入力データ

計算に必要な無次元パラメータは次の4つである。

$$\sigma, L/a, c/v_p, h/a$$

ここで、 σ, L, a, c, v_p, h は各々、地盤のポアソン比、入射波の波長、管外半径、入射波の速度、地盤中の P 波速度、地表面から管中心までの距離（埋設深もしくは土かぶり深さ）である。計算の際に用いた上記パラメータの値を列記すると次のようになる。

- 1) σ は 0.1, 0.3, 0.495 の3種類とした。
- 2) L/a は 100, 500, 2500 の3種類とした。
- 3) c/v_p は 1.1, 2, 4, 8 の4種類とした。
- 4) h/a は 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30 の9種類とした。

7.2 出力データ

出力データは、半無限地盤中の管路に対する軸方向の動的地盤反力係数（以後、動的 K 値と呼ぶ）と全無限地盤中の管路に対する動的 K 値との比であり、この値は式(26)より次式で表される。

$$S = 1 - P \cdot X(k_p a) - Q \cdot X(k_s a) \quad (28)$$

S は複素数となる。計算の目的は、動的 K 値の比 S （ただし以下の計算では S の複素絶対値を求めた）が $\sigma, L/a, c/v_p$ に関して埋設深 h と共にどのように変化するかを知ることである。これにより、地表面の存在が地中管路に及ぼす影響の度合を知ることができる。

7.3 計算結果と考察

図-2 は、波長と管外半径の比 L/a を変化させた場合の動的 K 値の比 $|S|$ （複素絶対値）と埋設深との関係を示す。グラフの縦座標は動的 K 値の比であり、横座標は地表面から管中心までの深さ h と管外半径 a との比である。条件は地盤のポアソン比 $\sigma=0.3$ 、波速と P 波速度

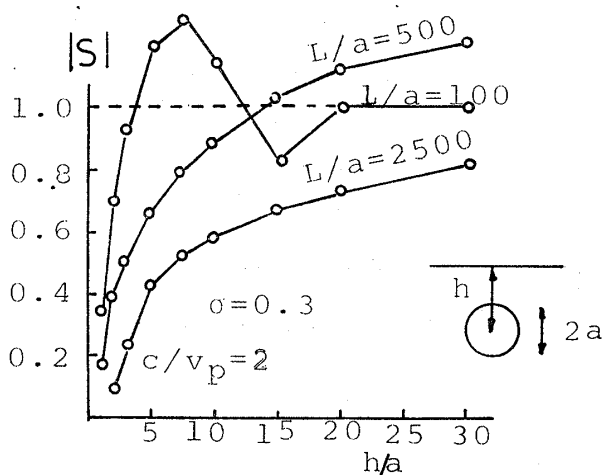


図-2 動的 K 値の比と埋設深との関係 (L/a を変化させた場合)

の比 $c/v_p=2$ であり, L/a を 100, 500, 2500 の 3 種類に変えた。図より, 動的 K 値の比は, h/a が小さくなると急激に減少し 1 以下の値をとるようになる (つまり地表面の存在の影響が大きくなる) ことが分かる。この傾向は他の条件の場合も同様である。波長が小さい ($L/a=100$) とし, 動的 K 値の比は h/a が大きくなるにつれて 1 より大きくなり, 更に h/a が大きくなると再び 1 より小さくなり, その後 1 に漸近してゆくことが分かる。つまり, 曲線は h/a が大きくなるにつれて波をうちながら 1 に収束してゆく。 L/a が大きい ($L/a=2500$) とし, 計算の範囲内 ($h/a < 30$) では 1 以下の値しか得られなかったが, h/a が大きくなるにつれて次第に 1 に近づく様相を呈している。この場合の曲線も h/a が大きくなると一旦 1 より大きな値を取り, その後波をうちながら 1 に収束してゆくものと思われる。このことは, 同様な条件のもとで σ のみを 0.495 に変えた場合の図-3 中の曲線からうかがえる。 $L/a=500$ の場合には, 両者の中間的な傾向を示している。全体的に見ると, 曲線は L/a が小さくなるにつれて左方に圧縮された形となり, 1 への収束も速くなるのが分かる。これは, 波長が小さいほど埋設深の影響は小さくなることを意味している。なお, $L/a=2500$ の場合の曲線において, $h/a=1$ のときのプロットが省かれているが, これは計算値が常識的な値にならなかったためである。波長が大きくなると埋設深の影響が大きくなるため, 正解に近い近似解を得るには式 (22) を計算する際に更に多くの項まで (本研究では第 3 項までとった。その理由については Appendix を参照されたい) とらなければならないことを示しているのであろう。

