

逆解析手法を用いた被圧帯水層における揚水試験結果の解析方法

(Parameter Identification Procedures of Pumping Test Data in
Confined Aquifers)

河 野 伊 一 郎ⁱ⁾ (Ichiro Kono)
西 垣 誠ⁱⁱ⁾ (Makoto Nishigaki)
竹 下 祐 二ⁱⁱⁱ⁾ (Yuji Takeshita)

キーワード：原位置試験／揚水試験／逆解析／浸透
／地下水 (IGC : C 8/D 4/E 7)

1. ま え が き

近年、地下水の挙動を定量的に把握する方法として、有限要素法等による数値解析手法が用いられることが多い。この際に、入力データとして最も重要となるのは帯水層定数（透水係数、貯留係数等）である。これらの定数を原位置にて決定する調査法として、揚水試験が実施されている。

一般に、揚水試験結果の解析手法としては、井戸理論より導かれた Theis の方法、あるいはその近似解である Jacob の方法がよく用いられるが、これらの方法は帯水層の構成や試験条件に対して、単純化した仮定条件を基に導かれたものである。しかしながら、実際の揚水試験ではこのような理想的な諸条件が満足されることは極めて希であり、帯水層の状態や試験条件に対して次のような制約条件に遭遇するのが普通である。

a) 帯水層は一般に有限で、層厚、堆積標高が変化に富み、不均質、異方性を有する。また、砂層と礫層の互層あるいはシルト層を含んでいるなど複合帯水層である場合が多い。

b) 地表水や既設井戸、降雨浸透の影響等の複雑な境界条件を有する。

c) 揚水井の半径は有限である。

d) 帯水層が厚かったり、帯水層厚が把握できないために、完全貫入を満足した揚水井を設置し難い。

e) 一定揚水流量を維持することが困難な場合がある。

したがって、これらの制約条件のために理想的な試験条件が満足されず、従来の理論的な解析手法では帯水層

表-1 揚水試験結果の解析手法の改良

- (1) 異方性地盤についての解析¹⁾
- (2) 帯水層の広がりがある場合の解析²⁾
- (3) 揚水井の半径を考慮した解析^{3), 4)}
- (4) 不完全貫入井による揚水試験結果の解析⁵⁾
- (5) 帯水層の上下層からの漏水を考慮した解析⁶⁾
- (6) 帯水層厚の算定法^{7), 8)}

定数の算出が困難な場合が多い。

このような観点から、揚水試験結果の解析に関する従来の研究は、表-1 に示すように上記に示した制約条件下での揚水試験結果の処理方法を目的としてなされてきた^{1)~7)}。しかし、誘導された理論解が複雑であったり、図解法を必要とするなど必ずしも解析は容易ではない。また、現時点においては、複数の制約条件が同時に存在する場合の解析手法は得られていない。したがって、実際の種々の試験条件を十分考慮することのできる解析手法が必要である。

近年、複雑な条件下において平面的な帯水層定数を求める手法として、逆解析手法に関する研究が報告されつつある。代表的な研究として、Frind らによる帯水層定数を未知数として浸透方程式を逆定式化し解を求める直接法⁹⁾、あるいは、Neuman らの数値解析手法と最小二乗法等の探索法を組み合わせた間接法を用いた研究⁹⁾が挙げられる。Yeh はこのような最近の逆解析に関する研究のレビューを行い、間接法は直接法に比べて計算時間が必要であるが、汎用性の点で有利であるため、現在、逆解析法の主流であることを論じている¹⁰⁾。わが国においても、中屋らは準三次元浸透解析手法を用いて多層地盤の透水係数の推定を行い¹¹⁾、大西ら¹²⁾、青木ら¹³⁾は不均質地盤の問題への展開を行っている。また、平野は、カルマンフィルターを用いて解析領域内の最適な透水量係数と非定常水頭の空間分布の推定を行っている¹⁴⁾。

このように、平面的な帯水層定数の分布を決定する手法に関しては多くの研究がなされているが、揚水試験のように鉛直断面方向における帯水層定数の分布に関する研究は極めて少ない。

揚水試験のように地下水にインパクトを与え、その反

i) 岡山大学工学部 教授 (岡山市津島中 3-1-1)

ii) 岡山大学工学部 助教授

iii) 岡山大学工学部 助手

(1988. 7. 13 原稿受付・討議期限 1990. 1. 1, 要請があれば1か月の
期限延長可能)

応を観測井において計測した結果から帯水層定数を調査する方法は、平常状態での平面的な帯水層の分布を知る方法と異なり、局所的な掘削の際の排水設計や地下水低下の予測に極めて重要である。また、従来の平面的な逆解析では、流量が既知でないために透水係数 k と比貯留係数 S_s の値が k/S_s の比でしか同定できなかったが、揚水試験では揚水流量が既知であるため、これらを簡単に分離して個々に求めることができる利点がある。

本研究では、前述した種々の制約条件下での揚水試験結果から帯水層定数の算定法を確立することを目的として、被圧帯水層における揚水試験結果の解析方法に対する逆解析手法の適用について論述する。また、揚水試験を実施する際に問題となる揚水時間、および観測井の配置についても検討する。

2. 逆解析法を用いた揚水試験の解析方法

2.1 間接法による逆解析手法

本解析方法では定式化が容易であり、汎用性にすぐれた間接法を採用した。一般に、間接法による逆解析手法においては、観測データの中で最も信頼性の高い地下水頭値を用いて、次式で示される重み付き残差平方和 $R(\alpha)$ を最小にするパラメータ α を見出す手法が用いられる。

$$R(\alpha) = \sum_{j=1}^n w_j \{y_j - Y_j(\alpha)\}^2 \quad (1)$$

ここに、

y_j : 観測水頭値, $Y_j(\alpha)$: 計算水頭値,

α : 未知パラメータ(帯水層定数); $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_m)$,

w_j : 重み, n : 観測データ数, m : 未知パラメータ数

ただし、測定値はすべて同程度の誤差を含むと考え、重みは $w_j=1$ とする。

式(1)における $Y_j(\alpha)$ は仮定されたパラメータ α における数値解析値であり、ここでは有限要素法による非定常浸透解析手法⁴⁾を用いて算出するが、 $Y_j(\alpha)$ が α に対して非線型の関係を持つため、式(1)の解法には非線型最小二乗法を用いる必要がある。非線型最小二乗法の解法としては、Davidon-Fletcher-Powell の可変計量法、共役勾配法、シンプレックス法等様々な方法が知られている。しかし、一般的には式(1)が二乗和の形をしていることを積極的に利用した方法のほうが収束も早く精度も良い。このような手法として Gauss-Newton 法が代表的であるが、Gauss-Newton 法の収束性を改良、変形した手法に Marquardt 法があり、次式で示される。

$$[A^T \cdot A + \lambda \cdot I] \cdot \Delta \alpha = A^T (y - Y) \quad (2)$$

$$\alpha^{K+1} = \alpha^K + \Delta \alpha^K \quad (3)$$

ここに、

$$A^{[n \times m]}: \frac{\partial Y_i}{\partial \alpha_j} \text{ を成分とするヤコビアン行列 } (i=1 \sim$$

