The Japanese Geotechnical Society

土 質 工 学 会 論 文 報 告 集
Vol. 25, No. 4, 147-158, Dec. 1985

重合わせ法則と球モデルに基づいた砂の任意方向単純せん断試験の解析

(Analysis of Multi-directional Simple Shear Tests on Sand)

陳　　越* (Yue Chen)
松　岡　元** (Hajime Matsuoka)

キーワード：応力経路／応力-ひずみ関係／繰返し荷重／砂質土／地震／室内試験／図式解法／ダイレイタンシー／摩擦／履歴 (IGC：D 6)

1. まえがき

地震時に地盤は水平面内でランダムな経路のせん断を受けるので，砂の液状化問題を解析するためには，水平面内で任意方向へせん断したときの応力・ひずみ関係を解明し，せん断に伴うダイレイタンシーを算定する必要がある。

そこで，砂を試料として種々の任意方向単純せん断試験を行ない，その力学挙動を調べた[1),2)]。そして，それらの実験事実に基づいて，非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則の適用方法を提案し，二次元応力・ひずみ関係式[3)]による砂の一方向単純せん断試験の応力・ひずみ関係から，パラメーターをふやすことなく，水平面内の任意方向へせん断した場合の応力・ひずみ関係を算定した[4)]。また，徳江[5)]や中井ら[6)]の球モデルを参考にし，粒子間平均摩擦係数 $\mu(=\tan\phi_\mu)$ が応力比 $X(=\tau/\sigma_Z)$ のようにせん断ひずみの増加に伴って変化するものと仮定して，ダイレイタンシーの算定式を導いた[7)]。なお，その妥当性を実験データによって検証した。

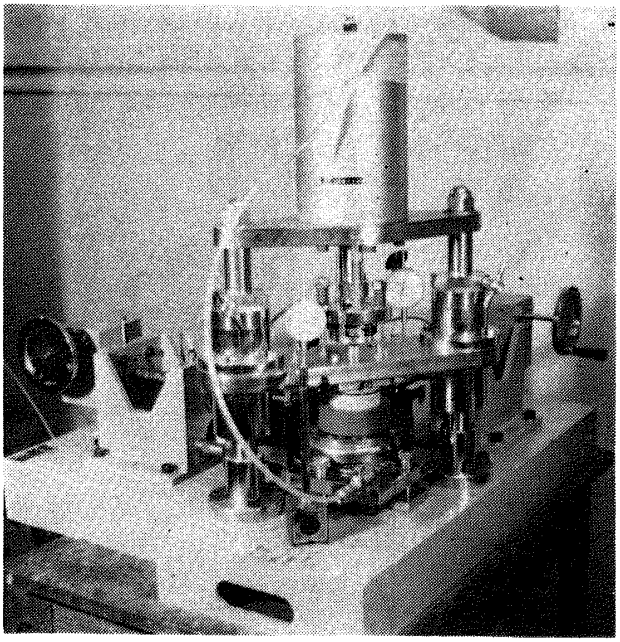


写真-1　任意方向単純せん断試験の全景

2. 非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則の適用方法

2.1 任意方向単純せん断試験について

本研究は水平面内等方的な試料を対象としたものである。試験に用いた試験機は，水平面内 X, Y 両方向に独立に載荷できる任意方向単純せん断試験機である。その

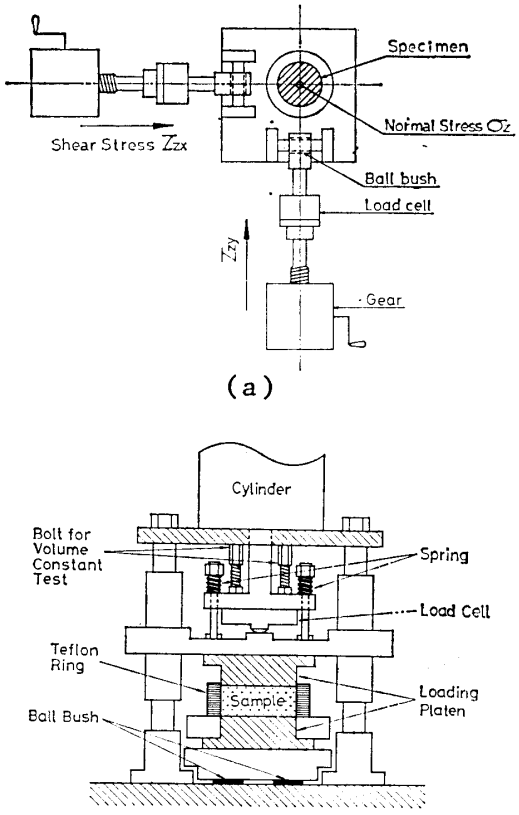


図-1　任意方向単純せん断試験機の（a）平面図と（b）側面図

*　名古屋工業大学　研究留学生（中国福州大学土木工学科　講師）
**　名古屋工業大学工学部社会開発工学科　助教授（名古屋市昭和区御器所町）
(1984. 12. 19 原稿受付・討議期限 1986. 7. 1，要請があれば 1 か月の期限延長可能)

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

全景を**写真-1** に，その平面図と側面図を**図-1**(**a**),(**b**)に示している。供試体は直径約 7 cm，高さ約 2.7 cm の円筒形であり，10 数枚の中空円形の薄いテフロンシートを重ねたリングで拘束されている。試料は煮沸により飽和させた豊浦砂であり，スプーンで2層に分けて注ぎ込まれた後，径 5 mm のアルミ棒で 30 回ずつ突いて等方性試料としたものである。試験はまず垂直応力 $\sigma_Z=196\ \mathrm{kN/m^2}$ ($=2\ \mathrm{kgf/cm^2}$) の下で試料を圧密してから（せん断直前の間隙比 $e_0=0.69\sim0.72$ である），σ_Z 一定の下で排水せん断を行った。試験中，$\varepsilon_X\equiv0$, $\varepsilon_Y\equiv0$, $\gamma_{XY}\equiv0$, $\tau_{XY}\equiv0$ となり，$\varepsilon_Z, \gamma_{ZX}, \gamma_{ZY}, \sigma_Z, \tau_{ZX}, \tau_{ZY}$ は測定できるが，σ_X, σ_Y は測定することができない。

2.2 ひずみ制御試験の解析法

まず**図-2** によって次の諸量を定義する。

累加せん断ひずみ：

$$G_n=\Sigma\Delta G_i=\Sigma|\Delta\vec{\Gamma}_i|=\Sigma\sqrt{\Delta\gamma_{ZX}{}^2+\Delta\gamma_{ZY}{}^2} \quad (1)$$

合せん断ひずみ：

$$\Gamma_n=|\vec{\Gamma}_n|=|\Sigma\Delta\vec{\Gamma}_i|=\sqrt{\gamma_{ZX}{}^2+\gamma_{ZY}{}^2} \quad (2)$$

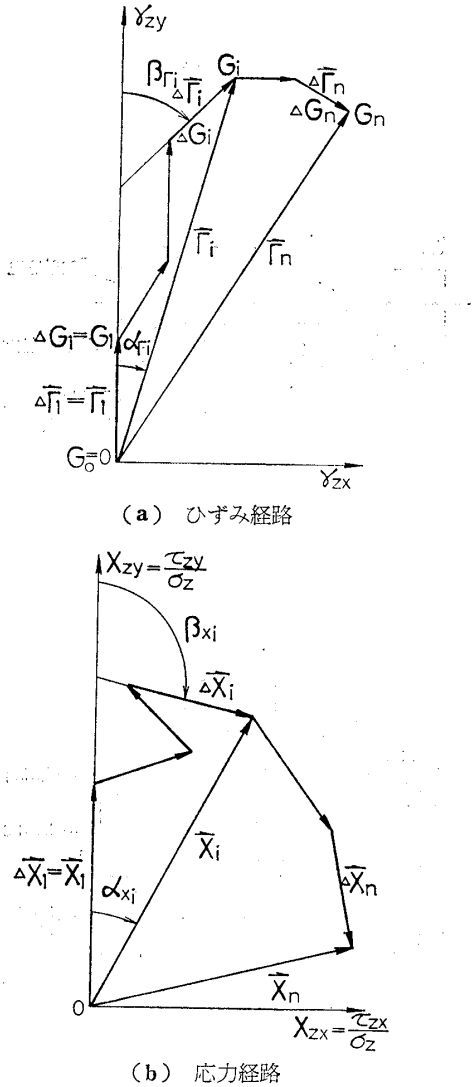
合せん断・垂直応力比：

$$X_n=|\vec{X}_n|=|\Sigma\Delta\vec{X}_i|=\frac{\sqrt{\tau_{ZX}{}^2+\tau_{ZY}{}^2}}{\sigma_Z} \quad (3)$$

図-2 において，$\alpha_{\Gamma i}$, $\beta_{\Gamma i}$, α_{Xi}, β_{Xi} はそれぞれ $\vec{\Gamma}_i$, $\Delta\vec{\Gamma}_i$, $\vec{X}_i$, $\Delta\vec{X}_i$ の Y 軸となす角度を表す。なお，ひずみ経路とは，合せん断ひずみベクトル $\vec{\Gamma}$ の先端経路を表し，応力経路とは，合せん断・垂直応力比ベクトル $\vec{X}$ の先端経路を意味する。

図-2 のひずみ経路図の各ベクトルと応力経路図の対応する各ベクトルは，もし材料が線形の応力・ひずみ関係を持つならば，それぞれ平行し比例するようになるが，非線形の応力・ひずみ関係を持つ土のような材料の場合には，**図-2** のように一般には $X_i/\Gamma_i\neq\Delta X_i/\Delta G_i\neq X_1/\Gamma_1$ ($=\Delta X_1/\Delta G_1$), $\alpha_{Xi}\neq\alpha_{\Gamma i}$, $\beta_{Xi}\neq\beta_{\Gamma i}$ となる。なぜならば，線形材料は応力履歴の影響を受けないので，任意載荷段階と第1載荷段階が同じとみなされるが，非線形材料の場合には応力履歴の影響を受けて，後続載荷と第1載荷段階とは異なるからである（ただし，第1載荷時には応力履歴の影響をまだ受けていないので，非線形材料でも応力方向とひずみ方向が一致する）。

