

## 不圧帶水層での揚水試験結果による不飽和浸透特性の算定方法

(Parameter Estimation Methods for the Determination of Unsaturated Soil Hydraulic Properties from Pumping Test Data in Unconfined Aquifers)

竹下祐二<sup>i)</sup> (Yuji Takeshita)  
 西垣誠<sup>ii)</sup> (Makoto Nishigaki)  
 河野伊一郎<sup>iii)</sup> (Ichiro Kono)

**キーワード:**逆解析／原位置試験／浸透／地下水／不飽和浸透特性／揚水試験 (IGC: C8/D4/E7)

## 1. まえがき

不圧帶水層における浸透問題や堤体内の浸透といった自由水面を有する浸透現象、または、ため池からの漏水問題や降雨浸透問題等の不飽和浸透の卓越する現象では、飽和浸透流と不飽和浸透流とを一貫した系と考えた解析手法が必要となる。このような解析手法として、数値解析手法による飽和-不飽和浸透解析手法は極めて有効な解析手段であり、既に実務レベルで広く用いられ、現在、浸透解析手法の主流となっている<sup>1)</sup>。

しかし、飽和-不飽和浸透解析を行う際の入力データとしては、飽和土の浸透特性に加えて不飽和浸透を支配する不飽和浸透特性が必要となる。不飽和浸透特性は、通常、水分特性曲線（体積含水率と負の圧力水頭の関係）、および体積含水率と不飽和透水係数の関係によって解析に導入される。これらの関係は原位置試験により決定すべき物理量であるが、原位置における確固たる計測手法は確立されておらず、また、我が国の土に対するデータの蓄積も極めて少ない現状にある。

近年、不飽和浸透特性の定量的な把握手法として、不飽和浸透特性を理論的あるいは実験的なモデルを用いて表現し、それらのモデルを計測の容易な土の他の物性値から推定しようとする研究が行われている<sup>2)~6)</sup>。これらの研究の目的は不飽和浸透特性が圧力水頭に対して強い非線形性を有することから、不飽和浸透特性を関数表示するための適当な解析式を得ることである。一般に、不飽和浸透特性の正確な関数形状は未知であるために、この問題は関数モデルの同定であり、パラメータ推定問題と同様であると考えられる。最近では Brooks & Corey<sup>7)</sup>

や van Genuchten<sup>8)</sup> に代表される不飽和浸透特性の関数モデルを原位置または室内浸透実験結果から数値解析法を用いた逆解析手法によって同定し、不飽和浸透特性を推定しようとする研究がなされてきている<sup>9)~14)</sup>。しかし、これらの研究はすべて地表面近傍の鉛直一次元浸透流の問題に限定されたものであり、不圧帶水層における根切り工事等、深層部における多次元場での浸透現象に対しても検討されていない。

一般に、根切り工事のように局所的な掘削における排水設計や周辺地下水の予測を行う場合には、地下水にインパクトを与える、その反応を観測井戸によって計測した結果から浸透特性を算定する揚水試験法が極めて有効であると考えられる。揚水試験結果より浸透特性の算定を行う手法としては、従来より Jacob, Theis 法等に代表される理論的な解析手法が良く用いられている。これらは被圧帶水層における井戸理論より誘導されたものであるが、不圧帶水層における揚水試験結果に対しても、揚水による帶水層厚さの変化は無視できる（水位低下量が帶水層厚に比べて十分小さい）として適用される例が多い。したがって、現時点では、不圧帶水層において実施された揚水試験結果から不飽和浸透特性の検討はされておらず、また、その解析手法の提案もされていない。

著者らは、被圧帶水層での揚水試験結果の解析を間接法による逆問題と考えて、数値解析法と非線形最小二乗法とを組み合わせた逆解析手法を提示している<sup>15)</sup>。そして、従来の理論的な解析手法の適用が困難である地盤条件、および試験条件下での揚水試験結果に対して適用を行っている。本研究では、このような逆解析手法による揚水試験結果の解析手法を不圧帶水層における揚水試験結果の解析に対して拡張することを試みる。つまり、不飽和浸透特性を関数モデルにて表現して、その関数モデルを不圧帶水層での揚水試験結果を用いて同定し、不圧帶水層の飽和-不飽和浸透特性を定量的に把握する手法について論述する。また、室内土槽による不圧帶水層モデル地盤において実施した揚水試験結果に対して本手法の適用を試み、推定された浸透特性値の評価を行うこと

i) 岡山大学工学部 助手（岡山市津島中 3-1-1）

ii) 岡山大学工学部 助教授

iii) 岡山大学工学部 教授

(1989.7.17 原稿受付・討議期限 1991.1.1, 要請があれば1か月の期限延長可能)

によって本手法の妥当性に対する吟味を行った。

## 2. 不飽和浸透特性の推定手法

### 2.1 van Genuchten の不飽和浸透特性モデル

本研究では、不飽和浸透特性を表示する関数モデルとして、土壤物理学の分野において高い評価を得ている van Genuchten の提案したモデル（以後 G モデルと記す）を採用した<sup>8)</sup>。van Genuchten は水分特性曲線の推定式として、式(1)に定義される有効飽和度  $S_e$  を用いた式(2)を提案し、これを Mualem の提案した不飽和透水係数モデル<sup>16)</sup>に適用して、式(3), (4)に示す不飽和透水係数  $k(\theta)$  および比水分容量  $C(\theta)$  に対する経験的な閉鎖形関数モデルを導いた。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (0 \leq S_e \leq 1) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} S_e &= \{1 + |\alpha\psi|^n\}^{-m} \quad (\alpha > 0) \\ m &= 1 - 1/n \quad (0 < m < 1, n > 1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$k(\theta) = k_s \cdot S_e^{1/2} \{1 - (1 - S_e^{1/m})^m\}^2 \quad (3)$$

$$C(\theta) = \alpha(n-1)(\theta_s - \theta_r) S_e^{1/m} (1 - S_e^{1/m})^m \quad (4)$$

ここに、 $\theta$ : 体積含水率、 $\theta_s$ : 飽和体積含水率、

$\theta_r$ : 最小容水量、 $k_s$ : 飽和透水係数、

$\psi$ : 圧力水頭、

$\alpha, n$ : 土の種類や間隙状態により決定される定数

比水分容量は圧力水頭の増分に対する体積含水率の変化割合を示すパラメータで、水分特性曲線の勾配( $=d\theta/d\psi$ )である。

G モデルは図-1 に示すような水分特性曲線の持つ滑らかな曲線形状を飽和領域から不飽和領域に至るまで極めてうまく近似できる。また、比水分容量の連続性  $\{\theta = 0$  および  $\theta = \theta_s$  にて  $C(\theta) = 0\}$  をも満足できる特徴を持っている。このモデルの妥当性に対する検討は今ま

でに数多くなされており、最近の研究では、Stephens らが土質に対する適用範囲が広く、簡便であり、実用上十分な精度を有するモデルであると評価している<sup>10)</sup>。なお、G モデルは Kool らによって水分特性曲線のヒステリシスを考慮したモデルに拡張されている<sup>17), 18)</sup>。しかし、本研究では、揚水試験結果から原位置での平均的な不飽和浸透特性を算定することを目的としているために、ヒステリシスの影響は無視した。

### 2.2 G モデルのパラメータの推定に関する従来の研究

G モデルは式(2)～(4)に示すように 5 つの独立したパラメータ ( $k_s, \alpha, n, \theta_r, \theta_s$ ) によって構成されている。これらの未知パラメータの推定法として、van Genuchten は実験より得られた水分特性曲線データと式(2)とのフィッティングを行うことによってパラメータ ( $\alpha, n, \theta_r$ ) を算定する手法を提案している<sup>19)</sup>。Stephens らはこの手法を用いて細砂に対するパラメータ推定を試み、良好な結果を得たと報告している<sup>10)</sup>。この手法は非常に簡便であるが、次の 2 つの難点を有している。

(1) 水分特性曲線を得るために定常状態に達するまでの長時間の浸透試験を行う必要がある。

(2) 未知パラメータは水分特性曲線データのみに対するフィッティングによって推定されるため、算定された不飽和浸透特性における誤差は不飽和透水係数の値に大きく影響する。

