

剛な擁壁に作用する主働土圧の弾塑性論による再検討

(Reconsiderations on Active Earth Pressures Acting on Rigid Retaining Walls by Elasto Plastic Theory)

鵜飼 恵 三¹⁾ (Keizo Ugai)キーワード：砂質土／主働土圧／塑性／土の構成式
／平面ひずみ／有限要素法 (IGC : E 5)

1. ま え が き

剛な擁壁に作用する主働土圧は理論上も設計上も Rankine もしくは Coulomb 土圧論にもとづいて説明されるのが普通である。一方、擁壁に作用する土圧は壁の変形様式によって変化することが知られている。剛な擁壁であっても、平行移動（滑動）、回転（転倒）もしくは両者の組み合わせによって背面土圧や全土圧は変化する^{1),2)}。従って、Rankine 土圧も Coulomb 土圧もある特定の変形様式に対応するはずである。これらの点については、従来剛塑性論の立場から説明がなされてきた。しかし、本来剛塑性論は変形を考慮しない理論であるため、変形様式の関数である擁壁土圧の問題については再検討の余地があるように思われる。

本研究は、歪硬化を考慮した弾塑性論に立脚して、土圧論の基礎的な問題について再検討を加えたものである。後に示すように、剛塑性土圧論にもとづく従来のいくつかの結果に対して理論的な立場から問題点を指摘することができた。また、土の塑性的な強度・変形特性と主働土圧との関係をいくつかの点について明確にすることができた。本研究では、裏込土は砂であるとし、砂を Rowe の応力・ダイレイタンシー式^{3),4)}と双曲線応力・歪関係式によって表現される弾塑性材料であると仮定した。

なお中井²⁾は、主働・受働土圧問題を松岡・中井規準にもとづいた弾塑性 FEM により解析している。中井の論文中的図より、転倒と滑動では主働土圧が大きく異なること、背面が滑らかな擁壁を下端回りに回転させても Rankine 主働土圧には収束しないこと、など重要な結果が読み取れる。本文ではこれらの点についてもさらに詳細な検討・考察を加えた。

2. 仮定と前提条件及びそれらの吟味

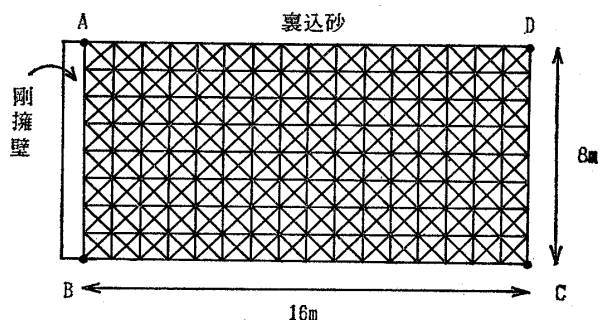
2.1 擁壁と地盤のモデル

高さ 8m の剛擁壁を想定し、裏込砂は高さ 8m、幅 16m とした（図-1）。擁壁は下端（図-1 の B 点）を中心に主働側に回転するとした。裏込砂の境界条件は、鉛直面（AB 面と CD 面）は滑らかとし、底面（BC 面）は粗（変位拘束）とした。なお、このケースに対する議論を補強するため、過去の実験結果との比較のためにこれ以外のケースについても計算を行った。解析は歪硬化を考慮した弾塑性 FEM により行った。要素の分割例を図-1 に示す。要素は 3 角形 3 節点要素（要素内で歪と応力が一定）を用いた。

2.2 砂の構成則

裏込砂は歪硬化を示す弾塑性材料であると仮定した。砂の構成則については、従来多くのすぐれた力学モデル^{4)~6)}が提案されているが、いずれも 3 次元モデルが基本であること、初学者にはやや難解であることなどが指摘される。従って、本研究では、①工学的な精度を保持しつつわかりやすいこと、②歴史があり実験的な裏付けが豊富なこと、③ 2 次元平面歪状態を出発点としていること、の 3 条件を満たす構成則として、Rowe の応力・ダイレイタンシー式と双曲線応力・歪関係式を取りあげた。龍岡⁷⁾は豊浦砂の平面歪圧縮試験結果（ただし主応力比がピークに至るまで）を両式を用いて説明している。