$n, j=1 \sim m)$, K : 反復計算ステップ, $\Delta \alpha^{[m]}$: 未知パラメータの修正ベクトル, $I^{[m \times m]}$: 単位行列, λ : 0 以上の数 (Marquardt パラメータ)

上式(2)は Gauss-Newton 法の正規方程式の係数行列の対角要素に、 λ なるパラメータを付加項として加えたものにはかならない。つまり $\lambda=0$ ならば Gauss-Newton 法そのものであり、また $\lambda \rightarrow \infty$ とすると最急降下法 (Method of Steepest Decent) となる。すなわち、Marquardt 法は両者の折衷と言える方法であり、(2)式にて、残差平方和を最小にする反復過程においては、解から遠く離れ、非線型性の影響が大きい場合には λ を大きくすることによって最急降下法のように振舞い、解に近づくにつれて λ を小さくしていくことにより Gauss-Newton 法のように振舞うため、安定、かつ早く解を求めることができる。しかしながら、 λ パラメータの調節法は難解であり、Marquardt 法における難点とされている。本解析方法では、非線型最小二乗法の解法として、 λ パラメータの調節法に Fletcher の提案したアルゴリズムを用いた修正 Marquardt 法を採用した¹⁵⁾。また、ヤコビアン行列 A の成分は、数値微分法を用い前進差分にて算出した。

2.2 未知パラメータの設定

一般に対象とする地盤は不均質であるが、逆解析手法において地盤の不均質性を細かく考慮することは未知パラメータの数をいたずらに増加させることになりかねない。そこで本研究では、平面方向の不均質性の度合を考慮することは今後の課題とし、揚水試験の影響圏内を軸対称領域と近似して地盤のモデル化を行うことにする。そして、解析対象帯水層を被圧帯水層に限定し、帯水層の上下層方向の不均質性の度合を考慮することに重点を置き、現場にて頻繁に遭遇する多層帯水層地盤の問題を取り扱うことにする。よって、同定すべき未知パラメータは帯水層定数のうち透水係数と比貯留係数として、これらを同時に推定し、地層構成等の幾何学的な条件および外部水理境界条件は既知量として取り扱う。また、揚水井戸が不完全貫入状態にて揚水試験が行われた場合には、鉛直方向の地下水流れ成分の影響を利用して透水係数の異方性ならびに帯水層厚さの算定に関する検討も行う。無論、揚水井の井戸半径は有限として扱う。

2.3 収束判定および制約条件

非線型方程式の反復法による解法では、収束基準が問題となる。同定されたパラメータが式(1)において、最小値を与える最適値か否かの判定法として、本解析手法では残差平方和と未知パラメータの修正ベクトル $\Delta \alpha$ の値に着目して以下の条件により収束判定を行っている。

① 残差平方および残差平方和の値

(a) 各観測データに対して得られた残差平方値 S_i の内、最大値が許容値 ε_1 以内であること。

$$\max(S_1, S_2, \dots, S_n) \leq \varepsilon_1 \quad (4)$$

$$S_i = \{y_i - Y_i(\alpha)\}^2, (i=1 \sim n) \quad (5)$$

ここに、 ε_1 の値は揚水試験時の水頭計測精度から考えて、 $\varepsilon_1 = 1.0(\text{cm}^2)$ とした。

(b) 反復過程において残差平方和の値は減少状態にあり、前回から今回への減少量 ΔR が十分小さいこと。

$$\Delta R = R(\alpha^{K-1}) - R(\alpha^K) > 0 \quad (6)$$

$$\Delta R \leq n \cdot \varepsilon_1 \quad (7)$$

しかし、事実上収束していても、実際には丸め誤差等のために残差平方和が前回よりもわずかに増加することもあるため、

$$R(\alpha^K) \leq R(\alpha^{K-2}) \quad (8)$$

が成立している場合には、平方和が減少した場合と同じ扱いをしている。

② 未知パラメータの修正ベクトル変化量

$$\left| \frac{\Delta \alpha^K}{\alpha^K} \right| < \varepsilon_2 \quad (9)$$

これは、反復計算過程において各未知パラメータの修正ベクトル値の変化量が十分小さくなり、同定されたパラメータの値の変動幅がある一定値以内となった場合である。 ε_2 の値は帯水層定数の有効桁を小数点以下2桁程度と考えると、 $\varepsilon_2 = 10^{-2}$ と設定した。

本解析手法では、上記の3条件のいずれかが成立した場合に収束したと判定している。

また、繰り返し計算過程において同定されたパラメータの値の制約条件は、各種の土に対して報告されている値を参考にして、次のように与えた。

$$10^{-8} \leq k \leq 10^2 \quad (\text{cm/s}) \quad (10)$$

$$10^{-9} \leq S_s \leq 10^{-4} \quad (1/\text{cm}) \quad (11)$$

以上の制約条件が満足されない場合には、繰り返し計算を打ち切り、入力データの再考慮を行う。

本研究における解析手順を図-1 に示す。

3. 解析方法とその適用例

ここでは、解析例を通じて、本研究で提案する逆解析手法が揚水試験結果の解析に関して有効であるか否かを調べるとともに、帯水層定数を同定する際に解の精度に大きな影響を与える要因の検討を行う。そして、従来の理論的な解析方法では帯水層定数の算定が困難であった揚水試験例のうち、現地において比較的良く遭遇する例を取り上げ、本解析手法の適用を試みる。揚水試験データは、本来ならば実際に現地で行われたデータを用いるべきであるが、解析手法の妥当性を検討することができないため、ここでは、被圧帯水層モデル地盤において有限要素法による浸透解析手法によって得られたものを用