そこで、これらの難点を克服するために、最近では数値解析手法と非線形最小二乗法を組み合わせた解析手法が研究されつつある<sup>14)</sup>。この手法は非定常浸透実験結果を有限要素法等を用いてシミュレートし、実験データを最も良く満足する最適なパラメータの組合せを見い出す、いわゆる逆問題としての考え方である。この手法を用いた室内試験結果における代表的な研究として、Kool らは段階排水試験 (One-step Outflow Experiments) を行って、試料内に発生した鉛直一次元浸透現象を有限要素法によりシミュレートし、試料から流出した流量の経時変化を目的関数としてパラメータ ( $\alpha, n, \theta_r$ ) の推定を行っている<sup>11)</sup>。さらに Parker らは負の圧力水頭の大きな領域での推定誤差を減少させるために、付加情報として体積含水率を組み込んだ目的関数を提案し、パラメータ ( $\alpha, n, \theta_r$ ) の推定に与える影響を検討している<sup>12)</sup>。

また、このような逆解析手法を原位置試験結果に適用した研究としては Dane ら<sup>9)</sup>、および Abbeele<sup>14)</sup>によるものが挙げられる。これらはいずれもライシメータによる鉛直一次元排水実験結果を用いたものであり、Dane らは体積含水率を目的関数として ( $\alpha, n$ ) を、また、Abbeele は体積含水率と圧力水頭の値を目的関数とすることにより ( $k_s, \alpha, n, \theta_r$ ) の 4 パラメータの同時推定を

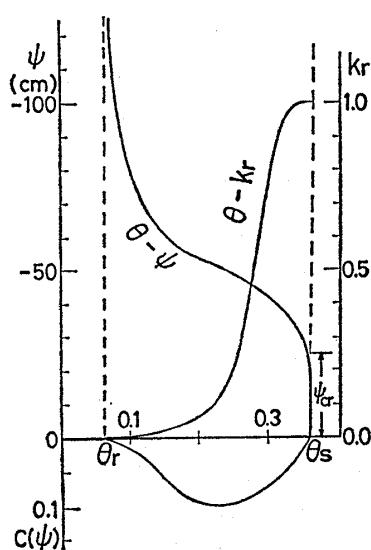


図-1 不飽和浸透特性の模式図

試みている。しかし、Abeele の研究においては  $k_s$  の推定精度はあまり良くない。この理由として、 $k_s$  と  $(\alpha, n, \theta_r)$  を同時に推定することは困難であること、そして、この解決法としては目的関数式において  $k_s$  に関する事前情報 (prior information) を与えることが必要であることが述べられている。

これらの研究は、非定常浸透実験結果に数値解析手法と非線形最小二乗法を組み合わせた逆解析手法を適用する方法を用いているが、すべて鉛直一次元浸透流の問題に限定されたものである。そして、主に土壤物理学の分野の研究であるため、地表近傍の不飽和浸透特性のみに注目がおかされている。したがって、土木工学で対象となる自由水面上部の不飽和浸透特性を求める方法については提案されていない。また、 $k_s$  の値は独立に計測が可能な既知パラメータとして扱われており、不飽和浸透特性と同時に精度良く推定された例はない。

### 2.3 G モデルにおけるパラメータの特性

逆解析手法を用いて土中水の挙動から G モデルの同定を行う場合、精度良い同定結果を得るために、モデルに含まれるパラメータの変化が土中水の挙動に強く影響する必要がある。したがって、推定しようとするパラメータに対して感度解析を実施し、その影響度合を検討することは極めて重要である。ここでは G モデルに含まれるパラメータの特性に関する考察を行うと共に、それらが不飽和領域の浸透挙動に及ぼす影響を式 (5) に示す水分拡散係数による感度解析によって検討する。ここで水分拡散係数を用いた理由は、不飽和透水係数と比水容量の比で定義され、不飽和領域における浸透速度を支配するパラメータであることによる。

$$\begin{aligned} D(\psi) &= k(\psi)/C(\psi) \\ &= \frac{(1-m)k_s}{\alpha m(\theta_s - \theta_r)} S_e^{1/2-1/m} \{ (1-S_e^{1/m})^{-m} \\ &\quad + (1-S_e^{1/m})^m - 2 \} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、検討を行うパラメータは物理的な定義が明確である  $k_s$  を除く  $(\alpha, n, \theta_r, \theta_s)$  の 4 パラメータとし、感度解析を行う際の各パラメータの基準値としては、 $k_s = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ ,  $\alpha = 0.03 \text{ cm}^{-1}$ ,  $n = 5.0$  ( $m = 0.8$ ),  $\theta_s = 0.4$ ,  $\theta_r = 0.0$  を用いた。なお、解析対象とする不圧帶水層は砂質および砂礫質地盤を考える。

#### (1) 形状定数 ( $\alpha, n$ )

van Genuchten は飽和度の低い領域、すなわち  $\psi$  が大きな負の値をとる場合について、式 (2) を式 (6) のように変形し、式 (7) に示す Brooks & Corey の水分特性曲線モデル<sup>20)</sup> と同型の式になることを示した。

$$S_e = (\alpha\psi)^{1-n} \quad (6)$$

$$S_e = (\psi/\psi_{cr})^\lambda \quad (\lambda > 0) \quad (7)$$

ここに、 $\lambda$ : 粒径分布に依存するパラメータ、

$\psi_{cr}$ : 限界毛管水頭

限界毛管水頭は Air entry value とも呼ばれる値であり、水分特性曲線において図-1 に示す部分である。この値は、地盤内の圧力水頭値が  $\psi_{cr}$  以下になると土中水の排水が開始されることを示すものである。式 (6), (7) の比較により両者のパラメータの関係は次のように表される。

$$\alpha = 1/\psi_{cr} \quad (8)$$

$$n = \lambda + 1 \quad (9)$$

以上の説明から、van Genuchten は形状定数 ( $\alpha, n$ ) について、 $\alpha$  は  $\psi_{cr}$  の逆数にはほぼ等しく、長さの逆数の単位を持つパラメータであり、また、 $n$  は粒径分布に依存する無次元パラメータであると説明している。そこで、 $(\alpha, n)$  の値を変化させた時の水分特性曲線の形状を調べてみると図-2 のようであり、 $\alpha$  の値の変化は  $\psi_{cr}$  の部分の変化に、また、 $n$  の値の変化は体積含水率が  $\theta_r \sim \theta_s$  部分における水分特性曲線の勾配 ( $= d\theta/d\psi$ ) に影

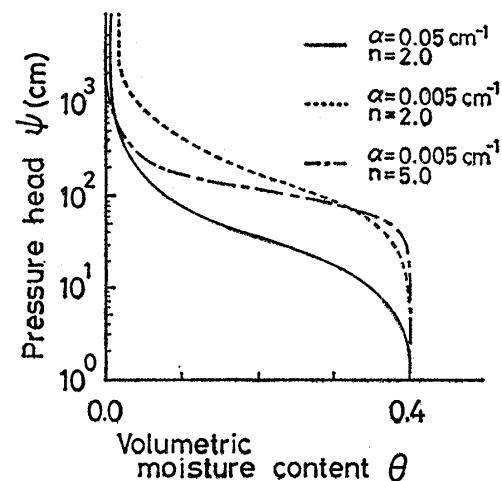


図-2 van Genuchten モデルによる水分特性曲線

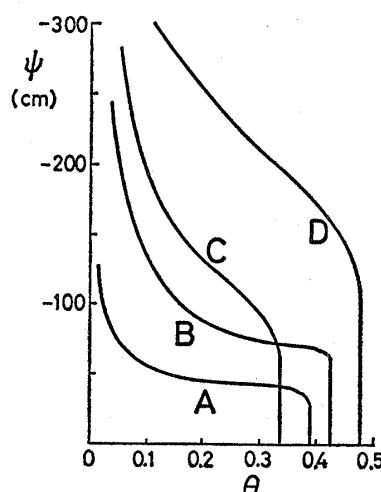


図-3 水分特性曲線に対する粒度の影響<sup>20)</sup>  
 A: 均一な粗砂, B: 均一な細砂,  
 C: 均一でない細砂, D: 粘土

表-1 van Genuchten モデルのパラメータの算定例<sup>21), 22)</sup>

土質分類	浸透条件	$\theta_s$	$\theta_r$	$\alpha (\text{cm}^{-1})$	$n$
砂丘砂		0.403	0.0420	0.3560	4.7933
標準砂		0.300	0.00	0.0522	5.6784
細砂		0.410	0.00	0.0242	1.5476
細砂		0.565	0.2197	0.0147	6.53
砂		0.365	0.00	0.1700	1.3900
アカホヤ		0.785	0.0686	0.0090	1.3183
クロニガ		0.739	0.4725	0.0061	1.4423
クロボク		0.800	0.00	0.0470	1.1170
クロボク		0.801	0.5810	0.0268	3.2490
洪積重粘土		0.535	0.0777	0.0476	1.2484
関東ローム		0.760	0.2180	0.1151	1.4873
シラス		0.600	0.00	0.0589	1.3480
沖積土		0.697	0.4260	0.0163	3.2200
泥岩		0.580	0.2070	0.0759	1.4545
標準砂①	排水	0.415	0.00	0.0322	9.434
標準砂①	浸透	0.415	0.00	0.0656	3.730
標準砂②	排水	0.418	0.00	0.0307	9.970
標準砂②	浸透	0.418	0.00	0.0523	3.586
標準砂③	排水	0.425	0.00	0.0315	8.591
標準砂③	浸透	0.425	0.00	0.0624	4.011
長良川砂	排水	0.454	0.00	0.0395	5.136
長良川砂	浸透	0.454	0.00	0.0750	2.581
混合砂	排水	0.453	0.00	0.0219	2.801
混合砂	浸透	0.453	0.00	0.0548	1.889
関東ローム	排水	0.742	0.00	0.1046	1.331
関東ローム	浸透	0.742	0.00	0.6612	1.176
関東ローム	排水	0.742	0.30	0.0735	1.921
クロボク		0.800	0.00	0.0470	1.117
シラス		0.600	0.00	0.0589	1.348