(1) Rowe の応力・ダイレイタンシー式（流れ則）
平面歪状態での Rowe の応力・ダイレイタンシー式



要素数 512、節点数 281

図-1 擁壁と地盤のモデル

i) 群馬大学工学部建設工学科 助教授（群馬県桐生市天神町一丁目）
(1989.5.20 原稿受付・討議期限 1991.10.1, 要請があれば1か月の
期限延長可能)

は次式である。これは流れ則を表わす。

$$R = \sigma_1 / \sigma_3 \\ = K(-d\varepsilon_3^p / d\varepsilon_1^p) \quad (1)$$

σ_1, σ_3 は最大, 最小主応力 (圧縮を正)。 $d\varepsilon_1^p, d\varepsilon_3^p$ は最大・最小塑性主歪増分 (収縮を正)。 K は定数であり, 拘束圧の大きさや砂の密度によらないで成り立つと言われている^{7), 8)}。主応力の方向と塑性主歪増分の方向が一致する (同軸性) と仮定すると, 式 (1) より塑性ポテンシャル Φ は次のように表現される⁹⁾。

$$\Phi = \sigma_1^k / \sigma_3 \quad (2)$$

σ_1, σ_3 は一般的な応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= (\sigma_x + \sigma_y) / 2 + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 / 4 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_3 &= (\sigma_x + \sigma_y) / 2 - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 / 4 + \tau_{xy}^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし, 実際の地盤では x は水平方向, y は鉛直方向に対応するものとする。式 (2), (3) より xy 座標表示での塑性歪増分 $d\varepsilon_x^p, d\varepsilon_y^p, d\gamma_{xy}^p$ は

$$d\varepsilon^p = \lambda \partial \Phi / \partial \sigma \quad (4)$$

と表わされる。ここで, $d\varepsilon^p = (d\varepsilon_x^p, d\varepsilon_y^p, d\gamma_{xy}^p)^T$ (T は転置を表わす)。 $\partial \Phi / \partial \sigma = (\partial \Phi / \partial \sigma_x, \partial \Phi / \partial \sigma_y, \partial \Phi / \partial \tau_{xy})^T$ 。 λ は比例係数。なお同軸性が成り立たない場合には式 (2) と (4) の組み合わせは成立しない。

(2) 双曲線応力・歪関係 (硬化則)

三軸圧縮試験における粘土や砂の応力・歪関係が双曲線式によって近似的に表現できることはよく知られている^{9), 10)}。龍岡⁷⁾は, 豊浦砂の平面歪圧縮試験において, ピーク強度前までの実測値が次式によってよく近似されることを示した (ただし初期状態は $\sigma_1 = \sigma_3$)。

$$R = 1 + \gamma^p / (a + b\gamma^p) \quad (5)$$

ここで, $\gamma^p (= \varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)$ は最大塑性せん断歪を表わす。式 (5) は図-2 のように表示される。 $1/a$ は曲線の初期勾配, $1 + 1/b$ は R の最大値 R_m を表わす。応力・歪関係が式 (5) で表示される砂の摩擦角を ϕ とすれば,

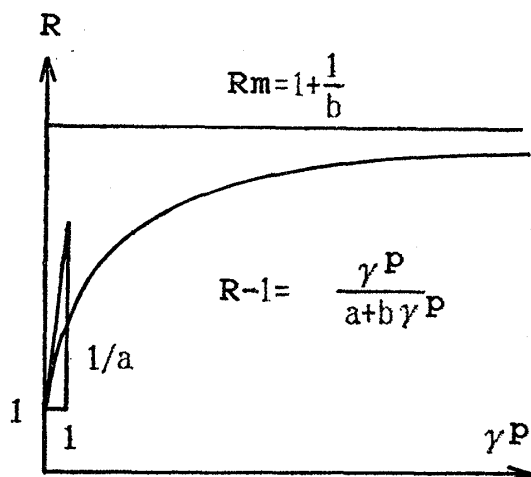


図-2 双曲線応力・歪関係

破壊条件式は

$$R = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) \quad (= R_m) \quad (6)$$