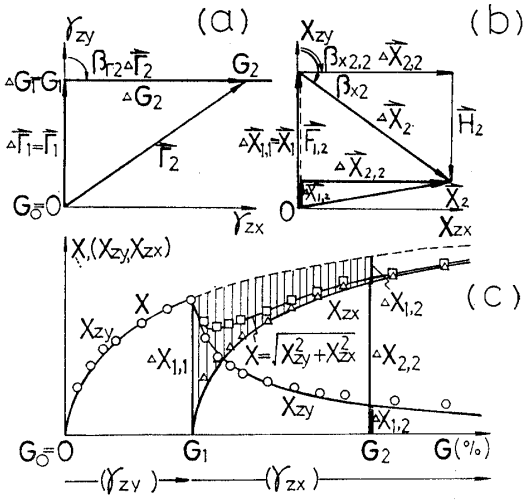
いま，**図-3**(**a**) に示すような $\gamma_{ZY}=5\%$ から 90° 折れるひずみ経路のせん断試験を考える。**図-3**（**b**）はその時の応力経路図を示し，**図-3**（**c**）は合応力比 X（応力比成分 X_{ZY}, X_{ZX}）～累加せん断ひずみ G（せん断ひずみ成分 γ_{ZY}, γ_{ZX}）関係を示している。**図-3**(**c**) より，第2載荷段階においては，応力比成分 X_{ZY}, X_{ZX} についてそれぞれ次のような現象が見られる。1) X_{ZX} は，第1載荷時の X_{ZY} とほぼ同じ形になる。一般に，この成分を後続載荷の新生成分と名付け，$\Delta\vec{X}_{2,2}$ と標記



（**a**） ひずみ経路

（**b**） 応力経路

図-2 G_i, $\vec{\Gamma}_i$, $\vec{X}_i$ の定義図



（**a**） ひずみ経路
（**b**） 応力経路
（**c**） 応力・ひずみ関係

図-3 重合わせ法則の概念図

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

する。2) X_{ZY} は，せん断とともに小さくなっていき，その値は第1載荷時の応力・ひずみ曲線を仮想上延長した（単調載荷時の）応力・ひずみ曲線と第2載荷時の新生成分の応力・ひずみ曲線との差でほぼ表される（**図-3**（**c**）の斜線部分）。一般に，この成分を先行載荷の残留成分（覚えている部分）と名付け，$\Delta\vec{X}_{1,2}$ と標記する。（ここでは，一般化するため，X_{ZX}，X_{ZY} の方向を表す下付き文字を載荷段階を表す下付き文字に変えて，それぞれ $\Delta\vec{X}_{2,2}$，$\Delta\vec{X}_{1,2}$ と名付けた。載荷段階を表す下付き文字の一般的な意味については後述の $\Delta\vec{X}_{i,i}$，$\Delta\vec{X}_{i,n}$ と $\vec{F}_{i,n}$ の定義を参照されたい。）

これらの実験事実に基づいて，次のような2つの仮定を置く。

1)　後続載荷の新生成分の応力・ひずみ関係は，応力履歴によらず，第1載荷時と同じと考える（線形材料特性に対応する部分）。

2)　先行載荷の残留成分の応力・ひずみ関係は，後続載荷の方向によらず，累加せん断ひずみ G によって一義的に決められる（非線形材料特性へ拡張する部分）。

上記2つの仮定により，残留成分 $\Delta\vec{X}_{1,2}$ の値は先行載荷の応力・ひずみ曲線の延長線と後続載荷の新生成分の応力・ひずみ曲線との差に等しくなるが，このことは実験データによっても裏付けられている（**図-3**（c）参照）。

したがって，一方向単調載荷の応用・ひずみ関係 $X(\gamma)$ を一義的に累加せん断ひずみ G の関数 $X(G)$ とすれば，二段階任意方向単純せん断試験の応力・ひずみ関係は，重合わせによって，次の手順で求められる。

第1段階：

$$\Delta\vec{X}_{1,1}=\Delta\vec{X}_1=\vec{X}_1=X(G_1-G_0)\cdot\Delta\vec{\Gamma}_1/\Delta G_1 \qquad (4)$$

第2段階：

$$\Delta\vec{X}_{2,2}=X(G_2-G_1)\cdot\Delta\vec{\Gamma}_2/\Delta G_2 \qquad (5)$$

$$\Delta\vec{X}_{1,2}=[X(G_2-G_0)-X(G_2-G_1)]\cdot\Delta\vec{\Gamma}_1/\Delta G_1 \qquad (6)$$

$$\vec{X}_2=\Delta\vec{X}_{1,2}+\Delta\vec{X}_{2,2}=[X(G_2-G_0)-X(G_2-G_1)]\times\Delta\vec{\Gamma}_1/\Delta G_1+X(G_2-G_1)\cdot\Delta\vec{\Gamma}_2/\Delta G_2 \qquad (7)$$

$$\begin{aligned}\Delta\vec{X}_2&=\vec{X}_2-\vec{X}_1\\&=-[X(G_1-G_0)+X(G_2-G_1)-X(G_2-G_0)]\times\Delta\vec{\Gamma}_1/\Delta G_1+X(G_2-G_1)\cdot\Delta\vec{\Gamma}_2/\Delta G_2\\&=-\vec{F}_{1,2}+\Delta\vec{X}_{2,2}\end{aligned} \qquad (8)$$

ここに，

$$\vec{F}_{1,2}=[X(G_1-G_0)+X(G_2-G_1)-X(G_2-G_0)]\times\Delta\vec{\Gamma}_1/\Delta G_1=\Delta\vec{X}_{1,1}-\Delta\vec{X}_{1,2} \qquad (9)$$

$\vec{F}_{1,2}$ は，第1載荷時に生じた応力比成分のうち，第2載荷終了時までに消失した成分（忘れてしまった部分）を意味し，消失成分と名付ける。

一般化して，第 i 載荷数の新生成分を $\Delta\vec{X}_{i,i}$ と標記し，その第 n 載荷終了時までの残留成分と消失成分をそれぞれ $\Delta\vec{X}_{i,n}$，$\vec{F}_{i,n}$（$n\geq i$；$\vec{F}_{i,i}=0$）と標記すれば，任意方向単純せん断試験の任意段階終了時の応力・ひずみ関係は，重合わせによって，次の手順で求められる。

$$\Delta\vec{X}_{i,i}=X(G_i-G_{i-1})\cdot\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i \qquad (10)$$

$$\Delta\vec{X}_{i,n}=[X(G_n-G_{i-1})-X(G_n-G_i)]\cdot\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i \qquad (11)$$

$$\begin{aligned}\vec{X}_n&=\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{X}_i=\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{X}_{i,n}=\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{X}_{i,i}-\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i,n}\\&=\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{X}_{i,i}+\vec{H}_n\\&=\sum_{i=1}^{n}[X(G_n-G_{i-1})-X(G_n-G_i)]\cdot\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i\end{aligned} \qquad (12)$$

$$\begin{aligned}\Delta\vec{X}_n&=\vec{X}_n-\vec{X}_{n-1}=\Delta\vec{X}_{n,n}-\sum_{i=1}^{n-1}\Delta\vec{F}_{i,n}=\Delta\vec{X}_{n,n}+\Delta\vec{H}_n\\&=X(G_n-G_{n-1})\cdot\Delta\vec{\Gamma}_n/\Delta G_n\\&\quad-\sum_{i=1}^{n-1}\{[X(G_n-G_i)-X(G_{n-1}-G_i)]\\&\quad-[X(G_n-G_{i-1})-X(G_{n-1}-G_{i-1})]\}\\&\quad\times\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i\end{aligned} \qquad (13)$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_{i,n}&=\Delta\vec{X}_{i,i}-\Delta\vec{X}_{i,n}\\&=[X(G_i-G_{i-1})+X(G_n-G_i)-X(G_n-G_{i-1})]\times\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i\end{aligned} \qquad (14)$$

ここに，

$$\begin{aligned}\Delta\vec{F}_{i,n}&=\vec{F}_{i,n}-\vec{F}_{i,n-1}\\&=\{[X(G_n-G_i)-X(G_{n-1}-G_i)]\\&\quad-[X(G_n-G_{i-1})-X(G_{n-1}-G_{i-1})]\}\\&\quad\times\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i\end{aligned} \qquad (15)$$

$$\Delta\vec{H}_n=\vec{H}_n-\vec{H}_{n-1}=-\sum_{i=1}^{n-1}\Delta\vec{F}_{i,n} \qquad (16)$$

式（12）において，$\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{X}_{i,i}$ は線形材料特性に対応する部分であり，$\vec{H}_n=-\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i,n}$ は非線形材料特性の線形材料特性と異なる部分で，応力履歴の影響を表す付加ベクトルである（**図-3**（**b**）の $\vec{H}_2=-\vec{F}_{1,2}$ がその簡単な場合である）。**図-4** は，一方向単調載荷の場合のそれらの値を示したものである。なお，$\Delta\vec{F}_{i,n}$ と $\Delta\vec{H}_n$ は，それぞれ消失成分 $\vec{F}_{i,n}$ と付加ベクトル $\vec{H}_n$ の第 n 載荷時の増分である。

また，式（11）と式（12）の形を検討すれば，この関係は**図-5**（**a**）のように図示できる。これを通常の見方による**図-5**（**b**）と比べると，ちょうど逆の関係になっている。直線上一方向せん断の場合を考えれば，通常の $X_n=\sum_{i=1}^{n}\Delta X_i$ は，たとえて言うと，新生成分が先端にあるので「竹」のように生えると言え，本提案の $X_n=\sum_{i=1}^{n}\times\Delta X_{i,n}$ は，新生部分が根本にあるので「爪」のように生えると言えるであろう。任意方向になると，本提案の見方では，$\Delta\vec{X}_{i,n}$ の方向は $\Delta\vec{\Gamma}_i$ の方向と一致し，大きさ