表-2 土質に対する $\alpha$ と $n$ の代表値

土質	$\psi_{cr}$ (cm)	$\alpha (\text{cm}^{-1})$	$n$
粗～中砂	5～30	0.03～0.20	5～
ローム	25～30	0.03～0.04	1～2
細砂	30～70	0.015～0.03	2～3
まさ土	70～100	0.01～0.015	3～
粘土	70～200	0.005～0.015	1～2
標準砂	30～50	0.02～0.03	7～15

響することがわかる。

また、 $(\alpha, n)$  の値の範囲について、Kool らは次のように報告している<sup>11)</sup>。

$$0.005 \leq \alpha (\text{cm}^{-1}) \leq 0.05 \quad (10)$$

$$1 < n \leq 10 \quad (0 < m \leq 0.9) \quad (11)$$

図-3<sup>20)</sup>は土の種類による水分特性曲線を模式的に示したものであるが、図-2 との比較によれば $(\alpha, n)$  の値は砂質土、および均一な土ほど大きな値を取ることになる。我が国の土において計測された水分特性曲線に G モデルの適用を試み、 $(\alpha, n)$  の値を算定した例として、著者ら<sup>21)</sup>の研究に宇野ら<sup>22)</sup>による研究結果を加えたものを表-1 に示す。

以上のことと踏まえて、各土質に対する $(\alpha, n)$  の一般的な値の考察を行うと、 $\alpha$  の値は $\psi_{cr}$  の逆数にはほぼ等しい値であると考えて、また、 $n$  の値は水分特性曲線の傾きに対するフィッティング・パラメータであると考えられることから表-2 に示す値が提案できる。しかし、

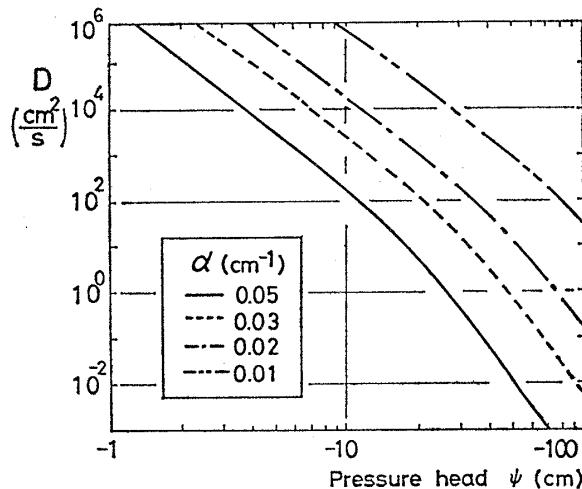


図-4 水分拡散係数に与える $\alpha$ の影響  
( $n=5.0$ ,  $\theta_r=0.0$ ,  $\theta_s=0.4$ )

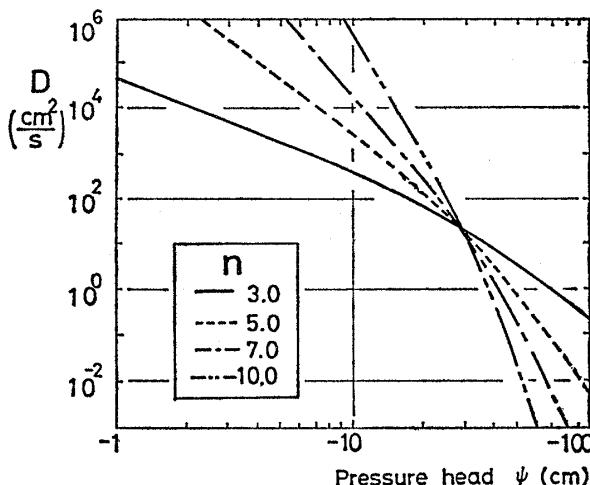


図-5 水分拡散係数に与える $n$ の影響  
( $\alpha=0.03 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\theta_r=0.0$ ,  $\theta_s=0.4$ )

これらの値はあくまでも代表的な値であり、対象土の間隙状態によって大きく異なる。

次に水分拡散係数 $D$ に対して $(\alpha, n)$  が与える影響を調べた結果を図-4, 5 に示す。 $D \sim \psi$  の関係は $\alpha$  値の変化に対してほぼ平行なずれが見られ、不飽和領域の浸透速度に $\alpha$  の値が大きく影響することがわかる。一方、 $n$  については $\psi = \psi_{cr}$  付近で $D$  値がほぼ一定値となり、この付近では $n$  の値の変化が浸透挙動に影響を与えないことになる。

## (2) 最小容水量および飽和体積含水率

本研究では、最小容水量 $\theta_r$  の値を浸透によって液状では移動し得ない体積含水率の値、すなわち、重力に抵抗して土が保持している水分量であると定義する<sup>23)</sup>。粗粒土では土中水が主に間隙にて保水され、それらが瞬時に排水されるために、 $\theta_r$  は零にほぼ等しい値をとると考えられる。また、飽和体積含水率 $\theta_s$  は本来、地盤の間隙率と等しい値であると定義されるが、エントラップ

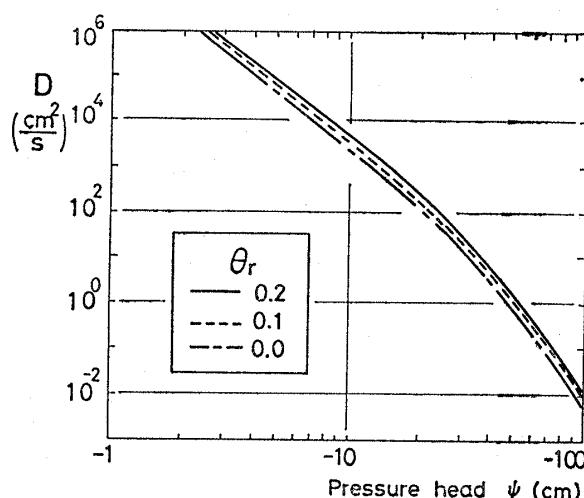


図-6 水分拡散係数に与える  $\theta_r$  の影響  
( $\alpha=0.03 \text{ cm}^{-1}$ ,  $n=5.0$ ,  $\theta_s=0.4$ )

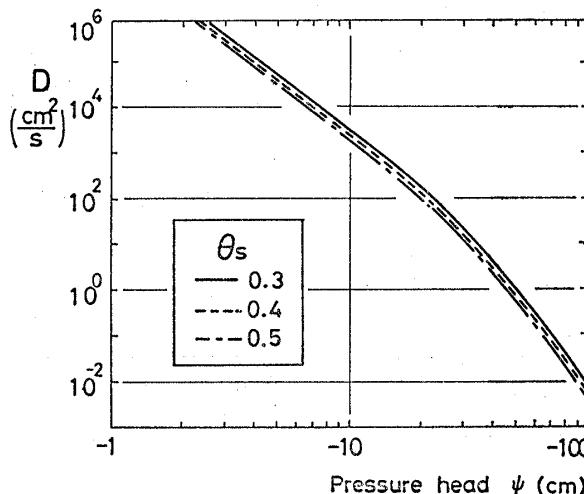


図-7 水分拡散係数に与える  $\theta_s$  の影響  
( $\alpha=0.03 \text{ cm}^{-1}$ ,  $n=5.0$ ,  $\theta_r=0.0$ )

