

ディスカッション

弾塑性 FEM による斜面の全体安全率の計算法¹⁾討議者：榎 明 潔ⁱⁱ⁾ (Meiketsu Enoki)

弾塑性 FEM を用いることによって各種の土質問題を扱うことが可能になったが、一方でその解（荷重-沈下関係等）は従来の剛塑性体を対象にしたすべり線法や極限平衡法で求められる支持力・安全率に比べて情報量が多過ぎて却って曖昧であることはしばしば指摘される通りである。このため、弾塑性 FEM 解析結果から支持力・安全率等を求めようとする幾つかの試みが見られる^{8),9)}。

本研究ノートもこの目的のもとに基本的には次の2項目からなる方法を提案している。

i) 安全率が F のときには材料は次式のせん断強度を有すると仮定する。 $\tau_f = c'/F + \sigma' \tan \phi'/F$

ii) 連立方程式の解を求めるために Newton-Raphson 法を用い、 F を徐々に増加させて（仮定せん断強度を低下させて）、計算が“発散”したときに斜面が破壊したとする。この“発散”に対する考え方は、小林⁹⁾と同じである。

本討議では以下の2点に関して筆者の意見を述べる。

i) 計算の“発散”と物理的な破壊の関係

ii) 弾塑性 FEM 解析結果から支持力・安全率等を求めることの意義

本論に入る前に塑性問題の各種の解析法に関する筆者の考え¹⁰⁾を簡単に示しておきたい。

極限解析法の下界法の立場（つりあい式を満たしどの場所でも破壊条件式を越えない応力場は支持力等の下界を与える）から考えると、「極限平衡法□下界法□すべり線法」に近い包括関係がある。なぜなら、極限平衡法は応力のあるブロックに関して積分した力のつりあい式とブロック底面のみに関する破壊条件式を用いるため、破壊領域のある下界解は（下界応力場から底面が塑性領域にあるようにブロックを切り出すと）必ず極限平衡解になり得る。また、すべり線法はつりあい式を満たし破壊条件式を満たす応力場を求めているから、すべり線解は下界解になり得る。弾塑性 FEM では一般に降伏関数、塑性ポテンシャル関数を用いるが、普通、応力空間で降伏曲面は破壊曲面の内部にあること、弾塑性 FEM では

常につりあい応力場が求められることから、離散化ともなう誤差を別にすれば弾塑性 FEM は塑性ポテンシャル関数の適否にかかわらず下界条件を満たす解を与えると考えられる。

さて、i) に関して、連立方程式を解くときに“発散”現象が生じるのは、FEM の剛性マトリックスのある行またはある列の要素がすべてゼロになり、不定あるいは不能問題となる時である。この現象はある節点を囲む全有限要素の要素剛性マトリックスの行列要素がすべてゼロになると生じる。（厳密には、その節点の x あるいは y 方向変位に関する行列要素がすべてゼロになればよい。）実際、降伏要素に囲まれた節点に関する剛性マトリックスの行列要素は未降伏要素に囲まれた節点に関するものに比べて非常に小さい値ばかりである。しかし、通常の弾塑性 FEM では降伏している要素においても弾性ひずみは生じるので要素剛性マトリックスの行列要素がすべてゼロになることは物理的に考えられない。また、著者の弾完全塑性 FEM でも、用いた関数形から一般には考えにくい。したがって、著者が用いた“発散”現象は、物理的な意味のあるものでなく、連立方程式を解くときの数値計算上の（桁落ちや丸めの誤差等に起因する）ものであると考えられる。事実、著者は安全率の増分（通常の荷重増分に近い意味を持つ）や精度（単精度・倍精度）の取り方によって、求められた安全率の値が若干変化することを報告している。これは、連立方程式の解法、スケールリングの有無、解の初期値の与え方、要素分割等も解に影響することを示している。このように物理的に意味の乏しい“発散”という基準を用いて破壊を論じることは問題ではないか。

著者は提案法を用いた解析結果が簡便分割法や簡易ビンショップ法などの解に近いことから提案法を妥当としているが、前述した極限平衡法と弾塑性 FEM の関係から考えると、仮に簡便分割法や簡易ビンショップ法の不静定力に関する仮定が下界解やすべり線解を求める上で与えられた問題に対し妥当であったとすれば、ある程度近い解が得られるのは当然のことであるともいえる。

次に ii) の弾塑性 FEM 解析結果から支持力・安全率等を求めることの意義に関して考える。筆者の経験から

i) 鶴岡忠三著、第 29 巻第 2 号、1989 年 6 月、pp. 190~195.