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

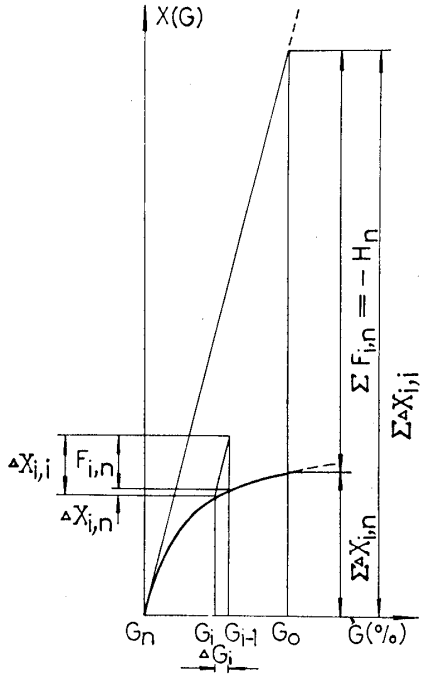
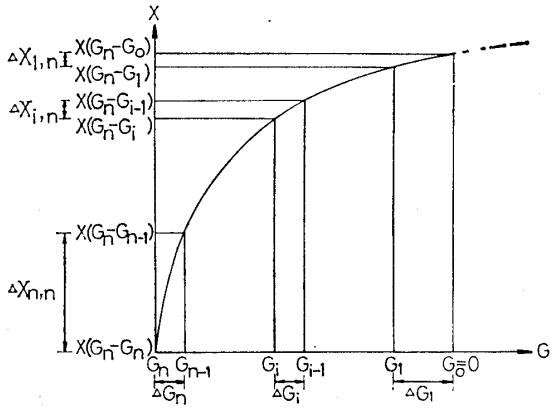
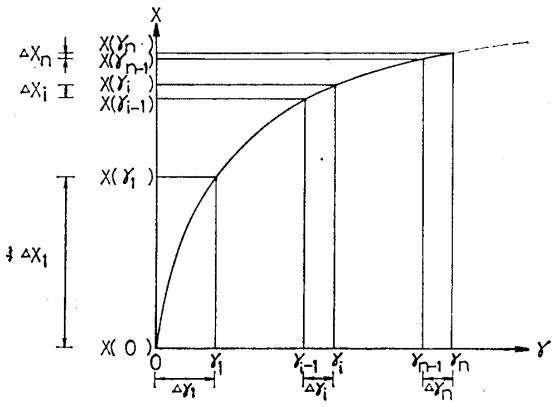


図-4 一方向単調載荷時の新生成分 $\Sigma\Delta X_{i,i}$, 残留成分 $\Sigma\Delta X_{i,n}$ と消失成分 $\Sigma F_{i,n}=-H_n$



（a） 本提案の見方



（b） 通常の見方

図-5 通常の見方と逆になる本提案の見方

も後続載荷の方向によらないので，重合わせ法則でユニークに $\vec{X}_n=\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{X}_{i,n}$ と決められる。しかし，通常の見方なら，直線方向の ΔX_i は任意方向の $\Delta\vec{X}_i$(式(13)参照）と当然違うので，簡単には重合わせられない。つまり，非線形材料の土にとって，本来適用できない重合わせ法則を，見方を変えることにより，適用できるようにしたわけである。

さて，次の定義

$$\left.\begin{aligned} &p_{i,n}=\Delta\vec{X}_{i,n}/\Delta\vec{X}_{i,i},\quad \Delta p_{i,n}=p_{i,n}-p_{i,n-1}\\ &q_{i,n}=\vec{F}_{i,n}/\Delta\vec{X}_{i,i},\quad \Delta q_{i,n}=q_{i,n}-q_{i,n-1}\\ &\text{特に，}\ p_{i,i}=\Delta p_{i,i}=1,\quad q_{i,i}=\Delta q_{i,i}=0 \end{aligned}\right\}\quad (17)$$

とすれば，

$$p_{i,n}+q_{i,n}=1 \qquad (18)$$

となる。ここに，$p_{i,n}$, $q_{i,n}$ は，それぞれ覚え率，忘れ率と名付ける。そうすると，式(11)～式(16)は，次のように簡単に表現できる。

$$\Delta\vec{X}_{i,n}=p_{i,n}\cdot\Delta\vec{X}_{i,i} \qquad (11\,a)$$

$$\vec{X}_n=\sum_{i=1}^{n}p_{i,n}\cdot\Delta\vec{X}_{i,i} \qquad (12\,a)$$

$$\Delta\vec{X}_n=\sum_{i=1}^{n}\Delta p_{i,n}\cdot\Delta\vec{X}_{i,i} \qquad (13\,a)$$

$$\vec{F}_{i,n}=q_{i,n}\cdot\Delta\vec{X}_{i,i} \qquad (14\,a)$$

$$\Delta\vec{F}_{i,n}=\Delta q_{i,n}\cdot\Delta\vec{X}_{i,i} \qquad (15\,a)$$

$$\Delta\vec{H}_n=\sum_{i=1}^{n-1}\Delta p_{i,n}\cdot\Delta\vec{X}_{i,i} \qquad (16\,a)$$

ここに，

$$\Delta\vec{X}_{i,i}=X(G_i-G_{i-1})\cdot\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i \qquad (10)$$

$$\left.\begin{aligned} &\underset{(i\le n)}{p_{i,n}}=1-\underset{(i\le n)}{q_{i,n}}=\frac{X(G_n-G_{i-1})-X(G_n-G_i)}{X(G_i-G_{i-1})}\\ &\underset{(i<n)}{\Delta p_{i,n}}=-\underset{(i<n)}{\Delta q_{i,n}}\\ &\qquad=\frac{[X(G_n-G_{i-1})-X(G_{n-1}-G_{i-1})]}{X(G_i-G_{i-1})}\\ &\qquad\quad\frac{-[X(G_n-G_i)-X(G_{n-1}-G_i)]}{X(G_i-G_{i-1})}\\ &\Delta p_{n,n}=1,\quad \Delta q_{n,n}=0 \end{aligned}\right\}\quad (19)$$

したがって，式(11 a)～式(16 a)より見られるように，計算は2つの部分に分けられる。その1は，各載荷段階の新生成分 $\Delta\vec{X}_{i,i}$ の計算で，線形材料特性に対応するものである。その2は，覚え率 $p_{i,n}$ とその増分 $\Delta p_{i,n}$（あるいは，忘れ率 $q_{i,n}$ とその増分 $\Delta q_{i,n}$）の計算で，非線形材料へ拡張するものである。もし，後者の計算を線形材料に適用すると，$p_{i,n}\equiv1$, $q_{i,n}\equiv0$, $\vec{H}_n=-\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i,n}\equiv0$ となる。すなわち，線形材料は，応力履歴の影響を受けず，先行載荷時に生じた応力効果を後続載荷中いつまでも 100% 覚えている。この点が本提案法の立場から見た線形材料と非線形材料との基本的な差と言えるであろう。

2.3 応力比の重合わせの基礎式について

著者の1人は粒状体のせん断挙動に対する滑動面（潜在すべり面）上の二次元応力・ひずみ関係を次式で表し

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

ている[3]。

$$X(\gamma)=(\mu'-\mu)\cdot\ln(\gamma/\gamma_0)+\mu \qquad (20)$$

ここに，$X=\tau/\sigma_N$ は滑動面上のせん断・垂直応力比で，γ は滑動面上のせん断ひずみで，μ', μ, γ_0 は土質パラメーターである。

この形の式は砂の一直線上単調載荷の単純せん断試験結果(ピーク強度まで)もよく説明している。すなわち，その場合には単純せん断面上の応力・ひずみ関係は滑動面上の応力・ひずみ関係とほぼ同じ形の式で表される。両者の差異は単に各々のパラメーターの値が違うだけである。この点については，実験事実によるだけでなく，単純せん断時の側方ひずみ増分 $d\varepsilon_X=d\varepsilon_Y=0$ の条件から，主応力と主ひずみ増分方向が一致するという仮定に基づいて両面上の応力間，ひずみ増分間の変換関係からも証明されている[2]。したがって，ここでは式 (20) を次のように少し修正した形の応力・ひずみ関係式を任意方向単純せん断時の水平面上の応力比の重合わせの基礎式として採用した。

$$X(G)=(\mu_s'-\mu_{0s})\ln[1+(E_1-1)\cdot G/G_{0s}] \qquad (21)$$

ここに，

$$E_1=\exp[\mu_{0s}/(\mu_s'-\mu_{0s})] \qquad (22)$$

μ_s', μ_{0s}, G_{0s} はそれぞれ滑動面上の μ', μ, γ_0 に対応する単純せん断面上の土質パラメーターである。なお，もし重合わせによって求められた $\vec{X}$ の絶対値 X が破壊時の X_f より大きい場合には，$X=X_f$ とする。