と表わされる。

式 (5) は γ^p の増大と共に R が双曲線的に増加することを表わしており, 降伏関数と考えられる。従って, この場合の降伏曲線は $R = \text{一定}$, で表示される。今, 応力パラメータとして $s = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$, $t = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$ を導入し式 (6) に代入すると, 降伏曲線の傾き ($= t/s$) は一定になり, t と s は図-3 の実線のように直線関係となる。表示は式 (5) とは少し異なるが松岡¹¹⁾は, 2次元状態でせん断・垂直応力比とせん断歪との間に双曲線関係を仮定している。

図-4 は Lade-Duncan 規準に従う砂を平面歪状態で圧縮した場合の R と γ^p の関係である。文献 5) に示される Sacramento River 砂のゆるづめ ($\phi_{ps} = 44.4^\circ$) と密づめ ($\phi_{ps} = 56.4^\circ$) のデータを用いて計算した。図

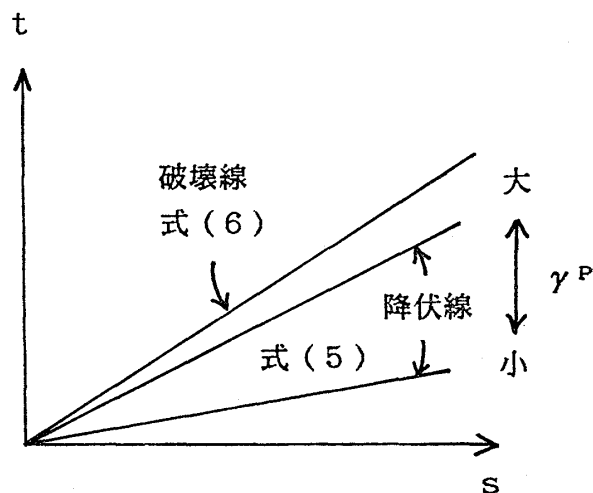


図-3 降伏曲線と破壊線

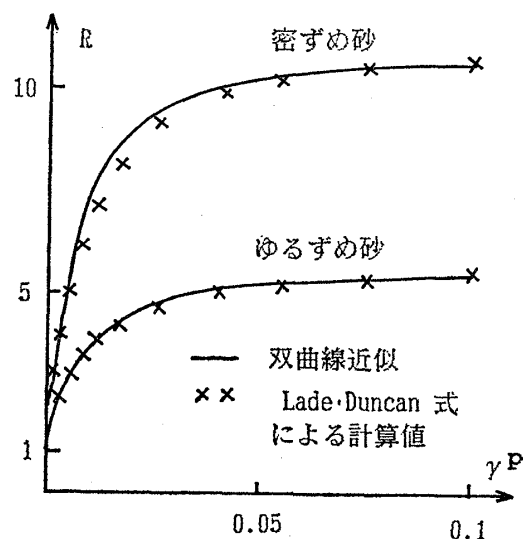


図-4 Lade-Duncan 式の双曲線近似
(平面歪, $\sigma_3 = 1 \text{ kgf/cm}^2$)
($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98.1 \text{ kN/m}^2$)

中の曲線は対応する双曲線を表示したものである。双曲線による近似性は十分である。

以上より、砂の構成則として Rowe の式 (式 (1)) と双曲線式 (式 (5)) を用いれば、決定すべき塑性パラメータは K, a, b の 3 つのみとなる。これらのパラメータは、基本的には平面歪試験より決定すべきではあるが、平面歪試験結果と三軸試験結果との関係を調べた研究 (文献 12) など) や、これまでに提案されている砂の 3 次元構成則を参考にすることにより、三軸試験のデータからも予測することができる。

(3) 砂の圧縮 (圧密) 特性について

砂が等方的に圧縮される場合、塑性変形 (圧縮) が生じるが、密な砂の場合にはこの圧縮量は小さいといわれている。本研究では議論を簡略化するため、主に主動土圧 (除荷) を対象とすることから、等方圧縮による塑性変形の影響は無視した。なお中井ら⁴⁾ は、応力比 R が大きい異方圧密では平均主応力の増加に対して体積膨張が生じることを強調している。この体積膨張現象は式 (5) の a に拘束圧の影響を考慮すれば $R > K$ の場合に生じうるが¹³⁾、本研究では主動状態を対象としていることからこの影響も無視した。