ト・エアの存在により間隙率の 80~90% 程度であるとの報告がなされている<sup>24)</sup>。Mualem は各種の土に対する不飽和浸透特性の実験データを収集、整理しており、それによれば砂質土における  $\theta_r$  および  $\theta_s$  の一般的な値として、それぞれ  $\theta_r=0.01\sim0.10$ ,  $\theta_s=0.30\sim0.45$  なる値が示されている<sup>25)</sup>。

一方、 $\theta_r$  および  $\theta_s$  が不飽和領域の透浸挙動に対して与える影響を図-6, 7 に示す  $D$ ~ $\psi$  の関係により考察すると、その影響は非常に小さいと言える。

### 3. 不圧帶水層における揚水試験結果の解析法

#### 3.1 揚水試験による不圧帶水層の浸透特性の算定法

不圧帶水層での揚水試験結果として、水位低下曲線を両対数紙に整理した場合、図-8 に示すように揚水中期に水位低下速度が遅くなり、Theis の標準曲線から逸脱する現象が良く認められる。Boulton<sup>26)</sup> や Neuman<sup>27)</sup> はこのような現象を「遅れ重力排水問題」として、自由

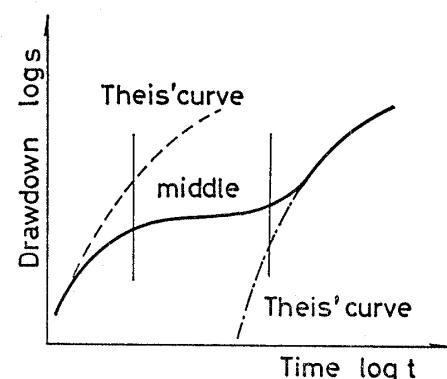


図-8 遅れ重力排水現象

水面の低下により不飽和領域から時間遅れを伴って生じる重力排水の存在を示す現象であると説明している。また、西垣は不圧帶水層における貯留係数は自由水面低下に起因する不飽和領域からの排水流量を支配するパラメータであり、その値は不飽和浸透特性によって変化することを指摘している<sup>28)</sup>。このように不圧帶水層における揚水試験結果の解析を行う場合、不飽和浸透特性の考慮は極めて重要であり、従来の理論的な解析手法の適用は困難である。

本研究では不圧帶水層における揚水試験結果の新しい解析手法として、G モデルを用いた浸透解析手法によって揚水試験結果をシミュレートし、逆解析手法により G モデルの同定を行って、不飽和浸透特性の算定を行う方法を提案する。同定に用いる観測データとしては地盤の水分状態（体積含水率）、流入出流量、および地下水頭などが考えられるが、本研究では現時点において比較的計測が容易であり、かつ最も信頼性の高いと考えられる地下水頭データを採用する。なお、揚水試験時における地下水頭データの計測には間隙水圧計を用い、その設置点の上下部分をシールして、そのポイントでの正負の圧力水頭値を計測することを前提とする。

G モデルの同定手法としては間接法による逆解析手法を採用し、揚水試験結果として得られる非定常状態での地下水頭データを目的関数として、次式で示される重み付き残差平方和  $R(\mathbf{b})$  を最小にするパラメータ  $\mathbf{b}$  を見出す手法を用いる。

$$R(\mathbf{b}) = \sum_{j=1}^N \{W_j[y(t_j) - Y(t_j, \mathbf{b})]\}^2 \quad (12)$$

ここに、  $y(t_j)$  : 観測水頭値,  $Y(t_j, \mathbf{b})$  : 計算水頭値,

$\mathbf{b}$  : G モデルにおける未知パラメータ,

$W_j$  : 重み,  $N$  : 観測データ数,

$t$  : 計測時間

ただし、測定値はすべて同程度の誤差を含むと考えて、重みは  $W_j=1$  とする。また、 $Y(t_j, \mathbf{b})$  は仮定したパラメータ  $\mathbf{b}$  における数値解析値である。本研究では、揚水試験にて発生する浸透流は軸対称浸透流の様相を呈して

いると考えて、揚水試験の影響圏内を軸対称領域と近似的にモデル化し、有限要素法による飽和-不飽和浸透解析手法<sup>1)</sup>により算出する。その際の浸透方程式には式(13)を用いた。

$$(C(\psi) + \beta S_s) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ k \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\} + \frac{1}{r} k \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \frac{\partial \psi}{\partial z} + k \right\} \quad (13)$$

ここに、 $\beta=0$ ：不飽和領域、 $\beta=1$ ：飽和領域、

$k$ ：透水係数

{不飽和領域： $k(\psi)$ 、飽和領域： $k_s$ }、

$S_s$ ：比貯留係数

なお、式(13)における $k(\psi)$ および $C(\psi)$ の値はそれぞれ式(3)、(4)を用いて算出する。また、 $Y(t_j, b)$ が $b$ に対して非線形の関係を持つため、式(12)の解法には非線形最小二乗法を用い、解析アルゴリズムとしては修正 Marquardt 法を用いた<sup>29)</sup>。

### 3.2 未知パラメータの設定

本解析手法において、対象とする不圧帶水層における初期水頭条件、外部水理境界条件、および地層構成等の幾何学的な条件は地質調査等からすべて既知量として考えると、決定すべき未知パラメータは $k_s$ 、 $\alpha$ 、 $n$ 、 $\theta_r$ 、 $\theta_s$ 、および $S_s$ の計6個となる。しかし、これらをすべて同時に推定することは、計算時間や推定精度上困難である。したがって、ここでは次に述べる仮定により、未知パラメータ数の低減を計ることにする。

(1) 本研究では低体積含水率部分の不飽和浸透特性は問題とせず、対象とする不圧帶水層が砂質および砂礫質地盤であることから、 $\theta_r$ は $\theta_r=0.0$ として既知量と扱う。

(2)  $\theta_s$ は地盤の間隙率に等しい値を与えて既知量とする。

(3)  $S_s$ は帶水層骨格の弾性変形に依存するパラメータであるが、不圧帶水層の浸透現象での影響は無視し得ると考えられるため、 $S_s=0.0$ として既知量と考え

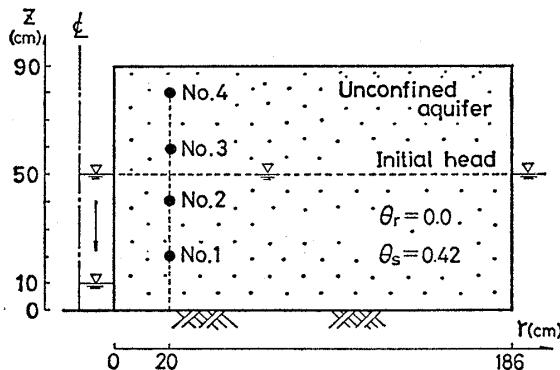


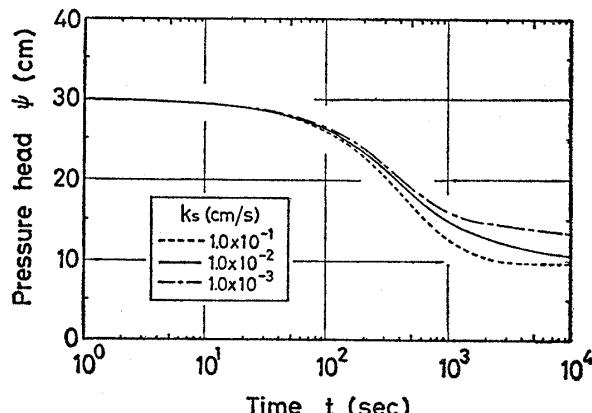
図-9 軸対称不圧帶水層モデル実験のシミュレーションモデル

る。

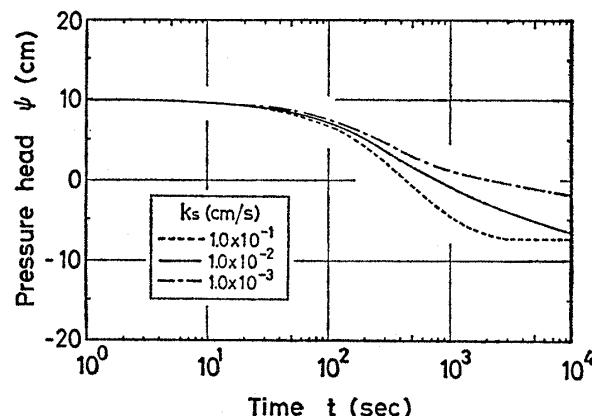
以上のことから、推定すべき未知パラメータとしては $(k_s, \alpha, n)$ の3個を考える。