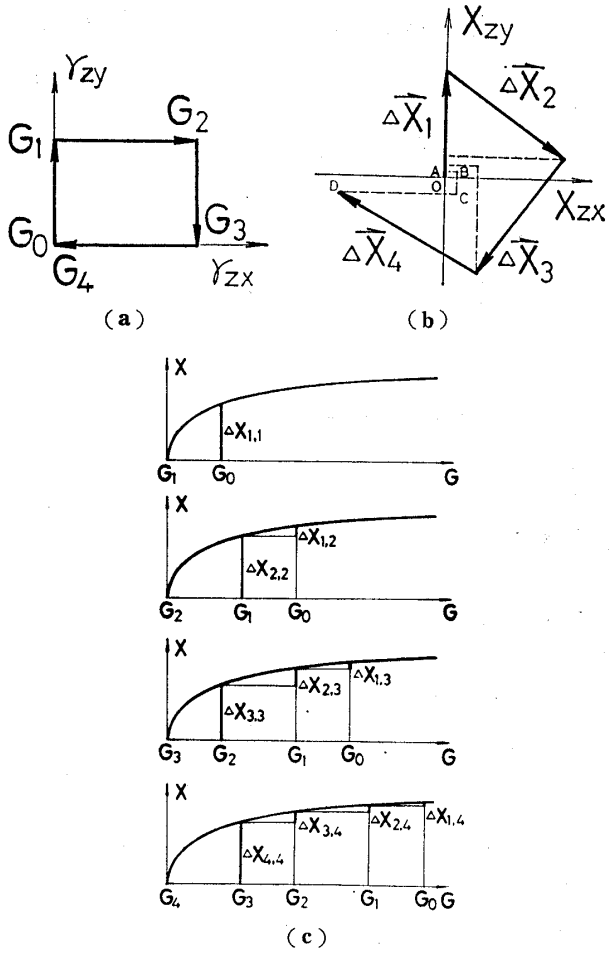
2.4　ひずみ制御試験の図解法

上述の解析法の原理より，次のような図解法も提案できる。解析法と比べて，図解法のほうは次の利点を持つ。すなわち，重合わせの基礎となる一方向単調載荷の応力・ひずみ関係の実験曲線（ただし，単調増加型の曲線に限る）が分かれば，その解析式の形が分からなくても，任意方向へせん断した場合の応力・ひずみ関係が求められる。

例えば，図-6（c）はある既知の一方向単調載荷の応力・ひずみ関係を示している。いま，図-6（a）のような直角に3回折れるひずみ経路を考えてみる。G_1, G_2, G_3, G_4 点に至る各載荷段階終了時の新生成分と残留成分は，それぞれ図-6（c）の各対応する図のように求められる。これらの新生成分と残留成分の値を図-6(a)の各対応するひずみ増分の方向に平行に図-6（b）の破線のように取り（例えば，$G=G_4$ のとき $\overline{OA}=\Delta X_{1,4}$, $\overline{AB}=\Delta X_{2,4}$, $\overline{BC}=\Delta X_{3,4}$, $\overline{CD}=\Delta X_{4,4}$），その各先端を結ぶことによって実線の応力経路図を描くことができる。

2.5　応力制御試験の解析法

以上より分かるように，本提案法はせん断ひずみを基礎にしている。すなわち，基本的にひずみ制御試験の解析を対象としており，応力制御試験を解析するときには



（a）ひずみ経路
（b）応力経路
（c）新生成分 $\Delta X_{i,i}$ と残留成分 $\Delta X_{i,n}$ の取り方

図-6　ひずみ制御試験の図解法

逆算しなければならない。

そのために，式 (13) を次のように微分化する。

$$\Delta\vec{X}_n=\Delta\vec{X}_{n,n}+\Delta\vec{H}_n=X(G_n-G_{n-1})\cdot\Delta\vec{\Gamma}_n/\Delta G_n$$
$$-\sum_{i=1}^{n-1}\{X(G_n-G_i)-X(G_{n-1}-G_i)]$$
$$-[X(G_n-G_{i-1})-X(G_{n-1}-G_{i-1})]\}$$
$$\times\Delta\vec{\Gamma}_i/\Delta G_i=X_G(V_0\cdot\Delta G_n)\cdot\Delta G_n$$
$$\times\left\{\frac{\Delta\vec{\Gamma}_n}{\Delta G_n}-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{[X_G(G_{n-1}-G_i+V_1\cdot\Delta G_n)-X_G(G_{n-1}-G_{i-1}+V_2\cdot\Delta G_n)]}{X_G(V_0\cdot\Delta G_n)}\times\frac{\Delta\vec{\Gamma}_i}{\Delta G_i}\right\} \qquad (13\,b)$$

ここに，V_0, V_1, V_2 は $0<V_0<1$, $0<V_1<1$, $0<V_2<1$ なる係数で，$X_G\equiv dX(G)/dG$ である。

一般に ΔG_i $(i=1,2,\cdots,n)$ を小さくすれば，$V_0\approx V_1\approx V_2\approx V$ は 0.5 に近づくので，式 (13 b) を次式で近似できる。

$$\Delta\vec{X}_n\fallingdotseq X_G(V\cdot\Delta G_n)\cdot\Delta G_n$$
$$\times\left\{\frac{\Delta\vec{\Gamma}_n}{\Delta G_n}-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{[X_G(G_{n-1}-G_i+V\cdot\Delta G_n)-X_G(G_{n-1}-G_{i-1}+V\cdot\Delta G_n)]}{X_G(V\cdot\Delta G_n)}\right.$$

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

$$\times\frac{\Delta\vec{\Gamma}_i}{\Delta G_i}\Big\}=X_G(V\cdot\Delta G_n)\cdot\Delta G_n\cdot\{\Delta\vec{\Gamma}_n/\Delta G_n+\vec{h}_n\} \tag{13c}$$

ここに,

$$\vec{h}_n=\Delta\vec{H}_n/|\Delta\vec{X}_{n,n}|=h_n\cdot\vec{h}_n/|\vec{h}_n|$$

$$=-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{[X_G(G_{n-1}-G_i+V\cdot\Delta G_n)-X_G(G_{n-1}-G_{i-1}+V\cdot\Delta G_n)]}{X_G(V\cdot\Delta G_n)}\cdot\frac{\Delta\vec{\Gamma}_i}{\Delta G_i}$$

$$=\sum_{i=1}^{n-1}\frac{[X_G(G_{n-1}-G_{i-1}+V\cdot\Delta G_n)-X_G(G_{n-1}-G_i+V\cdot\Delta G_n)]}{X_G(V\cdot\Delta G_n)}\cdot\frac{\Delta\vec{\Gamma}_i}{\Delta G_i} \tag{23}$$

$\vec{h}_n$ は応力履歴の影響による付加ベクトルで，$\Delta\vec{X}_{n,n}$ を単位ベクトル $\Delta\vec{X}_{n,n}/|\Delta\vec{X}_{n,n}|(=\Delta\vec{\Gamma}_n/\Delta G_n)$ とした時の応力履歴の影響率に相当する（**図-7** 参照)。$\vec{h}_n$ の大きさ h_n とその Y 軸からの方向角 α_{hn} は，次のように求められる。

$$h_n=\sqrt{h_{nX}{}^2+h_{nY}{}^2},\quad \alpha_{hn}=\arctan(h_{nX}/h_{nY}) \tag{24}$$

ただし,

$$h_{nX}=\frac{\sum_{i=1}^{n-1}[X_G(G_{n-1}-G_{i-1}+V\cdot\Delta G_n)-X_G(G_{n-1}-G_i+V\cdot\Delta G_n)]\cdot\sin\beta_{\Gamma i}}{X_G(V\cdot\Delta G_n)}$$

$$h_{nY}=\frac{\sum_{i=1}^{n-1}[X_G(G_{n-1}-G_{i-1}+V\cdot\Delta G_n)-X_G(G_{n-1}-G_i+V\cdot\Delta G_n)]\cdot\cos\beta_{\Gamma i}}{X_G(V\cdot\Delta G_n)} \tag{25}$$

さて，式（13c）を X，Y 軸両方向の成分に分けて書くと,

$$\Delta X_n\cdot\sin\beta_{Xn}=X_G(V\cdot\Delta G_n)\cdot\Delta G_n\times(\sin\beta_{\Gamma n}+h_n\cdot\sin\alpha_{hn})$$

$$\Delta X_n\cdot\cos\beta_{Xn}=X_G(V\cdot\Delta G_n)\cdot\Delta G_n\times(\cos\beta_{\Gamma n}+h_n\cdot\cos\alpha_{hn}) \tag{26}$$

となる。この式より ΔG_n と $\beta_{\Gamma n}$ を解くと,

$$\Delta G_n=\frac{\Delta X_n}{X_G(V\cdot\Delta G_n)\cdot[SC+CS]}$$

$$\beta_{\Gamma n}=\beta_{Xn}+\arctan(SS/CS) \tag{27}$$

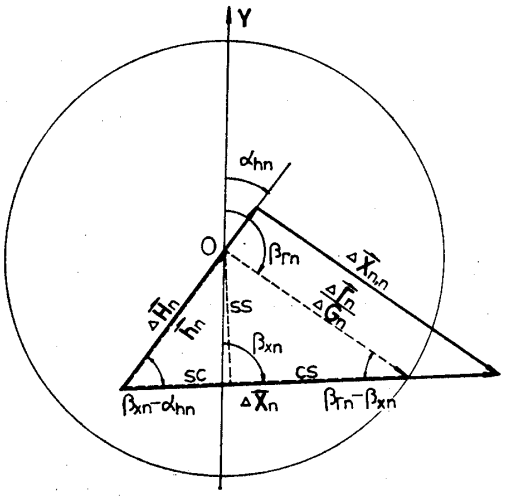


図-7 $\Delta\vec{X}_{n,n}$ の（あるいは $\Delta\vec{\Gamma}_n$ の）単位円

が得られる。**図-7** に示すように，SC は $\vec{h}_n$ の応力比増分（$\Delta\vec{X}_n$）方向の投影で，SS は $\vec{h}_n$ の応力比増分方向に垂直な方向の投影で，CS は単位ベクトル $\Delta\vec{X}_{n,n}/|\Delta\vec{X}_{n,n}|(=\Delta\vec{\Gamma}_n/\Delta G_n)$ の応力比増分方向の投影である。それらの値は，次の範囲を満足しなければならない。

$$-1\le SC=h_n\cdot\cos(\beta_{Xn}-\alpha_{hn})\le 1$$

$$-1\le SS=h_n\cdot\sin(\beta_{Xn}-\alpha_{hn})=\sin(\beta_{\Gamma n}-\beta_{Xn})\le 1$$

$$0\le CS=\sqrt{1-SS^2}=\cos(\beta_{\Gamma n}-\beta_{Xn})\le 1$$

$$-\frac{\pi}{2}\le\arctan(SS/CS)\le\frac{\pi}{2} \tag{28}$$

よって，せん断ひずみ増分 $\Delta\vec{\Gamma}_n$ の大きさ ΔG_n とその Y 軸からの方向角 $\beta_{\Gamma n}$ は式（27）より求められる。最後に，合せん断ひずみベクトル $\vec{\Gamma}_n$ は，次式で算定する。

$$\vec{\Gamma}_n=\vec{\Gamma}_{n-1}+\Delta\vec{\Gamma}_n \tag{29}$$

実際の計算においては，何回も（通常少なくとも2，3回は必要である）繰り返さなければならない（最初は $\Delta G_n=0$ とし，次回からは前回の計算より求められた ΔG_n を入れて計算する)。また，誤差の累積を防ぐため，まず計算されたせん断ひずみを用いて，基本式(12)（2.2 節参照）より実際に載荷した応力比 $\vec{X}_n$ を計算する。次に，この実際に載荷した応力比 $\vec{X}_n$ と載荷目標値の $\vec{X}_n'$ との差（計算誤差）を，次の載荷段階の応力比増分目標値 $\Delta\vec{X}_{n+1}'$ から差し引くことを行っている。数値計算のフローチャートを示せば，**図-8** のようである。なお，計算ステップが十分細かくなくて V が 0.5 に等しくない場合には，V は 0.5 の付近からいくつかの値を選んでそれぞれ計算し，それらの計算結果の中から全体的に $\vec{X}_n$ と $\vec{X}_n'$ の差が最小のものを取ることを