(4) 拘束圧, 異方性

砂の強度・変形特性に対して、拘束圧, 異方性 (堆積による) 及び主応力回転が影響することはよく知られている¹⁴⁾。これらの影響を考慮した平面歪試験が行われれば、その試験結果に合わせる形で塑性パラメータ K, a, b の修正近似式を定めることは可能である。この点については今後の課題としたい。本研究では議論を簡略化するためにこれらの影響を無視したが、このことにより以下の議論の本質が妨げられることはない。ただし、厳密に言えば本研究は等方硬化則を前提としているので、砂地盤が単調に載荷される場合や特定の方向にのみ変形を受ける場合、主応力回転の影響が少ないと考えられる場合などに適用される。

(5) 弾性係数

ポアソン比 ν は 0.2 とした。ヤング係数については過去に多くの式が提案されているが、ここでは拘束圧の平方根に比例する式を仮定し

$$E = E_0 \sqrt{s/s_0} \quad (7)$$

を用いた。ここで、 $s = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ (平均主応力)。 E_0 は $s = s_0$ でのヤング係数。本文では基準圧 s_0 は 10 tf/m² (98.1 kN/m²) とした。

(6) 入力パラメータの値

裏込砂の単位体積重量 γ は 1.5 tf/m³ (17.4 kN/m³) とした。パラメータ値の組み合わせ ($a = 0.001$, $b = 0.2779$, $K = 3.238$, $E_0 = 5,000$ tf/m² (49,100 kN/m²)) を標準データとした。このケースは最終破壊状態におい

て摩擦角 $\phi = 40^\circ$, ダイレイタンシー角 $\psi = 10^\circ$ に相当する。この標準データを基本にして、 a, K, E_0 を変化させ土圧問題への影響を調べた。 b は一定 ($\phi = 40^\circ$) として計算を行った。 b は ϕ の関数であるため、最終的な (壁の変位が非常に大きくなった) 段階での主動土圧の値に直接関係する。以下において特にことわらない限り、パラメータの値は標準データのものである。標準データを用いたときの R と γ^p 及び ε_v^p (塑性体積歪) との関係を図-5 に示す。

2.3 弾塑性 FEM への定式化とプログラミング

弾塑性 FEM への定式化は通常の方法¹⁵⁾ により行った。簡単なケースについて電算プログラムのチェックを行った¹³⁾。初期の弾性限界を与えるために初期の $\gamma^p = \gamma_i^p = 0.001$ (0.1%) とした。収束計算は修正 Newton-Raphson 法を用いて処理し、収束の判定規準は (変位増分のノルム)/(全変位のノルム) $< 10^{-5}$ とした。

3. 滑らかな擁壁に生じる主動土圧

従来、滑らかな擁壁が転倒もしくは滑動する場合には Rankine 土圧が生じると考えられてきたが、土の塑性変形を考慮した検討は十分にはなされていない。この章では滑らかな擁壁の場合について、Rankine 土圧の位置づけ、土圧と壁変位の関係、及び各種の土質パラメータ (特に変形に関するパラメータ) が土圧・変位関係に及ぼす影響について論じる。

3.1 Rankine 土圧の再検討

標準データの裏込砂の場合について、境界条件を変えて主動土圧と受働土圧を計算した。壁上端変位 δ と全土圧との関係を図-5 に示す。実線は裏込砂の底面が滑で壁が滑動 (平行移動) するケースである。このケースで