### 3.3 未知パラメータの推定手順

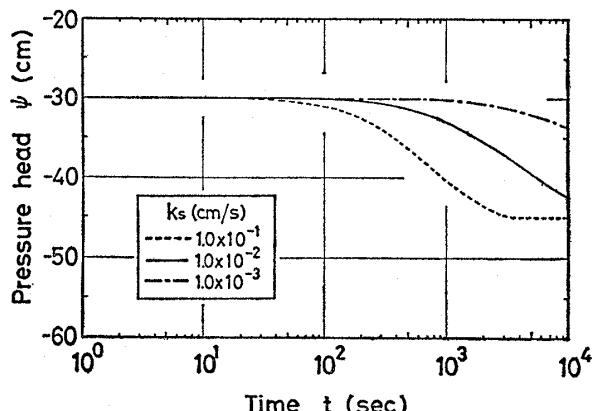
逆解析手法を用いて複数のパラメータを同時に推定する場合には、各パラメータが観測値に対して独立的に影響する必要がある。G モデルを用いた飽和-不飽和浸透解析手法によって不圧帶水層の揚水試験をシミュレート



(a) 飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=20$  cm)



(b) 飽和→不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=40$  cm)



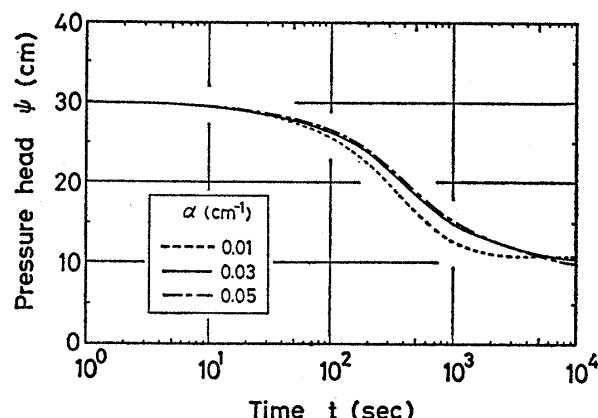
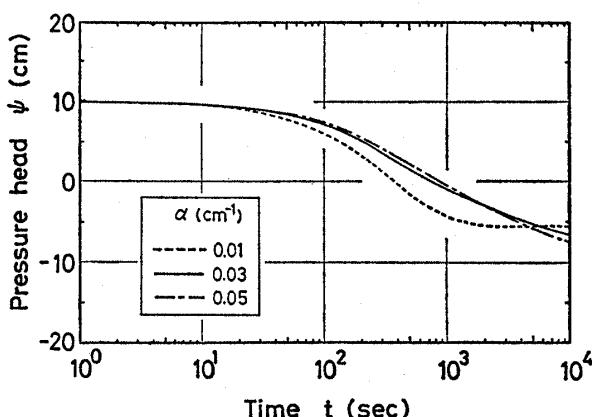
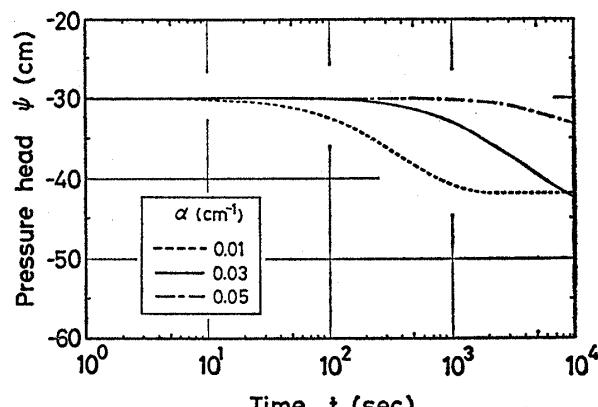
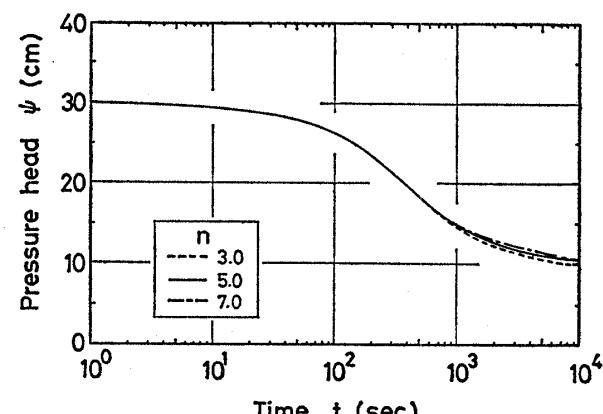
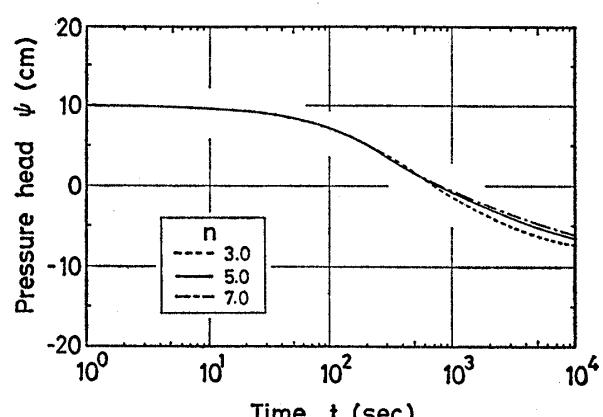
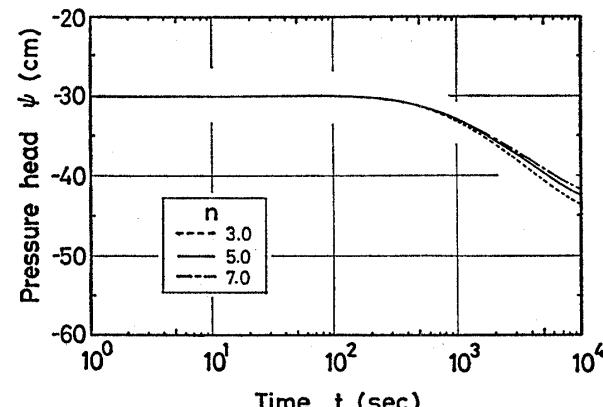
(c) 不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=80$  cm)

図-10 感度解析結果 (飽和透水係数  $K_s$ )

する場合、不飽和透水係数は式(3)に示すように飽和透水係数に依存する形で解析に導入される。これは、飽和浸透特性と不飽和浸透特性が揚水試験結果に対して独立的に影響しないことを意味する。このため、現象に一致した飽和浸透特性  $k_s$  と不飽和浸透特性を支配する  $(\alpha, n)$  の組合せが複数個存在する場合があり、未知パラメータ  $(k_s, \alpha, n)$  を同時に推定することは困難であると考えられる。そこで、本研究では各々の未知パラメ

ータが不圧帶水層における揚水試験結果に与える影響を吟味し、 $k_s$  と  $(\alpha, n)$  を系統的に推定する手法を検討する。

まず、各々の未知パラメータが不圧帶水層における浸透挙動に与える影響を調べる。後節4.2に述べる揚水試験のモデル実験のシミュレーションモデル(図-9)を用いて、各未知パラメータの変化に対する水頭分布の変化を数値解析により算出し、各パラメータの感度解析を行

(a) 鮫領域 ( $r=20$  cm,  $Z=20$  cm)(b) 鮫→不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=40$  cm)(c) 不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=80$  cm)図-11 感度解析結果(形状係数  $\alpha$ )(a) 鮫領域 ( $r=20$  cm,  $Z=20$  cm)(b) 鮫→不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=40$  cm)(c) 不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=80$  cm)図-12 感度解析結果(形状係数  $n$ )

った。この際、各パラメータの基準値としては、 $k_s = 1.0 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ ,  $\alpha = 0.03 \text{ cm}^{-1}$ ,  $n = 5.0$ ,  $\theta_s = 0.4$ ,  $\theta_r = 0.0$  を用いた。水頭観測点の空間分布に関しては、本研究では不圧帶水層を軸対称浸透領域と近似してモデル化しているため、次のように提案した。まず、観測点の水平分布は、水頭観測が十分かつ正確に行える点、すなわち、地下水に与えるインパクトの近傍にあれば良いと考える。次に、観測点の鉛直分布については、水位低下による帶水層の飽和状態の変化から (a) 常に飽和状態、(b) 初期飽和であり、後に不飽和状態、そして、(c) 常に不飽和状態の 3 種類の状態を考え、図-9 に示すような No. 1, 2, 4 の 3 点を選んだ。

感度解析より得られた各観測点における圧力水頭値の経時変化をそれぞれ図-10～12 に示す。これらの図より、各パラメータが不圧帶水層における浸透挙動に与える影響をまとめると次のようになる。