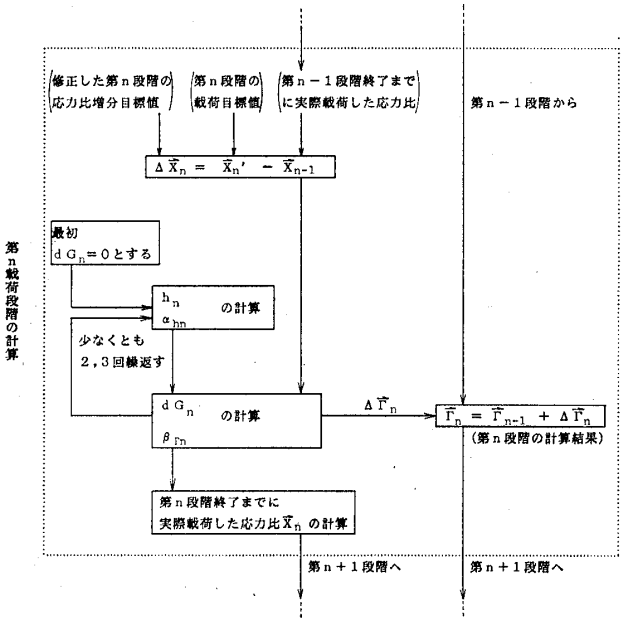


図-8 応力制御試験の解析の流れ

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

行っている。

3. 球モデルに基づいたダイレイタンシーの算定式

3.1 基本仮定

単純せん断面内の任意方向へせん断した時のダイレイタンシー ε_Z の算定式を次の基本仮定に基づいて誘導した。

イ）単純せん断面上での粒子間の接触関係を平均的に2つの球の接触関係とみなす（**図-9** 参照）。そして，単純せん断面上の単位面積における平均粒子間接触力をベクトル $\vec{T}$ で表し，その接点法線成分と接点切線成分をそれぞれ T_n と T_m で表す。一方，$\vec{T}$ は単純せん断面上での合応力ベクトルとみなされ，その Z, X, Y 軸方向の成分はそれぞれ $\sigma_Z, \tau_{ZX}, \tau_{ZY}$ に等しい。

ロ）単純せん断面内で一方向単調載荷のせん断をした時，平均的な粒子間摩擦係数 $\mu(=\tan\bar{\phi}_\mu=T_m/T_n)$ を累加せん断ひずみ G の双曲線型の関数と仮定して，次式で表す。

$$\mu(G)=\mu_m/[1+(F_1-1)\cdot G_{0s}/G] \qquad (30)$$

ここに，

$$F_1=\mu_m/\mu_{0s} \qquad (31)$$

μ_m は粒子間摩擦係数の平均的な最大値を意味し，双曲線の漸近線の G 軸からの距離となる。

ハ）単純せん断面内で任意方向へせん断した時，合粒子間摩擦係数ベクトル $\vec{M}(=\vec{T}_m/T_n)$ を合せん断・垂直応力比ベクトル $\vec{X}(=\vec{\tau}/\sigma_Z=(\vec{\tau}_{ZX}+\vec{\tau}_{ZY})/\sigma_Z)$ と類似した性格を持つものと仮定し，非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則を適用できるものとする。すなわち，次式が成り立つとする。

$$\vec{M}_n=\sum_{i=1}^{n}[\mu(G_n-G_{i-1})-\mu(G_n-G_i)]\cdot\Delta\vec{T}_i/\Delta G_i \qquad (32)$$

3.2 ダイレイタンシー ε_Z の算定式の誘導

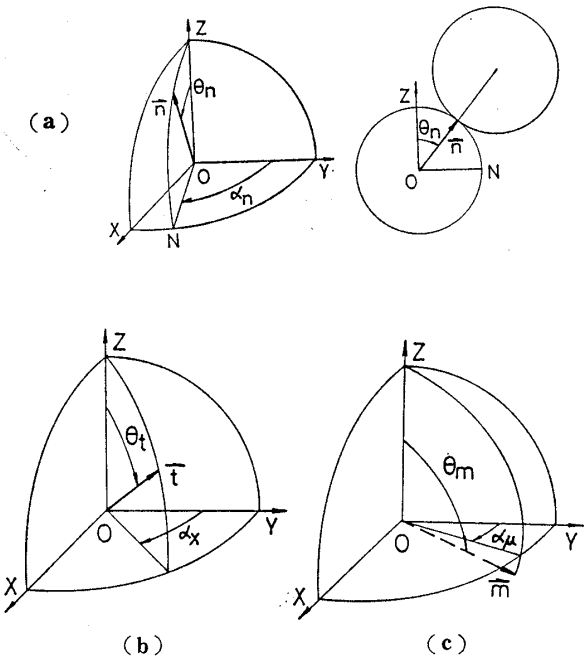
まず，接点の法線単位ベクトル $\vec{n}$，合応力ベクトル $\vec{T}$ とその単位ベクトル $\vec{t}$，合摩擦係数ベクトル $\vec{M}$ とその単位ベクトル $\vec{m}$ を球座標でそれぞれ次のように表す（**図-9** 参照）。

$$\vec{n}=\begin{pmatrix}\cos\theta_n\\ \sin\theta_n\cdot\sin\alpha_n\\ \sin\theta_n\cdot\cos\alpha_n\end{pmatrix} \qquad (33)$$

$$\vec{T}=\begin{pmatrix}\sigma_Z\\ \tau_{ZX}\\ \tau_{ZY}\end{pmatrix}=T\cdot\vec{t}=T\cdot\begin{pmatrix}\cos\theta_t\\ \sin\theta_t\cdot\sin\alpha_X\\ \sin\theta_t\cdot\cos\alpha_X\end{pmatrix} \qquad (34)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}\theta_t&=\tan^{-1}(X)=\tan^{-1}(\sqrt{X_{ZX}^2+X_{ZY}^2})\\ \alpha_X&=\tan^{-1}(X_{ZX}/X_{ZY})\end{aligned}\right\} \qquad (35)$$



(a) $\vec{n}$ の球座標
(b) $\vec{t}$ の球座標
(c) $\vec{m}$ の球座標

図-9 $\vec{n}$, $\vec{t}$, $\vec{m}$ の球座標

$$\vec{M}=\tan\bar{\phi}_\mu\cdot\vec{m}=M\cdot\vec{m}=M\cdot\begin{pmatrix}\cos\theta_m\\ \sin\theta_m\cdot\sin\alpha_\mu\\ \sin\theta_m\cdot\cos\alpha_\mu\end{pmatrix} \qquad (36)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}\bar{\phi}_\mu&=\tan^{-1}(M)\fallingdotseq\tan^{-1}(\sqrt{M_X^2+M_Y^2})\\ \alpha_\mu&=\tan^{-1}(M_X/M_Y)\end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

次に，**図-9**（a），（b），（c）を**図-10** のように重ねて描けば，$\vec{n}$, $\vec{t}$, $\vec{m}$ は閉じたベクトル三角形を形成するので，$\vec{t}$ と $\vec{m}$ との内積式

$$\cos\theta_m\cdot\cos\theta_t+\sin\theta_m\cdot\sin\theta_t\cdot\cos(\alpha_\mu-\alpha_X)\sin\bar{\phi}_\mu \qquad (38)$$

より，合摩擦係数単位ベクトル $\vec{m}$ の傾斜角 θ_m は，次式で与えられる。

$$\tan\left(\frac{\theta_m}{2}\right)=\frac{\sin\theta_t\cdot\cos(\alpha_\mu-\alpha_X)+\sqrt{\cos^2\bar{\phi}_\mu-\sin^2\theta_t\cdot\sin^2(\alpha_\mu-\alpha_X)}}{\sin\bar{\phi}_\mu+\cos\theta_t} \qquad (39)$$

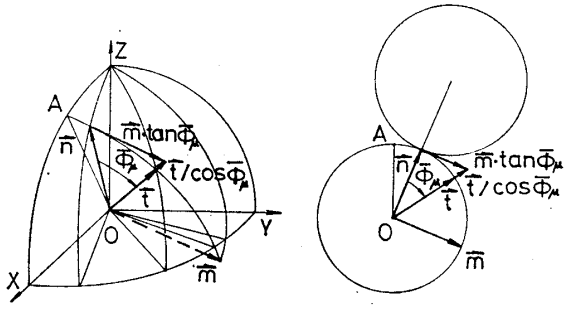


図-10 閉じたベクトル三角形

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

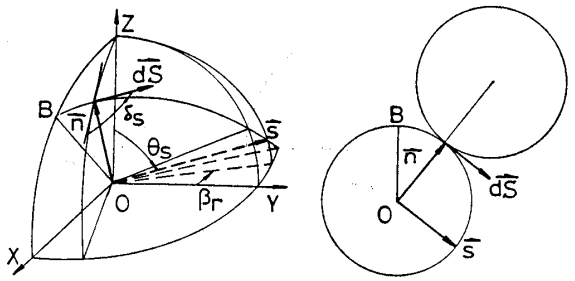


図-11 $\vec{s}$の球座標

また，つり合い式

$$\vec{n}=(\vec{t}-\vec{m}\cdot\sin\bar{\phi}_\mu)/\cos\bar{\phi}_\mu \qquad (40)$$