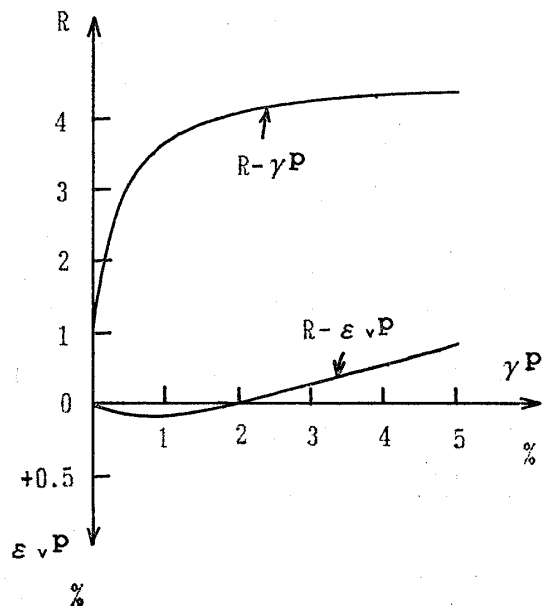


図-5 標準データでの $R-\gamma^p$ 及び $R-\varepsilon_v^p$ 関係

は主働・受働いずれも変位が大きくなると Rankine 土圧に収束する傾向が見られる。また土圧分布は直線分布に近づく (図は省略)。すなわち Rankine 土圧は厳密には裏込砂の3つの境界 (図-1 の AB, BC および CD の各面) が滑らかで擁壁が平行移動するという特別な場合にのみ生じる。このことは Terzaghi¹⁶⁾ の示すところと一致し、直観的にも納得しうる。もし裏込底面にすべり抵抗が生じれば、主働土圧は軽減され、Rankine 主働土圧より低下することが予想される。このことは中井²⁾ の計算結果からも首肯される。一方、転倒のケースでは主働土圧の収束値は Rankine 土圧より大きくなる傾向が見られる (図-6)。ただし、この点はメッシュ分

割の影響を受けている可能性があるため、3.2 においてより詳細な考察を行う。なおこのとき裏込め内の歪分布は一樣ではなく、壁上端に近いほど大きな値を示す (図-7 (a), (b))。

ところで図-6 からわかるように、主働土圧が収束値に近い値になるためには、 δ/H (=壁上端変位/壁高) が少なくとも $1/100$ 以上になる必要がある。この値は土質パラメータの大きさによって変化する (後述) が、それでも Terzaghi¹⁷⁾ や市原・松沢¹⁸⁾ の実験結果に比べて1桁大きい値である。この理由を考察しよう。図-7 (a), (b) は、図-6 の×印のケース (主働, 裏込底面粗, 転倒, 標準データ) について、 $\delta=4\text{ cm}$ と 40 cm のときの裏込砂内の γ^p の分布を示したものである。 $\delta=4\text{ cm}$ ($\delta/H=1/200$) のとき壁面に接する土要素では $0.5\% \leq \gamma^p \leq 1.3\%$ であり、図-5 よりわかるように裏込砂は十分塑性化しているとは言えない。従って主働土圧も未だ収束値には至っていない。一方、 $\delta=40\text{ cm}$ のときには十分塑性化しており、主働土圧はほぼ収束値に至っている。このように主働土圧は裏込土の塑性化 (すなわち γ^p の値) と密接な関係をもつため、収束値に近づくためには擁壁がある程度以上変位する必要がある。過去の実験^{17), 18)} において、 $\delta/H < 1/1,000$ で主働土圧が急激に低下し、収束値に近い状態に至るのは、その時点で裏込土の塑性化がかなり進んでいるからであり、一方図-6 の×印のケースで δ/H が $1/200$ になっても収束値に至らないのは裏込砂が未だ十分塑性化していないからである。

3.2 メッシュ分割の大きさの影響

滑らかな擁壁が主働側に転倒する場合についてメッシュ分割の大きさの影響を調べる。裏込め土の底面は粗と

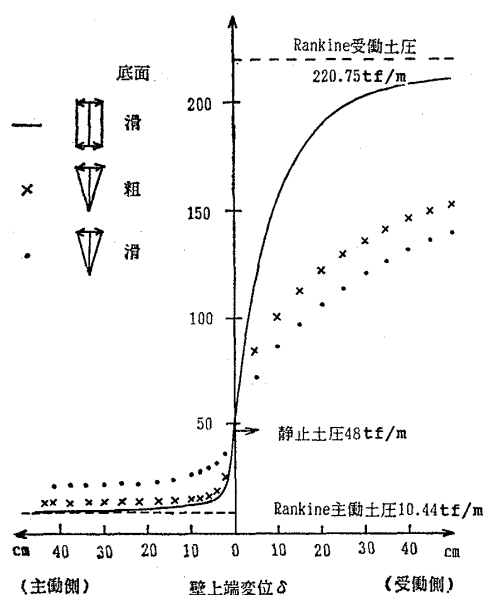


図-6 主働土圧と受働土圧
(1 tf/m=9.81 kN/m)