#### (1) 飽和透水係数 $k_s$

図-10 (a)～(c) より、飽和および不飽和領域のいずれの圧力水頭分布においても影響が認められ、その度合は時間の経過とともに増大する。

#### (2) 形状係数 ( $\alpha, n$ )

図-11 (a) および図-12 (a) に示すように ( $\alpha, n$ ) の値は飽和領域における圧力水頭挙動にはほとんど影響を与えない。一方、不飽和領域の水頭計測データにおいては図-11 (b) (c) および図-12 (b) (c) に示すように、 $\alpha, n$  共にその影響が認められ、その大きさは不飽和の度合に比例して大きくなる。しかし、 $n$  の影響度は  $k_s, \alpha$  に比べてかなり小さいことがわかる。

以上の感度解析結果より、未知パラメータ ( $k_s, \alpha, n$ ) の推定は次に示す 2 段階の手順にて行うことを探求する。

[Step ①] 飽和領域で観測された圧力水頭データを用いて  $k_s$  の同定を行う。この際 ( $\alpha, n$ ) の値は、飽和領域における圧力水頭分布に及ぼす影響が小さいことから、妥当と思われる任意の値を与えて解析を行う。例えば、本研究で対象とする砂質土地盤の場合、 $\phi_{cr} = 30 \sim 50 \text{ cm}$  程度であることから  $\alpha = 0.02 \sim 0.03 \text{ cm}^{-1}$ 、また  $n$  の値は  $n = 5 \sim 7$  程度の値を与えて既知量とする。

[Step ②] ( $\alpha, n$ ) の値が大きく影響する不飽和領域での圧力水頭の観測データを用いて ( $\alpha, n$ ) の同定を行う。この際  $k_s$  の値は Step ① にて同定された値を既知量として解析に用いる。

以上に述べた本研究における浸透特性の算定手順を図-13 に示した。

#### 4. 室内モデル実験結果による解析手法の検証

本研究で提案する解析手法の適用性は、本来、現地で

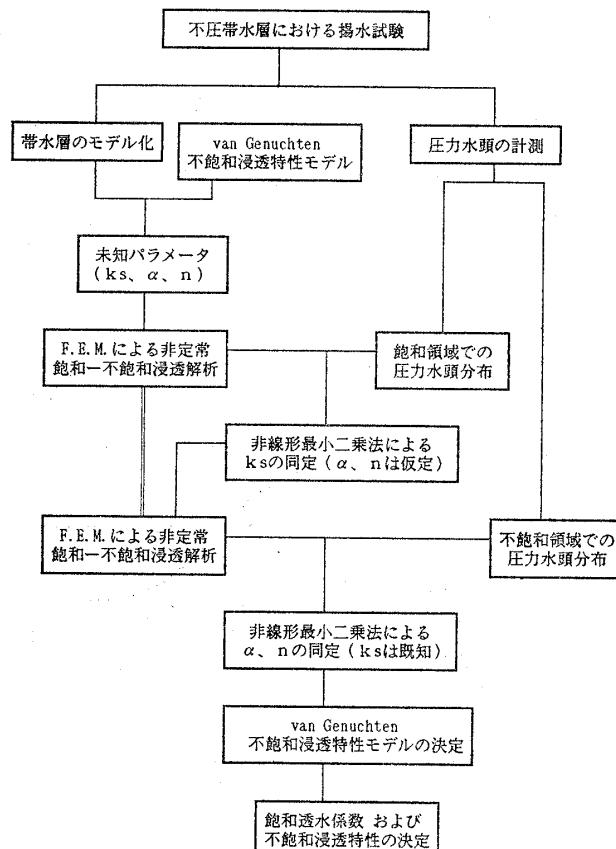


図-13 不圧帶水層における浸透特性の算定手順

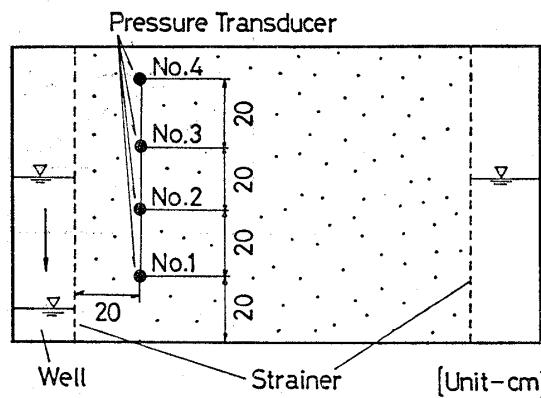
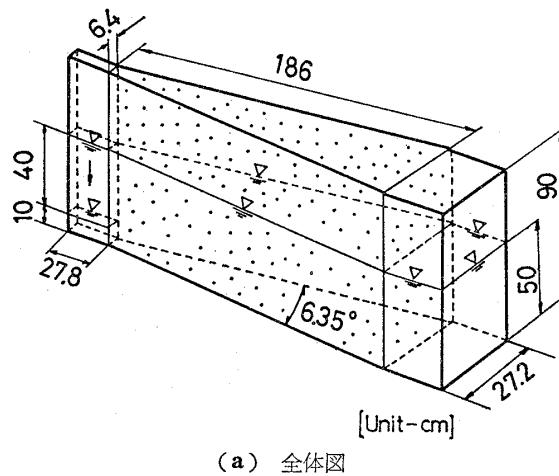


図-14 軸対称不圧帶水層モデル実験装置

の揚水試験結果を基に吟味すべきであるが、その場合、得られた結果の妥当性の判断が困難である。そのため、ここでは検証データとして実際地盤を想定した室内軸対称不圧帶水層モデルによる定圧揚水試験のモデル実験結果を用い、解析手法の妥当性を吟味した。

#### 4.1 軸対称不圧帶水層モデルによる揚水試験 モデル実験

図-14(a)に示す軸対称形状(扇形)の土槽に豊浦標準砂を水中落下にて締固め、乾燥密度  $\rho_d = 1.52 \text{ gf/cm}^3$ 、間隙比  $e = 0.9$ 、 $\theta_s = 0.42$  の均質な不圧帶水層モデルを作成した。そして、不圧帶水層モデル内の初期水位を 50 cm として、周囲の境界を  $h_0 = 50 \text{ cm}$  と定水位に保ち、井戸の境界では水位を 50 cm から 10 cm に低下させる定圧揚水試験のモデル実験を行った。計測は境界水位および帶水層内の圧力水頭の経時変化について行い、圧力水頭の計測には拡散型小型圧力変換器(計測範囲  $\pm 0.3 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヒステリシス  $\pm 0.02\% F_s$ )にセラミックカップ(Air entry value = 2 kgf/cm<sup>2</sup>)を取り付けたものを用いて、マイクロコンピュータによるモニターとデータ収録を行った。また、圧力水頭の計測点は水位低下による飽和状態の変化を考慮して、図-14(b)に示すように、(a) 常に飽和状態(No.1)、(b) 初期飽和であり、後に不飽和状態(No.2)、(c) 常に不飽和状態(No.3, No.4)の3種類、計4点を選定した。

#### 4.2 室内試験による浸透特性の測定

本解析手法によって算定される飽和および不飽和浸透特性の妥当性を検定するために、試料として用いた標準砂の飽和透水係数ならびに不飽和浸透特性の測定を行った。まず飽和透水係数は定水位透水試験より  $k_s = 2.56 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$  を得た。また、不飽和浸透特性の測定には瞬時水分計測法(Instantaneous Profile Method)<sup>30)</sup>およびpF試験法のうち土柱法を用いた。瞬時水分計測法では体積含水率の測定に中性子水分計<sup>31)</sup>を、また、圧力水頭の計測には軸対称不圧帶水層モデル実験と同様の計測システムを用いた。なお、Gモデルパラメータ( $\alpha, n$ )は、計測された水分特性曲線に対して式(1)とのフィッティングを行うことにより算出した。

#### 4.3 揚水試験結果による浸透特性の算定結果

揚水試験のモデル実験結果に対して、本研究において提案する2段階の方法を適用し、飽和ならびに不飽和浸

透特性の推定を行った。まず、飽和浸透特性  $k_s$  の推定は水位低下過程において、常に飽和領域である観測点No.1における圧力水頭観測値を用いて行い、この際、( $\alpha, n$ ) のパラメータは  $\alpha = 0.03 \text{ cm}^{-1}$ 、 $n = 7.0$  に固定した。次に、同定された  $k_s$  の値を用い、不飽和領域の観測点 No.3 の負の圧力水頭観測値から ( $\alpha, n$ ) の推定を行った。パラメータの推定過程を表-3 に示す。また、各観測点における圧力水頭の経時変化について同定結果と実験結果とを比較したものを図-15(a)～(d) に示す。これらの図より、各観測点における観測値と同定値との残差は飽和領域の観測値に対しては 1 cm 以内、また、不飽和領域の観測値についても 1～2 cm 程度であり、十分な精度でシミュレートできていると考えられる。また、本手法によって算定された豊浦標準砂の飽和・不飽和浸透特性を定水位透水試験、瞬時水分計測法、および土柱法により計測した値と比較したものを表-4、および図-16 に示す。これらの結果より、本解析手法により推定された浸透特性の値は実測値とほぼ等しく、解析手法の妥当性が確認された。