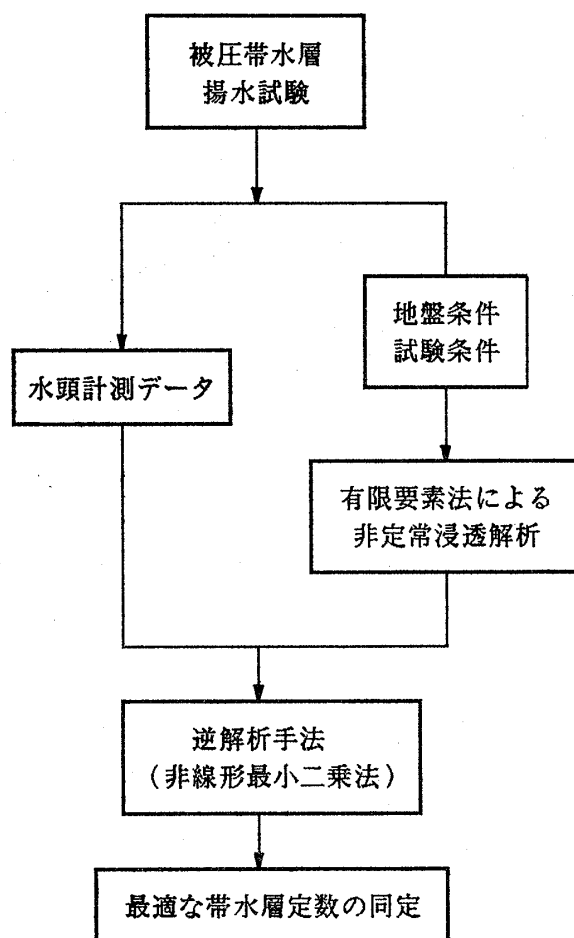


図-1 解析手順の概念図

いた。解析の精度上問題となる要素分割の大きさおよび非定常計算の時間ステップの設定の妥当性については、あらかじめ井戸径が無限小の完全貫入井戸問題をシミュレートし、その結果が非定常井戸理論解に一致することを確認することによって検証した。また、水位変動の計測は、その設置点での水頭変化を計測することを前提としている。現場においてこのような計測は、間隙水圧計の上下をシールしてそのポイントでの水位を計ることによって可能となる¹⁶⁾。

3.1 完全貫入揚水井による揚水試験

図-2 に示すように揚水井戸半径を考慮し、完全貫入揚水井にて実施された揚水試験モデルを用いて、帯水層定数を同定する際に、解の精度に大きな影響を与える要因となる項目に対する検討を行う。

(1) 観測井の空間分布

本研究では、揚水試験の影響圏内を軸対称領域と近似して地盤をモデル化しているため、観測点の水平分布としては、水位測定が充分かつ正確に行える点として、揚水井近傍に一点あれば十分であるが、実際の地盤への適用を考えた場合には、複数の観測点におけるデータを用い、解析対象帯水層の平均的な帯水層定数の同定を行うことが妥当であると考えられる。また鉛直分布に関して

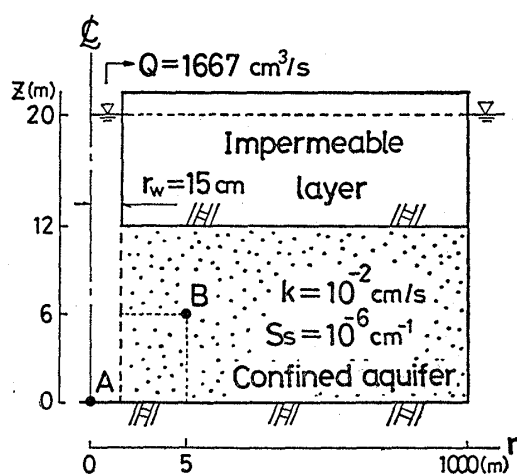


図-2 完全貫入揚水井による揚水試験モデル

は、揚水井が不完全貫入状態にて実施された揚水試験結果から鉛直方向の透水係数を同定する場合には、揚水による鉛直方向の地下水流成分を計測できる点として、揚水井戸底部近傍に計測点を設けることが必要となる。また、Hantush⁵⁾ は不完全貫入揚水井が水位変動に与える影響範囲は、揚水井戸からの距離 r が帯水層厚さ D に対して $r \leq 1.5D$ の範囲であると指摘しており、このことから水位計測点を揚水井近傍に設けるべきである。

また、浸透解析において、揚水井は水位が経時的に変動する境界となり、透水係数の同定に大きな影響を及ぼすことが考えられる。したがって、本解析手法においては同定に用いる観測点の一つとして揚水井を採用している。

(2) 観測データの時間分布

本解析方法では、透水係数と比貯留係数を同時に同定するため、非定常の水位観測データが必要となる。同定に有効な観測データの時間を選定するためには、観測データの時間分布に対して、求めようとするパラメータの感度を検討しておかなければならない。つまり、パラメータの感度が悪い部分の観測データを用いて解析した場合には、当然、得られるパラメータの精度も劣り、時には同定不可能となる場合も生じる。そこで本文では、感度係数なる指標を用いてパラメータの感度の検討を行う。これは、Gauss-Newton 法系のアルゴリズムにおいて、ヤコビアン行列の要素となるものであり、未知パラメータの変動に対する水頭の変動割合（偏微分係数）にて定義されるものである。以下に、未知パラメータである透水係数 (k)、および比貯留係数 (S_s) に対して数値解析により感度係数を計算し、その値の時間的な分布を検討する。図-3 は帯水層の外部境界条件が定水位境界および不透水境界の場合に、揚水試験より得られる代表的な地下水位低下曲線と感度係数の経時的な変化との関係を模式的に示したものである。この際、地下水位低下曲線の