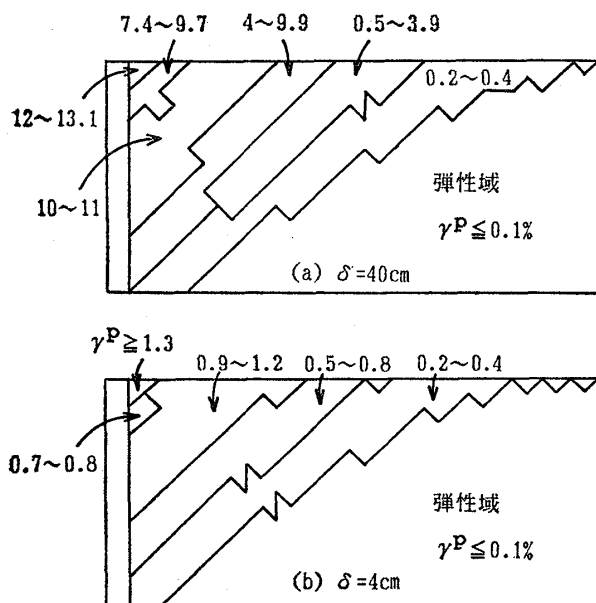


図-7 裏込砂内の γ^p の分布
(転倒, 底面粗, 標準データ)

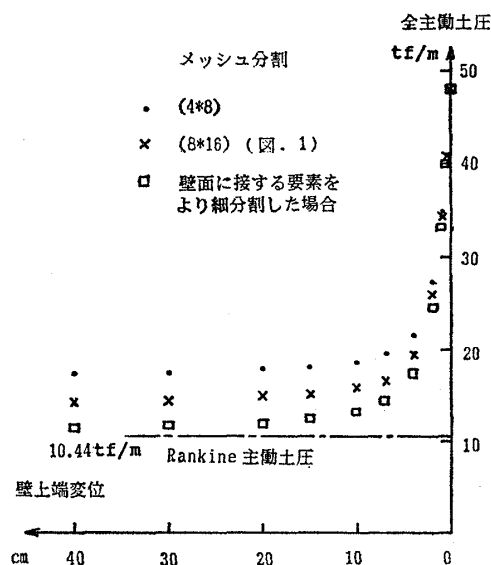


図-8 メッシュ分割の影響
(転倒, 裏込底面粗, 標準データ)
(1 tf/m=9.81 kN/m)

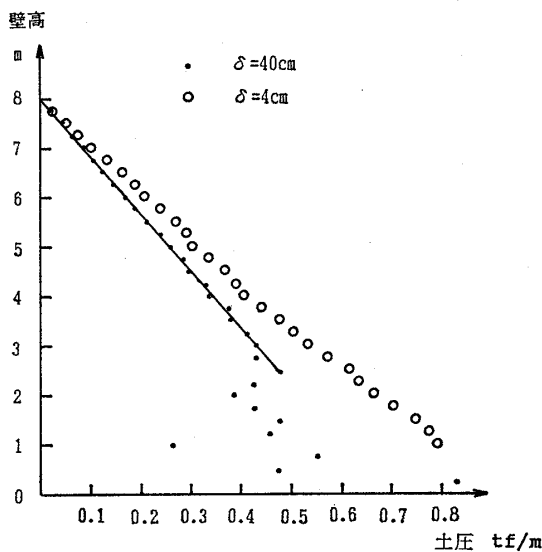


図-9 擁壁背面の土圧分布
(図8の□印のケース)
(1 tf/m=9.81 kN/m)