#### 5. 現地盤への適用に関する考察

本研究で提案した不圧帶水層での揚水試験結果の逆解析手法を実際の現場における揚水試験に適用する場合、データ計測上の留意点を以下に述べる。

(1) 本解析手法では圧力水頭の計測データから飽和透水係数と不飽和浸透特性モデルの同定を行うために、飽和領域での圧力水頭(正圧)の計測に加えて、不飽和領域での圧力水頭(負圧)の計測データが必要になる。この際、負の圧力水頭の計測点は、初期状態(揚水開始前)に不飽和状態にある領域に間隙水圧計を設置することは困難であるため、初期に飽和状態になり、揚水開始後自由水面の低下により不飽和状態に変化する領域に設けることを提案する。

表-4 豊浦標準砂の飽和・不飽和浸透特性  
(実測結果と同定結果との比較)

	$k$ (cm/s)	$\alpha$ (cm <sup>-1</sup> )	$n$
定水位透水試験	$2.56 \times 10^{-2}$	—	—
土柱法	—	0.027	8.00
瞬時水分計測法	—	0.022	14.86
同定結果	$3.49 \times 10^{-2}$	0.021	10.11

表-3 van Genuchten モデルパラメータの同定結果

Step	観測点 No.	同定に用いた観測時間 (sec)	初期推定値			反復計算回数	最大残差 (cm)	同定値		
			$\alpha$ (cm <sup>-1</sup> )	$n$	$k_s$ (cm/s)			$\alpha$ (cm <sup>-1</sup> )	$n$	$k_s$ (cm/s)
①	1	10, 30, 60, 360, 600,	0.03 (既知)	7.0 (既知)	$1.0 \times 10^{-3}$	3	1.20	—	—	$3.49 \times 10^{-2}$
②	3	1,200, 1,800, 2,400	0.02	3.0	$3.49 \times 10^{-2}$ (既知)	3	0.67	0.021	10.11	—

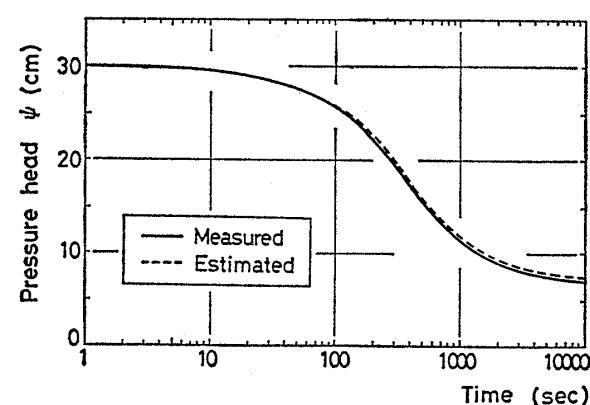
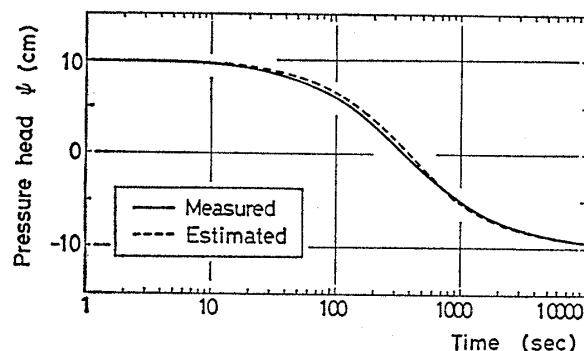
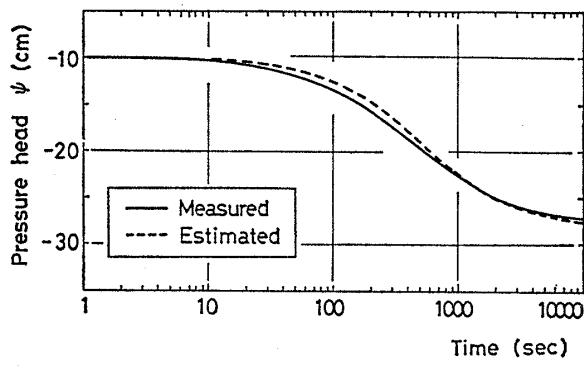
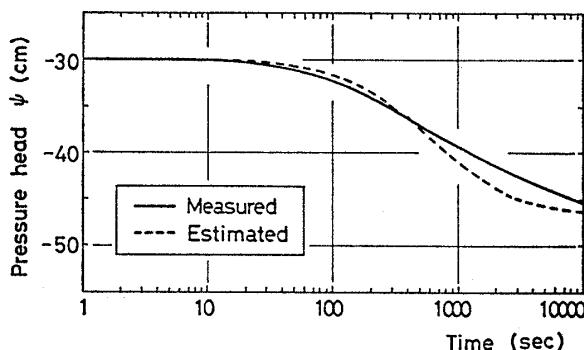
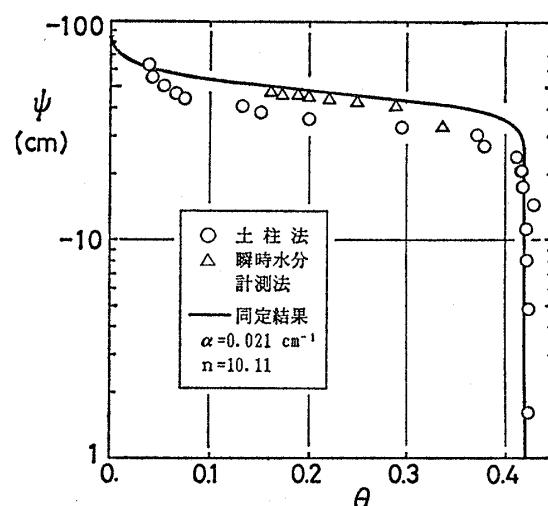
(a) 鮫和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=20$  cm)(b) 鮫和→不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=40$  cm)(c) 不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=60$  cm)(d) 不飽和領域 ( $r=20$  cm,  $Z=80$  cm)

図-15 圧力水頭の経時変化に対する実測値と推定値の比較



(a) 水分特性曲線

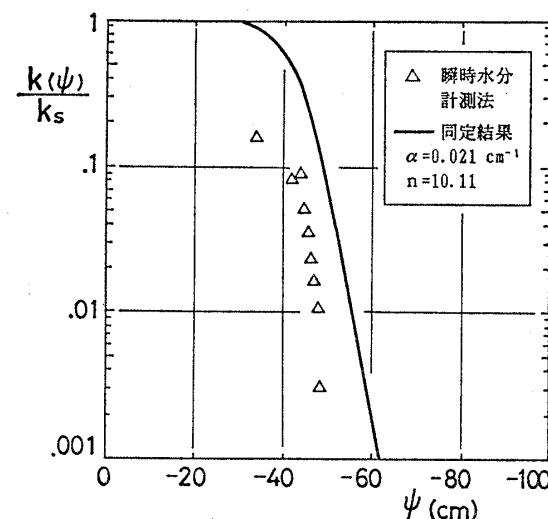
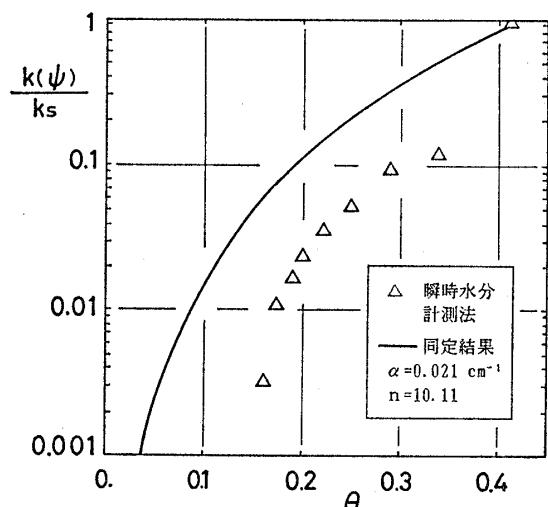
(b) 比透水係数  $k(\psi)/k_s$  と圧力水頭の関係(c) 比透水係数  $k(\psi)/k_s$  と体積含水率の関係