より，接点法線単位ベクトル $\vec{n}$ の傾斜角 θ_n と方向角 α_n は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}\tan\theta_n&=\frac{\sqrt{\cos^2\bar{\phi}_\mu-(\cos\theta_t-\cos\theta_m\cdot\sin\bar{\phi}_\mu)^2}}{\cos\theta_t-\cos\theta_m\cdot\sin\bar{\phi}_\mu}\\ \tan\alpha_n&=\frac{\sin\theta_t\cdot\sin\alpha_X-\sin\theta_m\cdot\sin\alpha_\mu\cdot\sin\bar{\phi}_\mu}{\sin\theta_t\cdot\cos\alpha_X-\sin\theta_m\cdot\cos\alpha_\mu\cdot\sin\bar{\phi}_\mu}\end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

合ひずみ増分ベクトル $\vec{dS}$ とその単位ベクトル $\vec{s}$ も球座標で表すと，

$$\vec{dS}=\begin{pmatrix}d\varepsilon_Z\\ d\gamma_{ZX}\\ d\gamma_{ZY}\end{pmatrix}=|\vec{dS}|\cdot\vec{s}=|\vec{dS}|\cdot\begin{pmatrix}\cos\theta_s\\ \sin\theta_s\cdot\sin\beta_r\\ \sin\theta_s\cdot\cos\beta_r\end{pmatrix} \qquad (42)$$

となる。また，$\vec{dS}$ の平均粒子間接触面の最大傾斜方向となす角度を δ_s で表すと，単位ベクトル $\vec{s}$ は次のようにも表現される（図-11 参照）。

$$\vec{s}=\begin{pmatrix}-\sin\theta_n\cdot\cos\delta_s\\ \cos\theta_n\cdot\cos\delta_s\cdot\sin\alpha_n-\sin\delta_s\cdot\cos\alpha_n\\ \cos\theta_n\cdot\cos\delta_s\cdot\cos\alpha_n+\sin\delta_s\cdot\sin\alpha_n\end{pmatrix} \qquad (43)$$

式（42）と式（43）より，ひずみ増分比は

$$d\varepsilon_Z/dG=-\tan\theta_n\cdot\cos(\alpha_n-\beta_r) \qquad (44)$$

となる。したがって，ダイレイタンシー ε_Z は最終的に次式で算定される。

$$\varepsilon_Z=-\int\tan\theta_n\cdot\cos(\alpha_n-\beta_r)\cdot dG \qquad (45)$$

この式より，ダイレイタンシーは，接点の傾斜角 θ_n によるだけでなく，接点の方向角 α_n とせん断ひずみ増分の方向角 β_r とのずれ角（$\alpha_n-\beta_r$）にも関係するのが分かる。

なお，一方向繰返しせん断の場合には，式（44）は次式のように変形できる。

$$\frac{d\varepsilon_Z}{d\gamma}=\tan(\bar{\phi}_\mu-\theta_t)=\frac{M-X}{1+M\cdot X}=Y \qquad (46)$$

この式を変換すれば，いくつかの等価式が得られるが，次にそれらを列挙する。

$$X=\frac{M-Y}{1+M\cdot Y}=\frac{\tau}{\sigma_Z}=\tan\theta_t \qquad (46\,a)$$

$$Y=\frac{M-X}{1+M\cdot X}=\frac{d\varepsilon_Z}{d\gamma}=\cot\theta_s=-\tan\theta_n \qquad (46\,b)$$

$$M=\frac{X+Y}{1-X\cdot Y}=-Z=\tan\bar{\phi}_\mu \qquad (46\,c)$$

$$X+Y+Z=X\cdot Y\cdot Z \qquad (46\,d)$$

$$(1+M\cdot X)\cdot(1+M\cdot Y)=1+M^2=\sec^2\bar{\phi}_\mu \qquad (46\,e)$$

式（46 d）より，X, Y, Z の3変数は全く対称な関係にあり，式（46 e）より，M=一定とすれば，X と Y は双曲線関係となるのが分かる。

3.3 平均粒子間摩擦係数の仮定の根拠について

上述のダイレイタンシーの算定式の基礎とした球モデルは，徳江[5]や中井ら[6]の論文を参考にしたものであるが，彼らの球モデルとの最も顕著な違いは平均粒子間摩擦係数についての考え方にある。すなわち，彼らの場合は粒子間摩擦係数 μ を定数とし，常にひずみ増分方向と一致するとしているのに対して，ここでは粒子間摩擦係数 μ を変数として，その絶対値が常にある最大値 μ_m より小さく，一般にはひずみ増分方向とずれるとしている。なぜならば，本提案法の立場からみると，単純せん断面間の粒子間接触力は様々な方向に働いており，あるせん断ひずみ増分を与えられた瞬間に粒子は全部同時にその同じ方向へすべるのではなく，ひずみ増分方向と異なる方向へすべる粒子もあれば，すべらない粒子も含んでいると考えられる。したがって，粒子間摩擦係数の平均値は常にその最大値 μ_m より小さいと考えられ，同一方向へせん断を続けるにつれて，ひずみ増分方向と一致する方向へすべる粒子の割合が増加し，μ の平均値が増大していくと考えられる。そこで，せん断前の対称性に対応する μ の初期値が0に等しい条件と最大圧縮点の $d\varepsilon_Z/d\gamma=0$ に対応する μ が μ_{0s} に等しい条件とを加えて，μ を双曲線型の関数と仮定した。また，μ は単純せん断面内に働いている接触力の接点切線成分と接点法線成分との比 T_m/T_n として表され，せん断・垂直応力比 $X=\tau/\sigma_Z$ と類似した性格を持っているので，本提案の「非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則」が適用されるとした。ただ，合応力比 $\vec{X}$ が単純せん断面内のベクトルであるのに対して，合摩擦係数 $\vec{M}$ が一般には単純せん断面から傾斜しており，平均的な粒子間接触面内にあるので，単純せん断面内で重合わせてから傾斜した面に適用することは数学上厳密とは言えない（そのため，式（37）に近似等号を付けている）。しかし，通常接点の傾斜角 θ_n は高々 10 数度程度であるので，それによる最大可能誤差は数パーセント程度である。

以上の考え方は，粒子間摩擦係数 μ を直接に測定することが難しいので，実測値より証明することができないようである。しかし，一方向繰返しせん断の場合，式（46 c）を用いれば，応力比 X とひずみ増分比 Y の実測値か

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

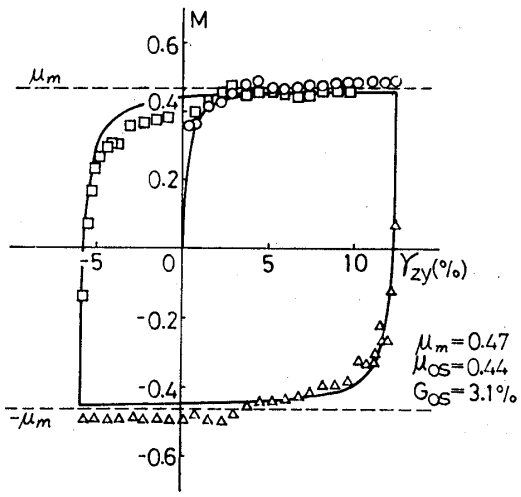


図-12　一直線上両振り繰返しせん断時の粒子間摩擦係数

ら，粒子間摩擦係数Mを逆算することができるので，これを上記の仮定によるMの計算曲線と比べて，ここでの考え方の傍証とする。

図-12 のプロットは，一直線上両振り繰返しせん断試験（図-14 と同じ試験）の応力比 $X=\tau/\sigma_Z$ とひずみ増分比 $Y=d\varepsilon_Z/d\gamma$ の実測値から式（46c）により逆算した粒子間摩擦係数 M を示している。これより，ここでの粒子間摩擦係数についての仮定はほぼ正しいと考えられる。同図には，式（30)〜式（32）による解析結果も実線で示している。

4.　解析例と実験による検証

応力比の重合わせの基礎式（21）より分かるように，一方向単調載荷時の応力・ひずみ関係を表すためには，μ_s'，μ_{os}，G_{os} なる3つの土質パラメーターを必要とする。「非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則」を適用して任意方向へせん断した時の応力・ひずみ関係を求めるには，パラメーターの数を増やす必要はない。しかし，球モデルによりダイレイタンシーを求める場合には，粒子間摩擦係数の計算が必要であるので，第4の土質パラメーター μ_m を必要とする。なお，応力比の最大値を制限するために，破壊時の応力比 X_f を必要とする場合もある。

この4個ないし5個の土質パラメーターは，原則として，一方向単調載荷の単純せん断試験より求めることができる。詳述すれば，次の手順で求められる。

1）　ダイレイタンシーの実験曲線より，G_{os} は直接見い出される。X_f も破壊時の応力比より直接求められる。

2）　応力比〜ひずみ増分比関係と応力比〜ひずみ比関係より，μ_{os} と μ_s' が求められる（ただし，本文中の応力比の重合わせ基礎式（21）が式（20）と少し違うので，μ_s' は応力比〜ひずみ比関係から求めたものより少し大きいようである)。

3）　応力比 X とひずみ増分比 Y の実測値から，式（46c）によって逆算した粒子間摩擦係数 M の値を用いて，双曲線の仮定より μ_m と μ_{os} が求められる。