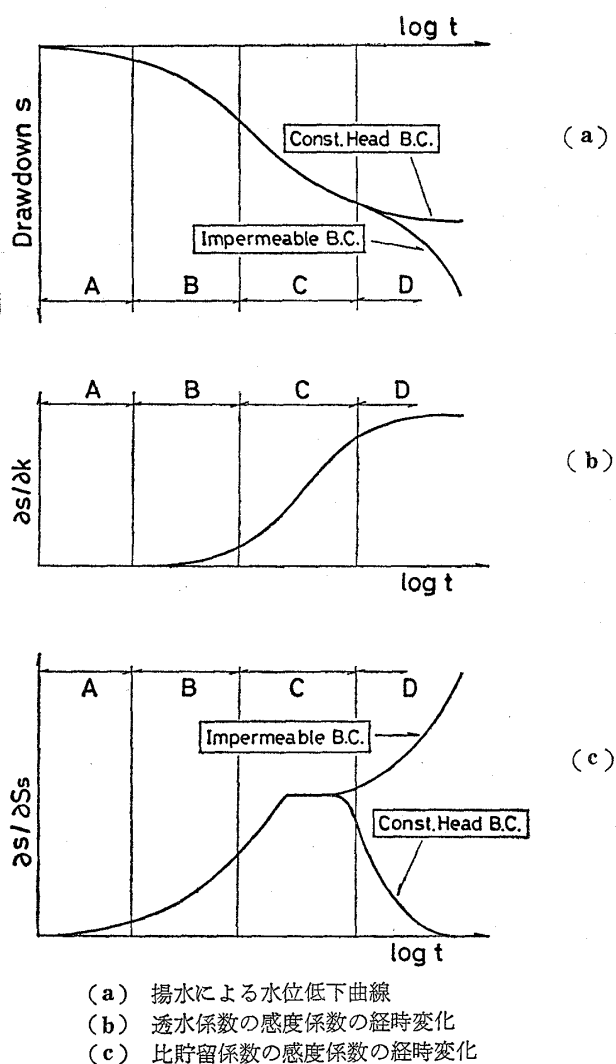


図-3 地下水位低下曲線と感度係数の時間分布の模式図

形状より、揚水開始からの時間を A～D の 4 区間に分割して示した。ここに、区間 A, B は揚水初期時間で井戸半径の影響を受けている部分、区間 C は全体的に水位が低下している部分、そして、区間 D は外部境界の影響を受けている部分である。図-3 によれば、 k の感度係数 $\partial s / \partial k$ は水位低下と共に単調に増加して行く（区間 C, D）が、 S_s の感度係数 $\partial s / \partial S_s$ のほうは、水位低下速度が一定になった部分（準定常状態、区間 C）にて一定値となる。また、長時間経過後、水位低下が外部境界に達した時、定水位境界の場合には水位低下が急に鈍くなりやがては停止するため、 $\partial s / \partial k$ は一定になり、 $\partial s / \partial S_s$ は減少して零になる。一方、不透水境界の場合には、水位低下は急増し、比貯留係数に支配され一定速度にて低下し続ける。このため $\partial s / \partial k$ は一定となり、 $\partial s / \partial S_s$ は更に増加する（区間 D）。したがって、感度係数の時間分布より、 k の同定には図-3 に示した区間 C, D のデータが、また、 S_s の同定には区間 B, C のデータが有効であり、この区間の水位変化を内挿補間するために最小限必要な水位観測データを用いる必要があると考えられる。

(3) 未知パラメータの初期推定値の大きさ

本手法で用いた修正 Marquardt 法では、各未知パラメータの初期値を推定しなければならない。これらの値は、土質、粒径分布、透水試験結果等を参考に決定されるが、その際、真値から著しく離れた値を初期値として設定した場合、解法の性格上演算時間が増加し、解の精度が劣るだけでなく、時には発散する場合がある。したがって、初期値がパラメータの同定精度に与える影響を検討しておく必要がある。揚水試験のような定流量揚水問題の浸透解析において、解析領域内の水位低下量は、 k の値が大きいほど小さく、定常状態に達するまでの水位低下速度は、 S_s/k の値が小さいほど速くなる結果が得られる。したがって、パラメータの同定において、 S_s/k の初期値を真値に比べて小さく設定した場合、揚水開始後短い時間で水位低下が定常状態に達してしまい、最小二乗法における目的関数の探索方向が見いだせない。また、 k の値を大きく設定し過ぎると水位低下量が小さいためパラメータの感度が悪くなる。そこで、本手法では解の安定性を考慮して、未知パラメータの初期値に真値と予想される値よりも小さな値を設定して同定を行うことを提案する。しかし、 k の初期値が小さ過ぎる場合、対象領域から過剰に揚水される結果となり、後半部分の観測データに対しては水位低下量が大きくなって、揚水井が枯れたり、不圧地下水状態となる現象が生じる。そのような場合には、初期の観測データを用いて同定を行う必要がある。これらのことを踏まえて、初期値を変えて同定を試みた例の結果を表-2 に示す。なお、同定に用いた観測点は図-2 の点A(揚水井)と点Bの2点である。この結果、本解析手法によりパラメータの同定を行う場合、用いる観測データの取り方に関して上記の事項に注意すれば、推定初期値が真値に対して2オーダー程度離れた値であっても、解の精度におよぼす影響がほとんど認められないことがわかる。

(4) 外部水理境界の影響

揚水試験における外部水理境界の影響は、長時間揚水後において、定水位境界の場合は水位低下が鈍くなる、また、不透水境界の場合には水位低下が急増する現象として認められる。しかし、揚水開始後初期の時間範囲では、水位挙動は外部境界の位置、および、その水文的な境界条件には無関係に同一過程をたどる。したがって、外部境界を十分大きく設定した地盤モデルを用い、観測

時間前半の範囲でのデータ(例えば、図-3 での区間A~C)を用いて逆解析を行えば、外部水理境界が未知の条件でも帯水層定数の同定が行える。

3.2 不完全貫入揚水井による揚水試験(帯水層厚さの算定)

揚水試験における帯水層厚さは、一般にボーリング柱状図、電気検層結果等より推定され、揚水井ストレーナ長の決定等、揚水試験実施に際して重要なデータとなる。しかし、帯水層が厚い場合や、明確な不透水層を確認できない場合には、帯水層厚さの算定が困難であり、揚水井戸を完全貫入にし得ず、不完全貫入井による揚水試験が行われる。不完全貫入井戸を用いた揚水試験結果から帯水層厚さを推定する手法は、Hantush⁵⁾、Sato⁶⁾ら、および西垣⁷⁾によって種々の方法が提案されているが、これらの解析手法はいずれも図解法を基にしたものである。ここでは、Hantush⁵⁾によって示された、不完全貫入井による揚水試験では、帯水層が厚い場合、揚水試験の初期段階においては、帯水層の厚さは水位低下に影響しないという性質を利用して、逆解析手法により帯水層定数および帯水層厚さを系統的に算定する手法を検討する。解析は逆解析に用いる水位観測データを揚水開始後の初期部分と後期部分とに分けて、次に示す2段階の手順にて行う。

① 揚水初期の観測データによる帯水層定数(概略値)の同定

Hantush によれば、図-4 に示した不完全貫入井による揚水試験の模式図において、 $d=0$ の条件にて揚水試験が実施された場合、式(12)で示された揚水試験初期時間において、水位低下量 s は式(13)で表される。