し標準データを用いる。図-8 に全土圧と壁上端変位との関係を示す。×印は図-1 のメッシュ分割に対応し、・印はこの分割を2倍に粗くしたケースである。また□印は図-1 で壁面に接する要素をさらに細分割したものである。変位が小さい間は主働土圧はそれほど変わらないが、収束値はメッシュ分割によって異なる。一般にメッシュ分割が細くなるほど主働土圧は小さくなるようである。メッシュ分割が小さい(□印)場合には、Rankine 主働土圧に近い値に収束する傾向が見られる。

図-9 は図-8 の□印のケースで、 $\delta=4$ cm と 40 cm のときの擁壁背面の土圧分布図(節点に作用する水平土圧の分布図)である。 $\delta=40$ cm のときには、壁頂より 5.5m の深さまでは Rankine 土圧分布とほぼ一致しているが、壁底付近では応力状態は Rankine 土圧値とは一致せず複雑な分布を示している。後者については、図-7 (a) からわかるように、壁底付近では r^p の変化が急激であることと弾性域に近いことから、応力状態を直観的に予測することは困難である。ただし、このような r^p の急激な変化を、本論文で用いた定歪3角形要素で十分表現しうるかどうかについては疑問がある。従って、図-9 の分布図は、要素の種類を変えた場合に、多少変化する可能性がある。

以上の考察より、メッシュ分割を細かくすると、全土圧は Rankine 土圧に近い値に収束する傾向を示すが、土圧分布は、全土圧が収束値に近い段階でも直線分布になっていないことがわかった。

3.3 裏込め砂の各種のパラメータが変化する場合の主働土圧の変化

ここでは、双曲線パラメータ a 、Rowe の式の係数 K 及びパンング係数 E_0 の変化が主働土圧に及ぼす影響を論

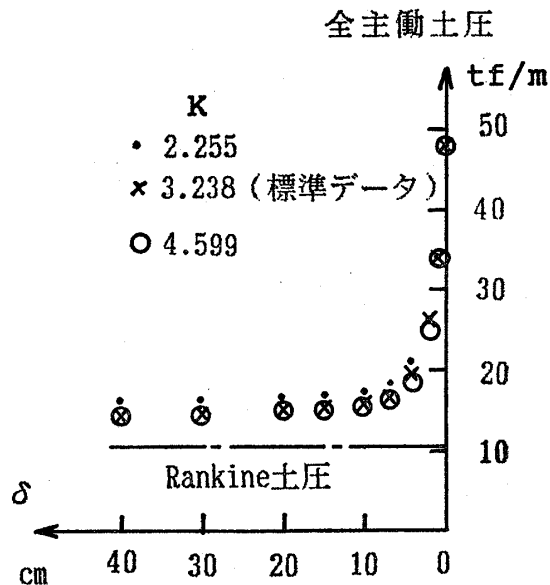


図-10 K を変化させたときの全主働土圧と
 δ との関係 (1 tf/m=9.81 kN/m)

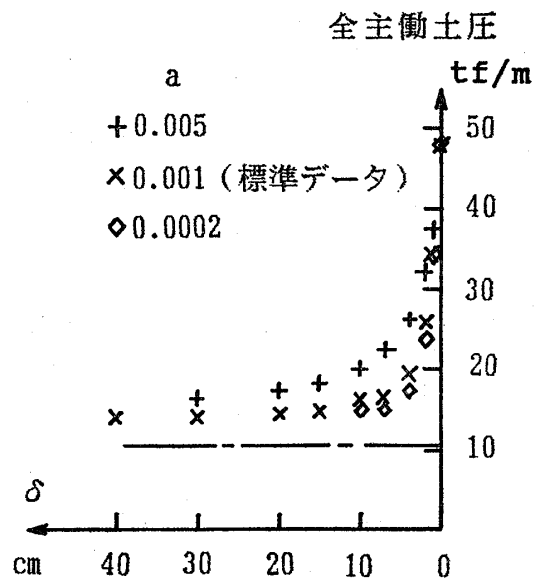


図-11 a を変化させたときの全主働土圧と
 δ との関係 (1 tf/m=9.81 kN/m)