4）　2)，3）より求めた μ_{os} の値が異なる場合には，パラメーター全体をながめて調整する。

5）　以上の方法より得たパラメーターの値を用いて計算し，実測値と比較して，適切なパラメーターの値を決定する。

本文中の解析に用いたパラメーターの値は，以上の手順で決定されたものであり，$X_f=0.71$，$\mu_s'=0.63$，$\mu_m=0.47$，$\mu_{os}=0.44$ としたが，G_{os} は間隙比や粒子構造を反映するパラメーターであるので，実験によって少々異なり，その値は各解析例の図中に示している。

次に，各種単純せん断試験の解析例を示す。

図-13 は，せん断ひずみ振幅がそれぞれ 2.5%，5%，10%，20% の場合の一直線上両振り繰返しせん断試験の応力・ひずみ関係（解析値）を示している。図-14 は，ある一直線上の両振り繰返しせん断試験の実測値と解析値の比較を示したものである。図-14(a）は応力比・せん断ひずみ・ダイレイタンシー関係で，図-14(b)は応力比・ひずみ増分比関係で，図-14(c）は応力比・ひずみ比関係である（前記の図-12 は本例のデータによったものである)。

図-15 は，$\beta=45°$，90°，135° の場合の2段階の折線ひずみ経路試験（前記の図-3 は本例の $\beta=90°$ のデータによったものである）の応力経路の解析値と実測値の比較を示している。図-16 は，$\alpha=0°$，45°，90°，135°，180° の場合のひずみ振幅 5% の半径方向繰返しせん断試験（実測値は $\alpha=0°$，45° の場合だけ）の結果を示している。図-16(a)は応力経路を，図-16（b）は合応力比 X・累加せん断ひずみ G 関係を示している。

図-17 と図-18 はともに半径 5% の円形ひずみ経路のせん断試験の結果を示したものである。各々その第1，第3載荷はともに半径方向直線経路であり，第2載

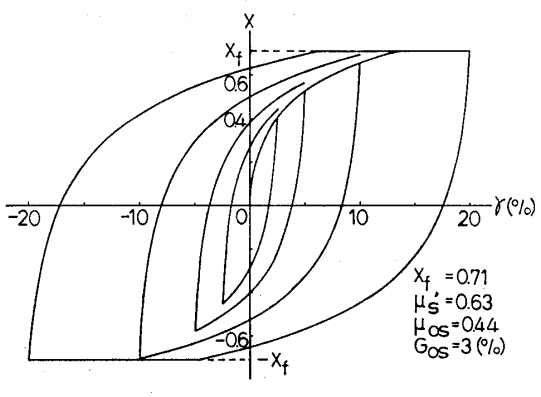
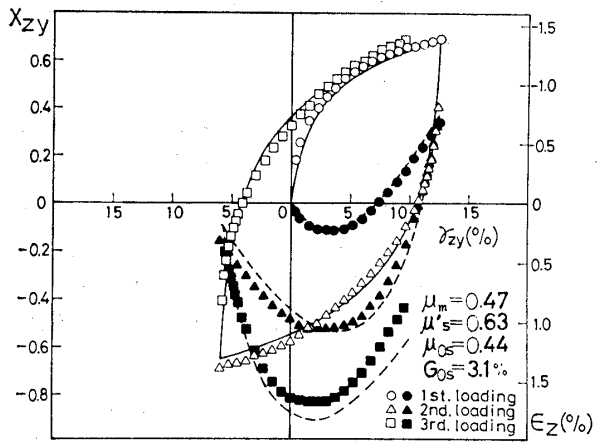


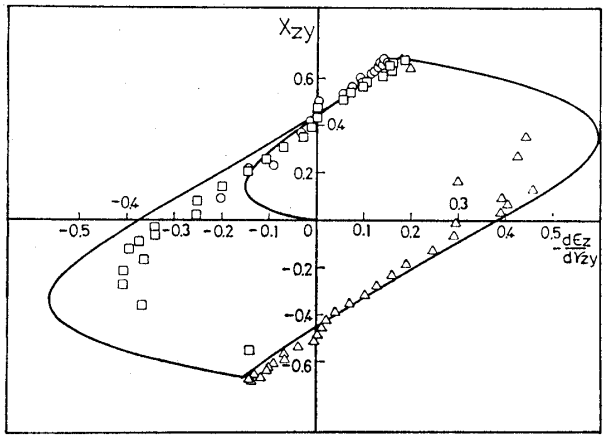
図-13　一直線上両振り繰返しせん断の解析

NII-Electronic Library Service

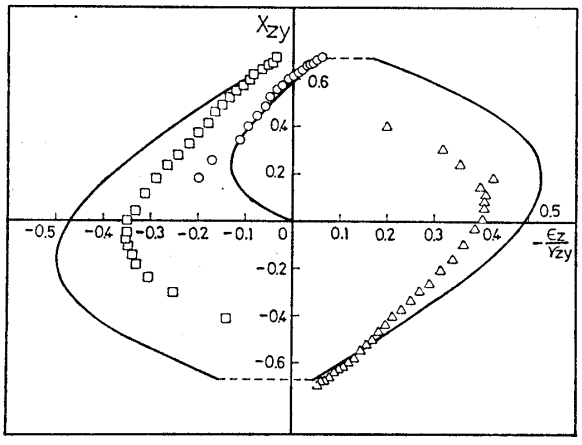
The Japanese Geotechnical Society



（a） 応力比・せん断ひずみ・ダイレイタンシー関係



（b） 応力比・ひずみ増分比関係



（c） 応力比・ひずみ比関係

図-14 一直線上両振り繰返しせん断試験の解析値と実測値

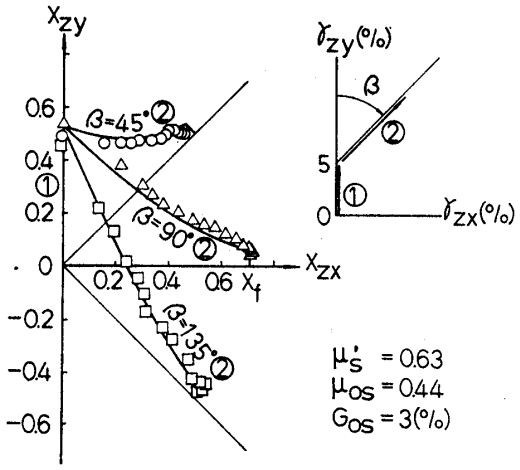
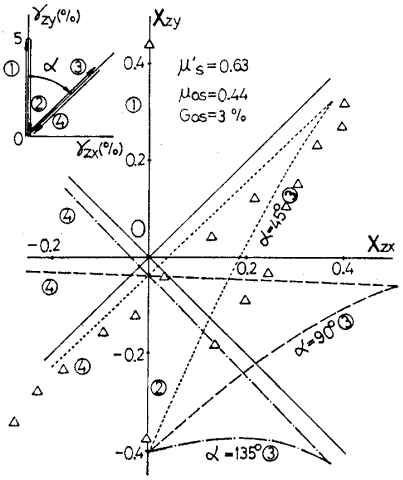
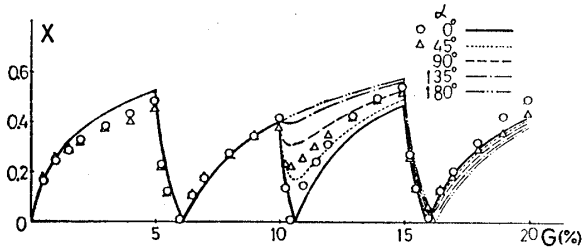


図-15 二段階折線ひずみ経路のせん断試験における応力経路の解析値と実測値



（a） 応力経路



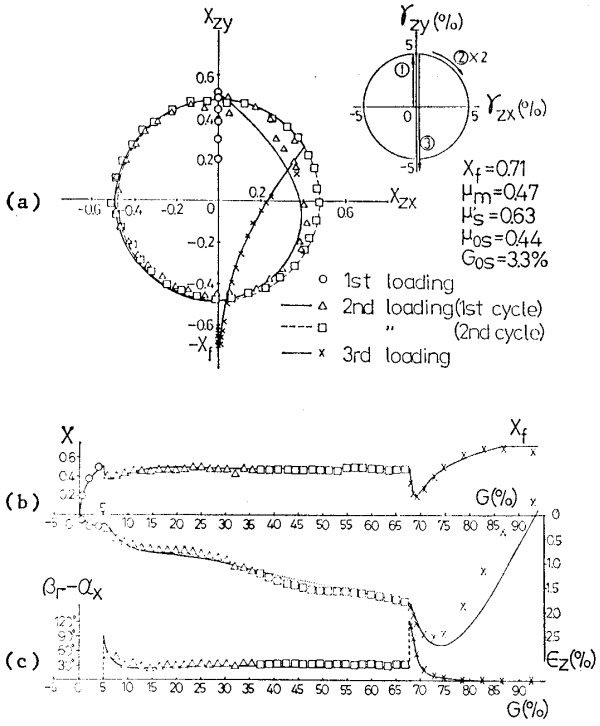
（b） 合応力比・累加せん断ひずみ関係

図-16 半径方向繰返しせん断試験の解析値と実測値

荷は円に沿って2周回す経路である。なお，両試験の差は第1載荷のせん断ひずみがそれぞれ 5% と 10% であるだけであり，前者は，原点を中心とし，後者はひずみ円の中心が原点とずれる片振りせん断である。したがって，前者の $G=-5\%$ 点を後者の $G=0$ の点に一致させると，両者の応力・ひずみ関係（図-17（b）と図-18（b）参照）の各載荷段階の終点は対応するようになる。各々（a）図は応力経路を，（b）図は合応力比X・累加せん断ひずみG・ダイレイタンシー ε_z 関係を，（c）図は合応力比方向とせん断ひずみ増分方向とのずれ角（$\beta_r-\alpha_X$）・累加せん断ひずみ G 関係を示している。本解析法によると，両試験の応力・ひずみ関係は累加せん断ひずみGが増加するにつれて，最初のせん断履歴の差を徐々に忘れてしまうため，最終的には一致するようになる。すなわち，ひずみ経路円の半径が同じなら，その中心位置にかかわらず，最終的に同じ応力経路円となるという解析結果が得られる。実測値によれば，このような傾向がある程度示されているが，片振りせん