図-16 豊浦標準砂の不飽和浸透特性（実測値と推定値の比較）

(2) 揚水井戸は数値解析手法により揚水試験結果をシミュレートする上で、水位が経時的に変動する重要な境界となる。したがって、従来軽視されがちであった揚水井戸内水位の経時変化、および揚水流量の経時変化データの計測が重要となる。

(3) 未知パラメータの同定を非定常解析にて行うために、計測は変化の激しい揚水開始後初期を重視して、この期間ではできるだけ短いサンプリングタイム、例えば数秒単位で計測することが望ましい。そのためにはマイクロコンピュータを用いたデータ収録システムの使用が適していると考えられる。

## 6. 結 語

本研究では、不圧帶水層における揚水試験結果から不飽和浸透特性を算定する方法として、不飽和浸透特性を関数モデルで表現し、その関数モデルの同定を間接法による逆解析手法を用いて行う手法を提示した。そして、解析手法の妥当性を室内不圧帶水層モデルによる揚水試験結果を用いて吟味した。本研究により得られた結果を要約すれば以下のようになる。

(1) 不飽和浸透特性の関数モデルの同定を揚水試験結果における圧力水頭の非定常計測データを用いて、有限要素法による非定常浸透解析と非線形最小二乗法による逆解析手法にて行う方法を提案した。本手法の利点は、不圧帶水層における揚水試験結果の解析において、従来の理論的な解析法では算定の困難であった不飽和浸透特性および飽和透水係数を算定できること、また、関数モデルの同定は非定常データを用いて行うために、長時間の観測データを必要としないことが挙げられる。

(2) 不飽和浸透特性の関数モデルとして、高い評価を得ている van Genuchten の提案する関数モデルを採用し、モデルを構成するパラメータの特徴について考察を行うと共に、各パラメータが不飽和浸透特性に与える影響度についても検討した。

(3) 不圧帶水層における揚水試験結果から van Genuchten の不飽和浸透特性モデルの同定を行う場合、飽和浸透特性と不飽和浸透特性のパラメータの同時推定は、その組合せが複数個存在する場合があり、困難であることを述べた。そのため、飽和および不飽和浸透特性パラメータが不圧帶水層での浸透流現象に与える影響を感度解析によって検討し、各々のパラメータの推定に適した観測データを用いて、それらを系統的に推定する方法を提案した。

(4) 本手法の妥当性を検討するために、実際地盤を想定した室内軸対称不圧帶水層モデルにおける揚水試験のモデル実験を実施した。その結果、本手法により推定された浸透特性は瞬時水分計測法および pF 試験法によ

って計測された浸透特性値と良好な一致を得た。

今後は原位置における不飽和領域での圧力水頭の計測手法の検討等、実際地盤に対する諸問題に対して検討を進める必要がある。

なお、本研究の数値計算には、岡山大学総合情報処理センターの ACOS 2010 を用いた。

最後に、本研究を行うにあたり解析および実験に協力いただいた岡山大学大学院、田村和久君、ならびに岡山大学卒業生、三宅広之君（現、鹿島建設（株））に感謝致します。

## 参 考 文 献

- 1) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠 (1977) : 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析、「土木学会論文報告集」, No.264, pp. 87~96.
- 2) Klute, A. (1972) : "The determination of the hydraulic conductivity and diffusivity of unsaturated soils," *Soil Sci.*, Vol.113, No.4, pp. 264~276.
- 3) Jacson, R. D. (1972) : "On the calculation of hydraulic conductivity," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.36, pp. 380~382.
- 4) Campbell, G. S. (1974) : "A simple for determining unsaturated conductivity from moisture retention data," *Soil Sci.*, Vol.117, pp. 311~314.
- 5) Mualem, Y. and Dagan, G. (1978) : "Hydraulic conductivity of soils : Unified approach to the statistical models," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.42, pp. 392~395.
- 6) 井上光弘・矢野友久・吉田 熱・山本太平・筑紫二郎 (1982) : 土壤水分特性曲線に基づく不飽和透水係数の計算、「土壤の物理性」, 第 46 号, pp. 21~26.
- 7) Brooks, R. H. and Corey, A. T. (1966) : "Properties of porous media affecting fluid flow," ASCE, Vol. 92, IR. 2, pp. 61~88.
- 8) van Genuchten, M. Th. (1980) : "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils," *Soil Sci. Am. J.*, Vol.44, No.5, pp. 892~898.
- 9) Dane, J. H. and Hruska, S. (1983) : "In-situ determination of soil hydraulic properties during drainage," *Soil Soil. Soc. Am. J.*, Vol.47, pp. 619~624.
- 10) Stephens, D. B. and Rehfeldt, K. R. (1985) : "Evaluation of closed-form analytical models to calculate conductivity in a fine sand," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.49, pp. 12~19.
- 11) Kool, J. B., Parker, J. C. and van Genuchten, M. Th. (1985) : "Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments by parameter estimation : I. Theory and numerical studies," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.49, pp. 1348~1354.
- 12) Parker, J. C., Kool, J. B. and van Genuchten, M. Th. (1985) : "Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments by parameter estimation : II. Experimental studies," *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.49, pp. 1354~1359.
- 13) 日野幹雄・灘岡和夫・佐藤昭人 (1986) : Marquardt 法による不飽和土特性パラメータの同定、「第 30 回水理講演会論文集」, pp. 379~384.
- 14) Kool, J. B., Parker, J. C. and van Genuchten, M. Th.

- (1987) : "Parameter estimation for unsaturated flow and transport models-A review," *J. Hydrology.*, Vol. 91, pp. 255-293.
- 15) 河野伊一郎・西垣 誠・竹下祐二 (1989) : 逆解析手法を用いた被圧帶水層地盤における揚水試験の解析方法, 「土質工学会論文報告集」, Vol.29, No.2, pp. 159-168.
- 16) Mualem, Y. (1976) : "A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media," *Water Res. Res.*, Vol.12, No.3, pp. 513-522.
- 17) Kool, J. B., Parker, J. C. and van Genuchten, M. Th. (1986) : "The inverse problem for hysteretic unsaturated flow," *Proc. 6th Int. Conf. on Finite Elements in Water Resources*, pp. 337-346.
- 18) Kool, J. B. and Parker, J. C. (1987) : "Development and evaluation of closed-form expressions for hysteretic soil hydraulic properties," *Water Res. Res.*, Vol.23, No.1, pp. 105-114.
- 19) van Genuchten, M. Th. (1978) : "Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed form analytical model," Princeton Univ. Research Report No.78-WR-08.
- 20) Bouwer, H. (1978) : *Groundwater Hydrology*, Mc Graw-Hill, New York, 480 p.
- 21) 西垣 誠・楠見和紀 (1987) : 不飽和土の浸透特性の評価に関する考察, 「不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム発表論文集」, 土質工学会, pp. 179-186.
- 22) 宇野尚雄・佐藤 健・柘植浩史 (1987) : 2, 3 の砂質土の水分保持特性, 「不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム発表論文集」, 土質工学会, pp. 187-192.
- 23) 西垣 誠 (1983) : 飽和・不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する 2, 3 の考察, 「土質工学会論文報告集」, Vol. 23, No.3, pp. 165-177.
- 24) 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄 (1976) : 「透水-設計へのアプローチ」, 鹿島出版会, pp. 15-18.
- 25) Mualem, Y. (1978) : "Hydraulic conductivity of unsaturated porous media: Generalized macroscopic approach," *Water Res. Res.*, Vol.14, No.2, pp. 325-334.
- 26) Boulton, N. S. (1963) : "Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage," *Proc. Inst. Civ. Eng.* pp. 469-482.
- 27) Neuman, S. P (1975) : "Analysis of pumping test data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response," *Water Res. Res.*, Vol.11, No.2, pp. 329-342.
- 28) 西垣 誠 (1987) : 揚水試験の基礎方程式と貯留係数の解釈, 「地下水と井戸とポンプ」, Vol.29, No.3, pp. 1-14.
- 29) 中川 徹・小柳義男 (1982) : 「最小二乗法による実験データ解析」, 東京大学出版会, pp. 95-110.
- 30) 河野伊一郎・西垣 誠 (1981) : 不飽和砂質土の浸透特性に関する実験的研究, 「土木学会論文報告集」, 第 307 号, pp. 59-69.
- 31) 西垣 誠・森田 修・浅野茂生・延山政之 (1988) : 不攪乱不飽和土の浸透特性の求め方, 「土木学会第 43 回年次学術講演会」, III, pp. 890-981.