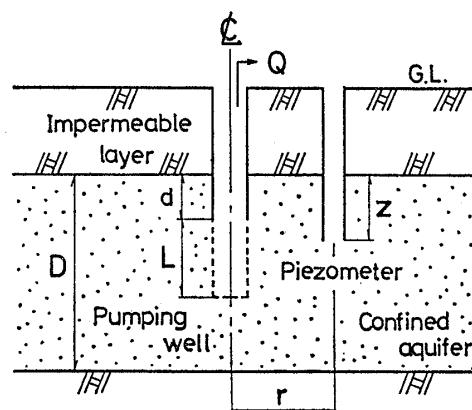


図-4 不完全貫入揚水井による揚水試験モデル

表-2 初期推定値の設定による同定結果の比較

Case	初 期 値		同定に用いた観測 時間 (sec)	反復計 算回数	S (cm ²)	k 同定値 (cm/s)	誤差 (%)	S _s 同定値 (1/cm)	誤差 (%)	CPU TIME (sec)
	k(cm/s)	S _s (1/cm)								
1	1.0×10 ⁻⁴	1.0×10 ⁻⁷	1800, 3600, 7200	5	0.450	1.005×10 ⁻³	0.5	9.647×10 ⁻⁷	3.5	155
2	1.0×10 ⁻⁵	1.0×10 ⁻⁸	600, 1800, 3600	5	1.957	9.993×10 ⁻⁴	0.0	9.701×10 ⁻⁷	3.0	160

節点総数: 80, 要素総数: 60, S: 最大残差平方値

$$t < \frac{L^2 S_s}{20k} \quad (12)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi k L} W(u) \quad (13)$$

ここに,

$$u = r^2 S_s / 4kt$$

t : 揚水時間 (s), L : 揚水井のストレーナ長 (cm),

S_s : 比貯留係数 (cm^{-1}), $W(u)$: 井戸関数,

k : 透水係数 (cm/s),

Q : 揚水流量 (cm^3/s), r : 揚水井からの距離 (cm)

つまり, 式 (13) より揚水試験の初期における水位低下量は帯水層の厚さに無関係であり, ストレーナ長 L の影響を受けることがわかる。そこで, 逆解析の第1段階では, ストレーナ長 L なる揚水井が完全貫入した地盤条件を想定した地盤モデルを用い, 初期の水位低下データを用いて逆解析法により k, S_s の同定を行う。この際, 式 (12) の条件を満足する初期水位低下データのみを用いることは困難であるため, ここで同定された k, S_s の値は概略値として第2段階での初期値として考える。

② 揚水後期の観測データによる帯水層厚さおよび帯水層定数の同定

帯水層厚さ D を求めるために, 逆解析に用いる浸透解析にて必要となる有限要素分割を深さ方向に自動的に拡大・縮小させながら最適な D, k, S_s の値を同時に求める。

解析例として, 図-5 に示す帯水層厚の異なる2つのモデル地盤に対して, 上記の手法の適用を試みる。同定に用いた水位観測点は点A(揚水井), 点Bおよび点Cの3点である。図-6 に各モデルにおける水位低下曲線を示す。図-6 中の添え字 1, 2 は各段階の解析に用いた水位観測データを示している。表-3 に上述の2段階法によって求められた結果を示す。帯水層定数および帯水層厚さとも妥当な値が得られている。なお, ここで得られた帯水層厚さは, 揚水による地下水流動に影響を受ける帯水層の厚さであるため地下解析上有効であると考えら

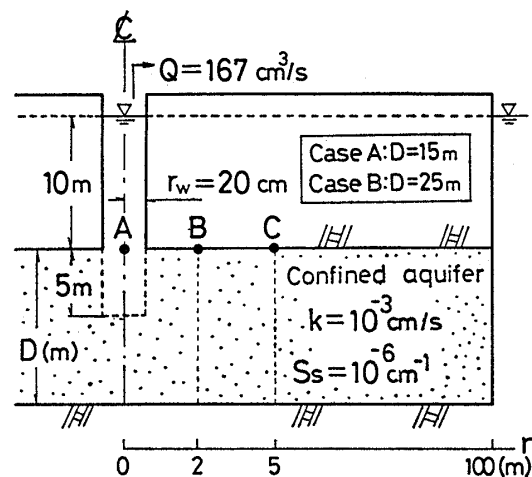


図-5 帯水層厚さの算定に用いた揚水試験モデル

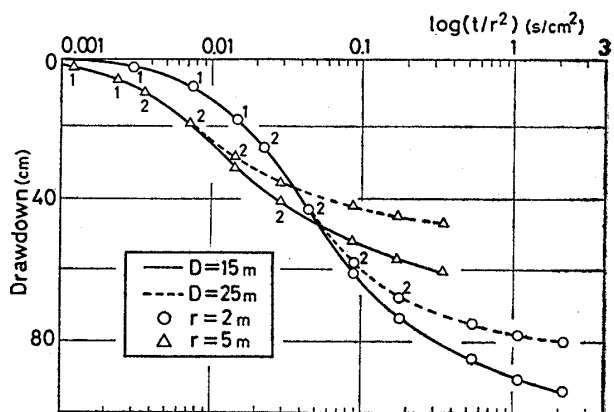


図-6 帯水層厚さの算定に用いた地下水位低下曲線

れる。

3.3 揚水流量が変動する揚水試験

揚水試験の解析上, 揚水流量は一定であることが望ましい。しかし, 実際には一定揚水流量を維持することは困難な場合が少なくない。特に, 揚水初期においては水位変動が大きいため揚水流量が変動し, ほぼ一定揚水流量に落ち着くまでに時間を要することはよく経験することであり, また揚水時間経過後も揚水井内の水位降下に伴って揚水流量が減少することがある。このように揚

表-3 帯水層厚さおよび帯水層定数の同定結果

[Step 1]

Case	反復計算回数	観測点	同定に用いた観測時間 (sec)	S (cm^2)	k 同定値 (cm/s)	S_s 同定値 (l/cm)	CPU TIME (sec)
A	3	A, B	120, 300, 600	0.26	1.243×10^{-3}	2.161×10^{-6}	69
B	3			0.25	1.272×10^{-3}	2.230×10^{-6}	70

節点総数: 120, 要素総数: 95, S : 最大残差平方値

[Step 2]