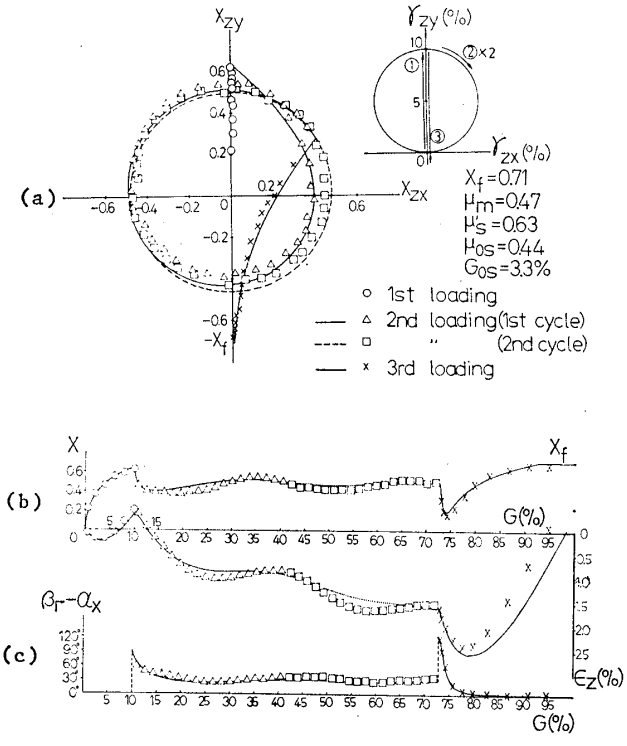
NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society



（**a**） 応力経路
（**b**） 合応力比・累加せん断ひずみ・ダイレイタンシー関係
（**c**） ずれ角（$\beta_r-\alpha_x$）・累加せん断ひずみ G 関係

図-17 円形ひずみ経路せん断試験の解析値と実測値（中心が原点と一致する場合）



（**a**） 応力経路
（**b**） 合応力比・累加せん断ひずみ・ダイレイタンシー関係
（**c**） ずれ角（$\beta_r-\alpha_x$）・累加せん断ひずみ G 関係

図-18 円形ひずみ経路せん断試験の解析値と実測値（中心が原点とずれる場合）

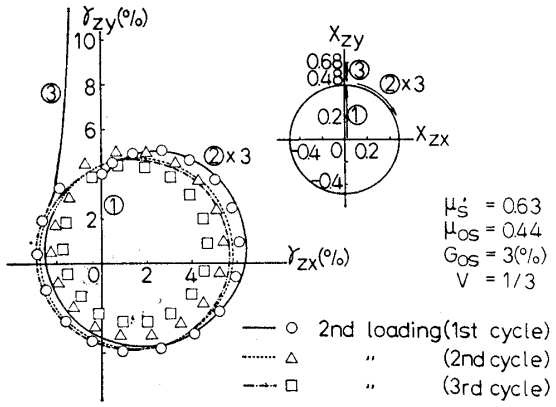


図-19 円形応力経路せん断試験せん断ひずみ経路の解析値と実測値

断の場合には解析値ほど早く落ち着いていない。これは第1載荷時の応力履歴の影響が本解析法の予測より長く続くことを示唆しており，せん断による体積変化に伴うひずみ硬化（あるいは，ひずみ軟化）のためと考えられる。

図-19 は，半径 $X=0.48$ の円形応力経路のせん断試験のせん断ひずみ経路の解析値と実測値（実測値は第3載荷なし）の比較を示している。実測値は半径が徐々に小さくなっていくのに対して，解析値は最初の段階では半径の減少をある程度示しているが，その後はほぼ一定の半径で進行しており，ある一定のひずみ経路円へ落ち着く傾向が見られる。これも本提案法では上述のひずみ硬化（軟化）特性を考慮していないためと考えられる。

図-20 は，半径 5% の2個の円を組み合わせた8字形ひずみ経路のせん断試験の解析値と実測値の比較を示している。（**a**）図は応力経路を，（**b**）図は合応力比・累加せん断ひずみ・ダイレイタンシー関係を，（**c**）図は合応力比方向とせん断ひずみ増分方向とのずれ角・累加せん断ひずみ関係を，（**d**）図は合応力比・ひずみ増分比関係を示したものである。

5. あ と が き

本論文の要点をまとめれば次のとおりである。

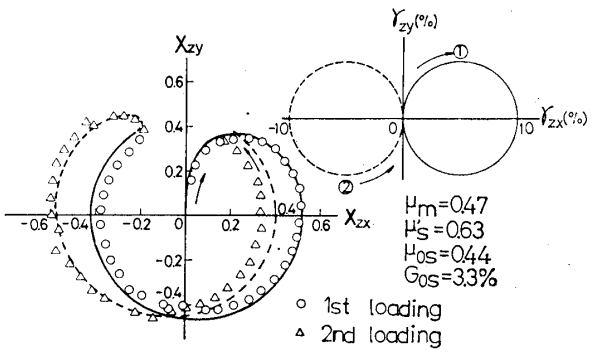
1） 水平面内で任意方向へせん断したときの砂の応力・ひずみ関係は，本文中で提案している「非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則」によって，一方向単調載荷の単純せん断試験の応力・ひずみ関係だけから，パラメーターをふやすことなく算定できる。

2） そのときの粒子間摩擦係数も応力比と類似な特性を持つものと見なし，累加せん断ひずみの関数として，「非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則」を適用して同様に算定できる。

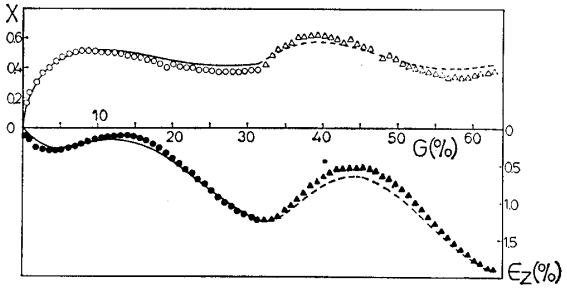
3） そのときのダイレイタンシーは，本文中で提案している「球モデルに基づいたダイレイタンシーの算定

NII-Electronic Library Service

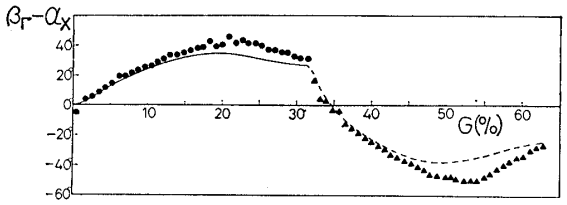
The Japanese Geotechnical Society



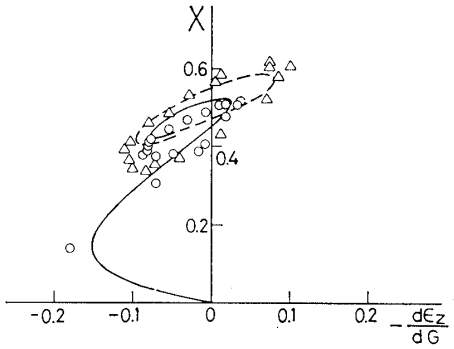
（a） 応力経路



（b） 合応力比・累加せん断ひずみ・ダイレイタンシー関係



（c） ずれ角 $(\beta_f-\alpha_x)$・累加せん断ひずみ G 関係



（d） 合応力比・ひずみ増分比関係

図-20 8字形ひずみ経路せん断試験の解析値と実測値

式」により計算できる。

4） 本提案法の「非線形応力・ひずみ関係への重合わせ法則」はせん断による体積変化に伴うひずみ硬化（軟化）特性を考慮していないので，そのような現象が顕著な場合には誤差が生じると想像される。したがって，この重合わせ法則は厳密にいえば第1次近似的な法則と考えられる。

謝　辞

本研究は，第1著者が中国政府の派遣する研究留学生として，名古屋工業大学に留学中に行ったものである。御指導御援助を頂いた本学山内利彦教授に心から謝意を表します。また，実験等で御援助頂いた本学竹田一夫助手（現・愛知県庁），大学院生福武毅芳君（現・清水建設），製図等を手伝って頂いた技官 市川 衛君にも 感謝致します。

参 考 文 献

1）竹田一夫・松岡　元・福武毅芳（1983）：水平面内全方向単純せん断試験機による砂の繰返しせん断特性，「第 38 回土木学会講演概要集」，第3部，Ⅲ—22，pp. 43～44.

2）松岡　元・竹田一夫・福武毅芳・宮林辰雄・森山幸司（1984）：任意方向単純せん断試験における砂の応力・ひずみ挙動，「第 19 回土質工学研究発表会」，2分冊の 1，No. 118，pp. 277～278.

3）Matsuoka, H. and Geka, H. (1983) : "A stress-strain model for granular materials considering mechanism of fabric change," Soils and Foundations, Vol. 23, No. 2, pp. 83-97.

4）陳　越・松岡　元（1984）：重ね合せ法則を用いた任意方向単純せん断試験の解析，「第 19 回土質工学研究発表会」，2分冊の 1，No. 139，pp. 333～336.

5）Tokue, T. (1979) : "A stress-dilatancy model of granular material under general stress condition," Soils and Foundations, Vol. 19, No. 1, pp. 63-80.

6）中井照夫・三原泰司（1984）：任意三次元応力経路下の砂のせん断挙動とその解析，「土木学会論文集」，第 346 号，Ⅲ—1，pp. 87～96.

7）陳　越・松岡　元（1984）：球モデルと重ね合せ法則に基づいた任意方向単純せん断試験の解析，「第 39 回土木学会講演概要集」，第3部，Ⅲ—26，pp. 51～52.

NII-Electronic Library Service