図-4 は, 波速と P 波速度の比 c/v_p を変化させた場合の動的 K 値の比と埋設深との関係を示す。条件は,

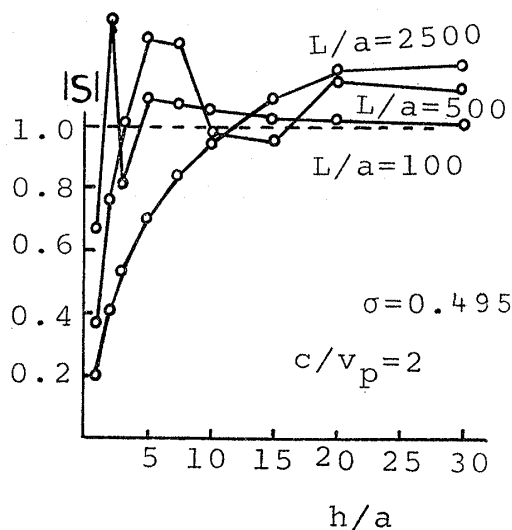


図-3 動的 K 値の比と埋設深との関係 (L/a を変化させた場合)

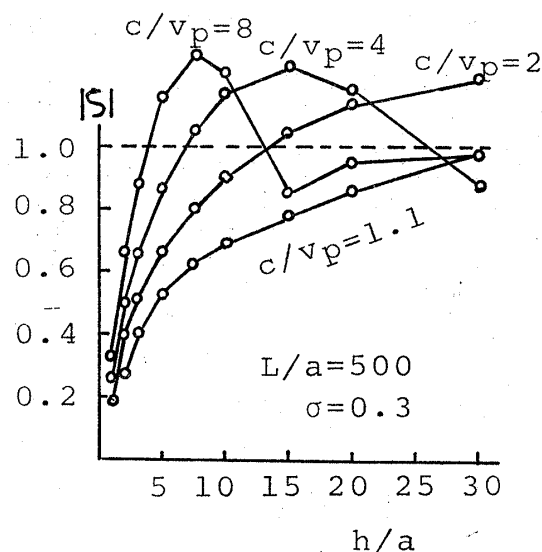


図-4 動的 K 値の比と埋設深との関係 (c/v_p を変化させた場合)

$L/a=500$, $\sigma=0.3$ とし, c/v_p を 1.1, 2, 4, 8 の 4 種類に変えた。この図より波速 c の増大 (周期 T の減少) は, 図-2 で L/a が減少する場合と同一の様相を呈するのが分かる。

なお地盤のポアソン比 σ のみの影響を知るために, $L/a=500$, $c/v_s=6.633$ とし, σ を 0.1, 0.3, 0.495 の 3 種類に変えて計算値を比較したところ 1% 以内の差違しか生じず, 動的 K 値の比に対する σ の影響は無視できるほどであることが分かった。このことから, 入射波の波速 c が v_p より大きいという本研究の仮定 (5.2 を参照) は大きな制約とならないことが分かる。というのは, $\sigma=0$ (このとき $v_p=\sqrt{2}v_s$) のとき, $c/v_p>1$ は $c/v_s>\sqrt{2}$ と同じことを意味し, v_s にかなり近い速度の波を入射させることができるからである。

8. あとがき

本研究では, 地表面付近に設置された管状地中構造物の動的な解析方法を示した。一例として, 地中埋設管の例を示し計算を行ったが, 他の円型管状構造物に対しても本方法の適用は有効である。埋設管に関する計算より, 埋設深の影響は波形や波速によって異なるが, おおむね, 埋設深 (土かぶり深さ) が管直径の 10 倍以下になると, 地表面の存在が管路の動的挙動に影響してくるようである。従って, 管路の動的挙動を厳密に解析する場合には, この点を考慮にいれておく必要がある。

謝 辞

本研究を進めるにあたり, 御指導いただいた東工大名誉教授山口柏樹先生 (現名古屋大学教授) に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 岡本舜三・加藤勝行・伯野元彦(1963): 地中構造物に働く地