ii) 愛媛大学工学部海洋工学科 助教授（松山市文京町 3）

も著者が示した“発散”現象は、弾性状態での剛性と塑性状態での剛性の間に大きな差があり対象内に両状態が混在する限り、弾塑性 FEM 解析で破壊領域が拡大する過程でいつかは必ず生じることである。その意味ではすべり線法（あるいは極限平衡法）で対象としているような大きな破壊領域が存在する状態、換言すれば全般破壊が生じる大変形状態までの解析は弾塑性 FEM では困難に近い。この意味で、弾塑性 FEM によって極限支持力や安全率を求めようとする自体、意味のないことではないかと考える。すなわち、極限支持力や安全率を求めたい場合には、すべり線法やその近似解法である極限平衡法、あるいは剛塑性 FEM^{11),12)}を用いるのが妥当であろう。逆にいえば弾塑性 FEM は塑性領域の初期拡大過程を調べることができることに意味がある。

なお、塑性問題の中で安全率を求める斜面問題は、安全率が 1 以外の場合には山口¹³⁾が指摘しているように物理的な意味の曖昧なすべり線などが求められるし、比較の対象となる他の理論による解も少ないから、新しい方

法の妥当性の検討は、小林⁹⁾や著者らの別の文献⁴⁾のように支持力問題で行うのがよいのではないかと。

参考文献

- 8) 山上拓男・植田康宏・小山正之 (1984): 動的計画法に基づく潜在滑り面の決定 (第 2 報), 「土木学会第 39 回年次学術講演会」, pp. 157~158.
- 9) 小林正樹 (1984): 有限要素法による地盤の安定触析, 「港湾技術研究所報告」, 第 23 巻, 第 1 号, pp. 83~101.
- 10) Enoki, M., Yagi, N., Yatabe, R. and Ichimoto, E.: "Generalized limit equilibrium method and its relation to slip line method," Soils and Foundations (投稿中).
- 11) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T. (1987): "Rigid-plastic finite element method for frictional material," Soils and Foundations, Vol. 27, No. 3, pp. 1-12.
- 12) 榎 明潔 (1984): 剛塑性有限要素法による土構造物の支持力・安定解析, 「愛媛大学工学部紀要」, 第 10 巻第 3 号, pp. 457~466.
- 13) 山口柏樹 (1969): 「土質力学 (最上武雄編)」, 第 7 章土の塑性力学, 技報堂, pp. 881.

弾塑性 FEM による斜面の全体安全率の計算法¹⁾

著者回答: 鵜飼 恵 三¹¹⁾ (Keizo Ugai)

拙著論文に対して貴重なご討議を戴き、感謝致します。従来の FEM 計算が土構造物の局所安全率を求めるといって一面を有しているのに対し、本研究ノートでは従来の考えに基づいた FEM プログラム (筆者が独自に作成) に多少の工夫を加えることにより、全体安全率を求めうることを示した。そして本方法によりえられる安全率が従来の極限平衡法により得られる安全率と同じ意味 (全体安全率という意味で) をもち、単純な安定問題ではほぼ同一の安全率値を有することを示した。更に、本方法によれば、複雑に変化する地盤構造や間隙水圧分布を有する問題、地盤と構造物が連成する問題などの最小安全率を全く同じ手順で簡単に算出しうることを指摘した。これらの問題の解決は従来の極限平衡法では不可能に近い。また、従来の極限平衡法の多くは力とモーメントの平衡条件を一部しか満足していないため、得られる安全率の精度に不安がつきまとう。

本方法は斜面安定問題のみならず、土圧問題、地盤と構造物の連成問題および支持力問題に直接適用できる。前 2 者の例については文献 14) を参考されたい。

本方法を支持力問題に直接適用した場合、得られる安全率は強度に対する安全率であることに注意する必要がある。これは通常的支持力問題で定義される安全率 (荷重に関する安全率) とは異なる。後者の安全率を本研究で用いた FEM プログラムにより求めることは簡単であり、10 行以内のプログラムの変更で事足りる。その場合の考え方は次のようである。

材料のせん断強度 τ_f は安全率に無関係であるとすれば常に次式が成り立つ。

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \phi'$$

外荷重を p とし、仮想的な外荷重 p_f を次式で定義する。

$$p_f = F \cdot p \quad (7)$$

F を徐々に増加させて、計算が発散した時を地盤の破壊時と考え、そのときの F の値を地盤の支持力安全率とする。言うまでもなく、式 (7) で定義される安全率は従来の支持力問題で定義されている安全率に一致する。またこのとき用いられている (一部変更された) FEM プログラムは、従来の考えに基づいた (局所安全率が求められる) FEM プログラムと同じものである。

本方法により得られる安全率の精度は、本方法が基本的には従来の FEM 計算法に基づいている以上、これと同じレベルの精度をもつと考えて良い。取東判定基準を

i) 第 29 巻第 2 号, 1989 年 6 月, pp. 190~195. (討議者: 榎 明潔, 第 30 巻第 2 号, 1990 年 6 月, pp. 218~219.)

ii) 群馬大学工学部建設工学科 助教授 (桐生市天神町 1)