Case	反復計算回数	観測点	同定に用いた観測時間 (sec)	S (cm^2)	k 同定値 (cm/s)	誤差 (%)	S_s 同定値 (l/cm)	誤差 (%)	D 同定値 (m)	誤差 (%)	CPU TIME (sec)
A	6	B, C	600, 900, 1800,	0.72	9.955×10^{-4}	0.45	9.984×10^{-7}	0.16	15.85	5.70	854
B	5		3600, 7200	1.34	9.849×10^{-4}	1.51	1.029×10^{-6}	2.89	25.83	3.32	712

節点総数: 184, 要素総数: 156, S : 最大残差平方値

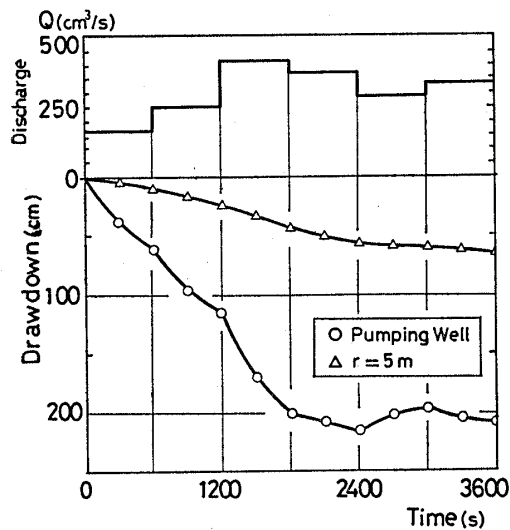


図-7 揚水流量の変動と地下水位低下曲線の関係

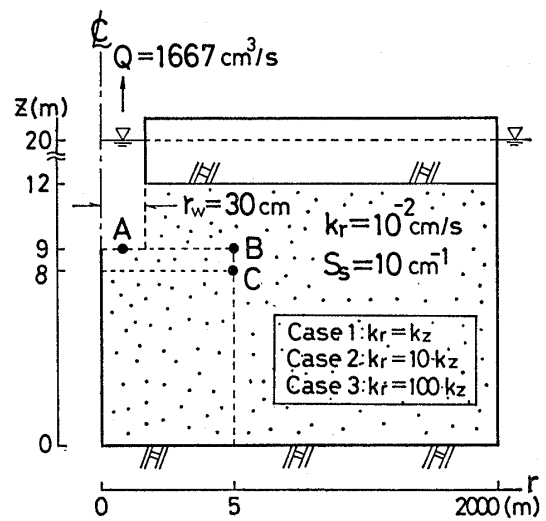


図-8 異方性帯水層地盤における揚水試験モデル

表-4 揚水流量が変動する揚水試験結果の同定

反復計算回数	同定に用いた観測時間(sec)	S (cm²)	k 同定値 (cm/s)	誤差 (%)	S_s 同定値 (1/cm)	誤差 (%)	CPU TIME (sec)
6	300, 600, 900, 1500, 2100	3.11	9.950×10^{-4}	0.5	1.072×10^{-6}	7.2	530

節点総数：80，要素総数：60， S ：最大残差平方値

水流量が変化する条件での理論解析法は求められない。したがって、ここで提案する手法により図-2の揚水試験モデルを用い、揚水開始後に揚水流量が変動した揚水試験例について帯水層定数を逆解析した。与えた揚水流量の変動とその時に得られた水位低下曲線を図-7に示す。揚水流量の変動を忠実に入力データとして用いた逆解析により同定した結果を表-4に示す。本手法によれば揚水流量が変動した揚水試験結果の解析も可能である。

3.4 異方性帯水層地盤における揚水試験

図-8に示すように、異方性帯水層において不完全貫入

井戸を用いる揚水試験を考える。不完全貫入条件、および揚水井戸径が有限の場合の種々の条件下での揚水試験結果の解析はなされているが、これらの試験条件を同時に考慮する揚水試験の理論解析は、現在報告されていない。地盤モデルとしては異方性の影響の異なる3種類を設定した。各地盤モデルに対して浸透解析法によるシミュレーションにより揚水試験データを作成し、図-9にJacob法により整理した結果を示す。得られた水位低下曲線は、揚水井の井戸径および不完全貫入の影響を受けて一本の直線上に集まらず、観測井ごとに平行にずれる傾向が見られる。したがって、Jacob法では直線の引き方により k_r 、 S_s の値が大きく異なり、また k_z の値も決定できない。このような試験条件下において、本解析手法により k_r 、 k_z および S_s の3つのパラメータを同時に推定する。同定に用いた水位観測点は点A(揚水井)、点

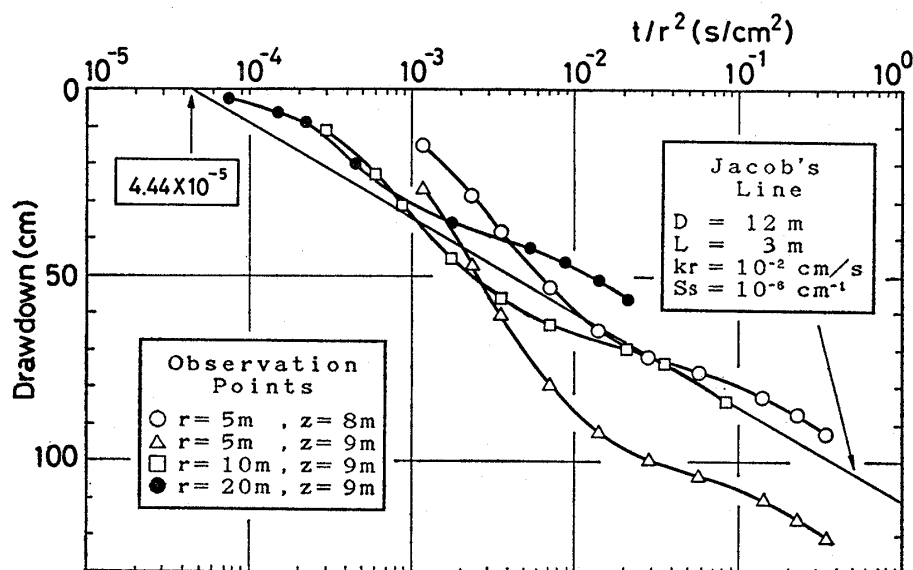


図-9 Jacob法による異方性帯水層地盤における揚水試験結果の解析
($k_r=10^{-2}$ cm/s, $k_z=10^{-3}$ cm/s, $S_s=10^{-6}$ cm⁻¹, $Q=1667$ cm³/s)