- 震力に関する研究,「土木学会論文報告集」, No.92, pp.37~51.
- 2)Mente, L. J. and French, F. W. (1964): "Response of elastic cylinders to plane shear waves," Proc., ASCE, Vol. 90, No.EM 5, pp.103-118.
- 3)Thiruvengkatachar, V. R. and Viswanathan, K. (1965): "Dynamic response of an elastic half space with cylindrical cavity to time-dependent surface tractions over the boundary of the cavity," Journal of Mathematics and Mechanics, Vol.14, No.4, pp.541-571.
- 4)高田至郎(1976): 地中基礎構造物の動的剛性と減衰に及ぼす表層構造の影響,「第14回地震工学研究発表会講演概要集」, pp.45~48.
- 5)鵜飼恵三・山口柏樹(1979): 埋設管の動的地盤ばね定数に関する理論的考察,「土質工学会論文報告集」, Vol.19, No.4, pp.93~102.
- 6)鵜飼恵三(1977): 半無限地盤中に敷設された地中埋設管に対する動的地盤反力係数の導出,「新潟大学工学部研究報告」, No.26, pp.85~91.
- 7)Ewing, W. M., Jardetzky, W. S. and Press, F. (1957): Elastic Waves in Layered Media, McGraw-Hill.

Appendix

ϕ, χ の近似値として級数の第3項までとった理由
式(23)より ϕ, χ は

$$\phi = \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m, \quad \chi = \sum_{m=0}^{\infty} \chi_m$$

と表示される。本論文では近似的に第3項($m=2$)までとり, 6., 7. において埋設管に対する計算を行った。数学的に見た場合, 解の収束性と精度は $L/a, h/a$ などのパラメーターの値によって異なると考えられる。以下において, 物理的な観点から見た解の収束性の意味と解の精度を推定する方法を述べ, 第3項までとった意味と

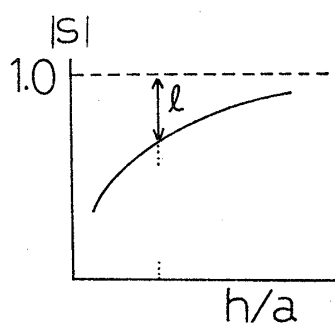


図-A1 動的K値の比と埋設深との関係

理由を明確にする。

1) ϕ_0, χ_0 は, 全無限地盤内を縦波が管軸方向に沿って伝播するときの地盤の振動を表す。具体的には管表面から $r \rightarrow \infty$ へと発散する波を表す。

2) ところで実際には地表面が存在するので, ϕ_0, χ_0 の一部は地表面で反射する。このときの反射波が ϕ_1, χ_1 である。ただし, 3. の 3) 項で示したように $\phi_0 + \phi_1, \chi_0 + \chi_1$ は地表面での境界条件(式(13))を満たすものとする。

3) 地表面での反射波 ϕ_1, χ_1 の一部は再び埋設管に作用し, 管を振動させる。また, このとき管に作用した ϕ_1, χ_1 の一部は管表面で反射し, $r \rightarrow \infty$ に発散する波を生じる。このときの管表面での反射波を表すのが ϕ_2, χ_2 である。

4) 以上のことが更に何度も繰り返され, $m \geq 3$ の ϕ_m, χ_m が発生するのである。物理的に考えて, m が大きくなるほど埋設管への影響作用は急速に小さくなることが明らかであろう。また, 管が地表面に近いほど(埋設深が浅いほど)高次の項の影響力が大きくなることも物理的に明らかである。

以上のように本研究の計算例では, 地表面での第1反射波のみの影響を考慮し, 第2, 3... 反射波の影響は小さいと考えて無視した。ただし, 7.3 でも述べたように埋設深が浅い場合や波長が長い場合には, 高次の項の影響が効いてくるので, 第2反射波の影響も考慮する必要がある。

図-2~4 は第1反射波のみの影響を考慮した場合の結果であるが, これらの図から第2反射波の影響の程度を推定することを考えてみる。 $|S|=1$ という値は全無限地盤に対する値だから, ある埋設深における図中の l という値は第1反射波の影響の程度を表す。次に第1反射波を入射波と考えて, 第2反射波の第1反射波に対する影響の程度を同じ図から推定するとやはり l になる。したがって, 図の $|S|$ の値に対する第2反射波の影響の程度は $l \times l = l^2$ になる。よって, 例えば l が 0.3 以上の値をとるときには, 第2反射波も約 10% 以上の影響を $|S|$ の値に及ぼす可能性があるということになる。