表-5 異方性帯水層地盤における揚水試験結果の同定

Case	反復計算回数	同定に用いた観測時間 (sec)	S (cm ²)	k_r 同定値 (cm/s)	誤差 (%)	k_z 同定値 (cm/s)	誤差 (%)	S_s 同定値 (1/cm)	誤差 (%)	CPU TIME (sec)
1	6	3600, 5400, 7200	0.377	1.005×10^{-2}	0.5	9.471×10^{-3}	5.3	1.030×10^{-6}	3.0	2981
2	5		2.015	9.975×10^{-3}	0.2	9.972×10^{-4}	0.3	1.015×10^{-6}	1.5	3034
3	5		7.542	9.971×10^{-3}	0.3	9.997×10^{-5}	0.0	9.360×10^{-7}	6.4	3192

筋点総数: 234, 要素総数: 205, S: 最大残差平方値

B, および点Cの3点である。任意の初期値に対する同定結果を表-5に示す。その結果各モデルとも5回程度の繰り返し計算ではほぼ真値に近い値が得られている。

なお、実際地盤に適用する際には、一般に帯水層の異方性は未知であるため、透水係数の未知パラメータを k_r, k_z と考えて逆解析を行い、得られた結果が $k_r \neq k_z$ であれば等方性帯水層、また、 $k_r \neq k_z$ であれば異方性帯水層と判断すればよい。

3.5 二層帯水層における揚水試験

図-10に示すような二層帯水層地盤において、上部層に設置した不完全貫入井を用い、揚水が上部層からのみ行われる揚水試験例を考える。ここで、二つの帯水層の境界は解放境界であり、鉛直方向の水頭分布は連続であるとする。このような揚水試験例について、Javandelらは揚水開始後の初期と後期の時間における各帯水層の水位低下特性に着目して、揚水井戸径を無限小とした場合の理論解を導き、各層の帯水層定数決定のための図式解法を示している¹⁷⁾。ここでは、彼らが理論解析で用いた各帯水層の水位低下特性を利用して、逆解析による各層のパラメータの同定を試みる。解析は次の2段階に分けて行う。

① 揚水初期の観測データによる上部層の帯水層定数の同定

揚水初期の時間においては、下部層への水位変動の伝播は小さく、揚水による水位低下挙動は上部層の帯水層定数のみに支配されると考えられる。したがって、この

範囲の水位観測データを用いて、逆解析により上部層のパラメータのみを同定する。この際、二層の帯水層のうち下部層は不透水層とみなし、任意の小さな透水係数を与えて既知とし、上部層一層のみの解析と同様に考える。

② 揚水後期の観測データによる下部層の帯水層定数の同定

揚水後期の時間においては、下部層においても水位変動が生じ、揚水による水位低下挙動は二層の帯水層定数の影響を受けていると考えられる。したがって、この範囲の水位観測データを用いて二層帯水層モデルによる逆解析を行うが、この際、上部層の帯水層定数の値は①で同定された値にて既知として、下部層のパラメータのみの同定を行う。

このように揚水試験によって得られる水位低下データとその特性から揚水開始後の初期と後期に分けて用いる方法は、3.2で示したHantushが不完全貫入井による揚水試験結果の解析に適用した方法と同じである。

解析例として、図-10に示すモデル地盤に対して、上記の手法の適用を試みる。水位観測点として揚水井(点A)と上部層に1点(点B), 下部層に2点(点C, D)の計4点を設けた。図-11は観測点B, Dにおける水位低下量の経時変化であり、図中の添え字1, 2は各段階の解析に用いた水位観測データを示している。上記の2段階の手順により、各帯水層のパラメータ同定を試みた結果を表-6に示す。その結果、真値に対して十分な精度で算定し得たと判断される。

3.6 地盤条件の設定法

本文で提案した解析手法を実際の揚水試験結果へ適用する場合には、地盤条件(帯水層の水理・地質条件等)の設定が問題となる。通常、これらの条件は揚水試験に

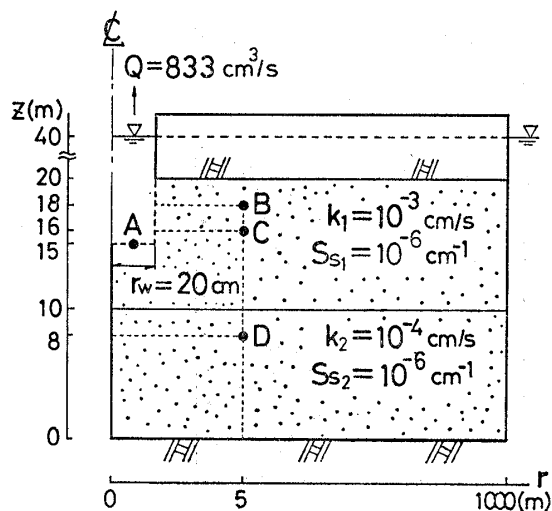


図-10 二層帯水層地盤における揚水試験モデル

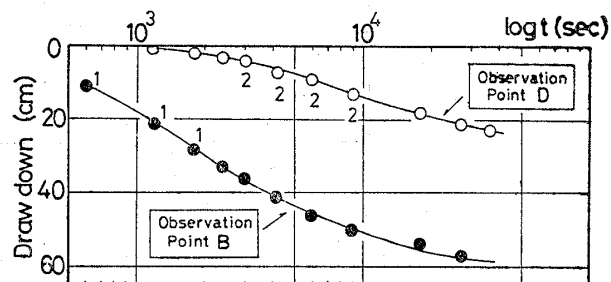


図-11 上部および下部帯水層における地下水位低下曲線

表-6 二層帯水層地盤における揚水試験結果の同定

パラメータ	反復計算回数	観測点	同定に用いた観測時間(sec)	S (cm ²)	同定値	誤差(%)	CPU TIME (sec)
k_1 (cm/s)	5	A, B	600, 1200 1800	0.08	1.015×10^{-3}	1.46	88
S_{s1} (1/cm)					9.922×10^{-7}	0.78	
k_2 (cm/s)	4	C, D	4200, 6000 9000	0.02	1.045×10^{-4}	4.52	351
S_{s2} (1/cm)					1.044×10^{-6}	4.36	

節点総数: 200, 要素総数: 177, S : 最大残差平方値

先立って行われるボーリング等の地質調査結果より把握がなされているが、一般に試験対象地盤の水理・地質条件を事前に十分把握することは極めて困難であり、これらは揚水試験結果と合わせて判断されるべき性質のものであると言える。このような観点から、宇野は揚水試験結果として得られる水位低下曲線のパターンと帯水層の持つ特徴との関係についての考察を行い、揚水試験が帯水層定数を決定するだけではなく、水理・地質条件をも含めた帯水層の特徴を把握する役割を持つことを示している¹⁸⁾。したがって、本解析手法の適用にあたっては水位低下曲線の形状や地質調査結果などから帯水層の水理・地質の諸条件を検討し、適切な地盤モデルの設定が必要である。

4. 結 語

本研究では、揚水試験結果の新しい解析方法として、有限要素法による浸透解析手法を用いた逆解析手法を提示し、被圧帯水層モデル地盤に対してその適用性を検討した。本研究により得られた結果を要約すれば以下のようになる。

(1) 揚水試験結果の解析を間接法による逆問題と考え、有限要素法による非定常浸透解析手法と非線型最小二乗法を組み合わせた揚水試験結果の解析手法を提示した。また、透水係数と貯留係数の同時推定に対しては、既知量として流量項が必要であることから、揚水試験結果の解析に対する逆解析手法の導入が広域地下水問題に比べて有利であることを述べた。本解析方法の利点は地盤情報や揚水試験条件の導入が可能であり、従来の理論的な方法では解析の困難であった複雑な試験条件下においても帯水層定数の同定が可能であること、そして、同定された帯水層定数や地盤モデルを排水設計に対して有効に導入することが可能な点である。

(2) パラメータ同定精度に及ぼす影響因子として、水位観測データの時間的・空間的分布、未知パラメータの初期推定値、および対象地盤の境界条件について検討し、逆解析を行う上でこれらの決定についての考察を行った。

(3) Hantush によって示された不完全貫入井による揚水試験結果の持つ性質を利用して、逆解析手法によ

り帯水層定数および帯水層厚さを系統的に算定する手法を示した。

(4) 本解析手法の妥当性を検討するために、実際の現場において良く遭遇する揚水試験例として、揚水流量の変動する場合や異方性帯水層および多層帯水層地盤における揚水試験を取り上げ、それらのシミュレーションモデルデータに対して本解析手法の適用を試みた結果、良好な同定結果を得た。

ここで示した解析手法は大型計算機を用いて行うものである。しかし、揚水試験のような原位置試験の結果は現場において直ちに解析されることが重要である。そのための手段として、マイクロコンピュータの導入は極めて有効であると考えられる。近年のコンピュータのめざましい発達により、実務レベルでの有限要素法による浸透解析がマイクロコンピュータ上で十分可能となっている¹⁹⁾。したがって、本研究で提案した解析方法も現場において解析できる可能性を有している。

なお、本研究の数値計算には、岡山大学総合情報処理センターの ACOS 2010 を用いた。

最後に、本研究を行うにあたり、解析に協力していただいた岡山大学卒業生、福住幸雄君(現、鹿島建設(株))ならびに井上貴之君(現、京都府)に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Kono, I. and Nishigaki, M. (1979): "A method for determination of anisotropic coefficients of permeability and specific storage from pumping test data," *Soils and Foundations*, Vol.19, No.1, pp.55-62.
- 2) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠(1977): 揚水解析における影響圏の算定と排水設計への適用, 「土木学会論文報告集」, 第 268 号, pp.91~98.
- 3) Papadopoulos, I. S. and Cooper, Jr. H. H. (1967): "Drawdown in a well of large diameter," *Water Res. Res.*, Vol.3, No.1, pp.241-244.
- 4) 西垣 誠・高坂信幸(1984): 井戸半径を考慮した揚水試験における水位低下特性とその解析法「土質工学会論文報告集」, Vol.24, No.4, pp.194~204.
- 5) Hantush, M. S. (1964): "Hydraulics of wells," *Advances in Hydroscience*, Vol.1, pp.281-433.
- 6) Sato, T. and Ueshita, K. (1984): "Determination of aquifer thickness by partially penetrating well," *Soils and Foundations*, Vol.24, No.3, pp.41-51.
- 7) 西垣 誠・進士喜英(1986): 不完全貫入井による揚水試験結果からの被圧帯水層厚の算定法, 「土質工学会論文報告集」, Vol.26, No.4, pp.197~204.
- 8) Frind, E. O. and Pinder, G.F. (1973): "Galerkin solution of the inverse problem for aquifer transmissivity," *Water. Res. Res.*, Vol.9, No.5, pp.1397-1410.
- 9) Neuman, S. P. and Yacowitz, S. A. (1979): "A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology. 1. Theory," *Water. Res. Res.*, Vol.15, No.4, pp.845-860.
- 10) Yeh, W. W. -G. (1986): "Review of parameter identification procedures in groundwater hydrology :

- The inverse problem," *Water. Res. Res.*, Vol.22, No. 2, pp.95-108.
- 11) 中屋真司・大西有三・西垣 誠・岸本英明(1985): FEMによる準三次元地下水逆解析手法の開発,「原位置透水試験および地下水調査に関するシンポジウム発表論文集」, 土質工学会, pp.139~145.
 - 12) 大西有三・井尻裕二(1986): 不均質地盤における浸透流の逆問題解析手法に関する基礎的研究,「土木学会論文集」, 第 376 号, III-6, pp.121~130.
 - 13) 青木一男・嘉門雅史(1986): 不均質地盤における帯水層定数の同定について,「土木学会論文集」, 第 382 号, III-7, pp.91~99.
 - 14) 平野文昭・上田年比古・神野健二(1984): カルマンフィルタ理論による平面 2 次元透水量係数の推定法の検討,「日本地下水学会誌」, 第 26 巻, pp.35~45.
 - 15) 中川 徹・小柳義夫(1982): 「最小二乗法による実験データ解析」, 東京大学出版会, pp.95~110.
 - 16) 西垣 誠・森田悠紀雄・竹下祐二(1985): 2 層帯水層地盤における水理定数の決定法,「原位置透水試験法および地下水調査に関するシンポジウム発表論文集」, 土質工学会, pp.105~108.
 - 17) Javandel, I. and Witherspoon, P. A. (1983): "Analytical solution of a partially penetrating well in a two-layer aquifer," *Water Res. Res.*, Vol.19, No.2, pp.567-578.
 - 18) 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄(1976): 「透水-設計へのアプローチ」, 鹿島出版会, pp.80~84.
 - 19) 西垣 誠・竹下祐二(1987): 有限要素法による飽和-不飽和浸透解析手法 (PC-UNSAF 利用手引き),「浸透問題の数値解析法」, 土質工学会中国支部講習会テキスト, pp.1~82.