じる。また、裏込砂内の初期静止土圧係数 K_0 が1とは異なる場合についても考察を加える。滑らかな擁壁が転倒する場合を考え、裏込砂の底面は粗とした。標準データを基本において各種パラメータの値を変化させた。メッシュ分割は図-1 と同じである。

(1) K の変化の影響

図-10 は $K=2.255, 3.238, 4.599$ の3種類に変化させたときの全主働土圧と壁上端変位 δ との関係である。それぞれ、最終破壊状態における砂のダイレイタンス角は、 $20^\circ, 10^\circ, 0^\circ$ に相当する。図-10 よりこの K 値の範囲では、 K の変化の影響は小さいことがわかる。従って、要素試験より K 値を決定する場合、高い精度は必要とされないことが知られる。

(2) a の変化の影響

a が小さいと、図-5 の双曲線 ($R-r^p$ 曲線) は立ち上がり急になるので、塑性歪状態に至るスピードは早くなる。図-11 は $a=0.005, 0.001, 0.0002$ の 3 種類に変化させたときの全主働土圧と δ との関係である。図-11 よりわかるように、 a が小さいほど全主働土圧- δ 曲線は小さな δ の値で急激に降下するようになり、過去の実験結果^{17), 18)} の傾向に近づくように見える。しかし、曲線が最も急激に降下する $a=0.0002$ の場合でも、 $\delta=2$ cm ($\delta/H=1/400$) のとき全主働土圧は約 24 tf (235 kN) の値を示しており、未だ収束値へは至っていない。

(3) E_0 の変化の影響

図-12 は $E_0=1,000, 5,000, 15,000$ の 3 種類に変化させたときの全主働土圧と δ との関係である。土圧と δ

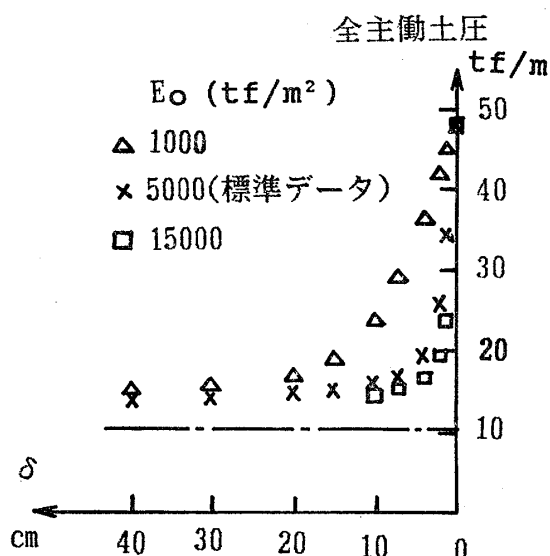


図-12 E_0 を変化させたときの全主働土圧と δ との関係 (1 tf/m=9.81 kN/m)

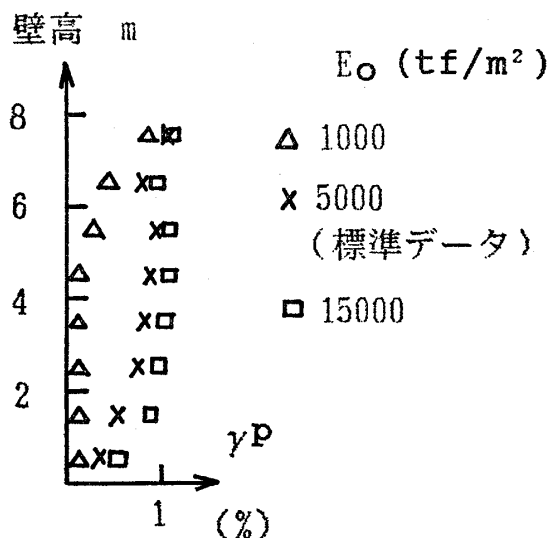


図-13 壁に隣接する 1m 幅の要素内に生じる γ^p の平均値 ($\delta=4$ cm) (1 tf/m²=9.81 kN/m²)

全主働土圧

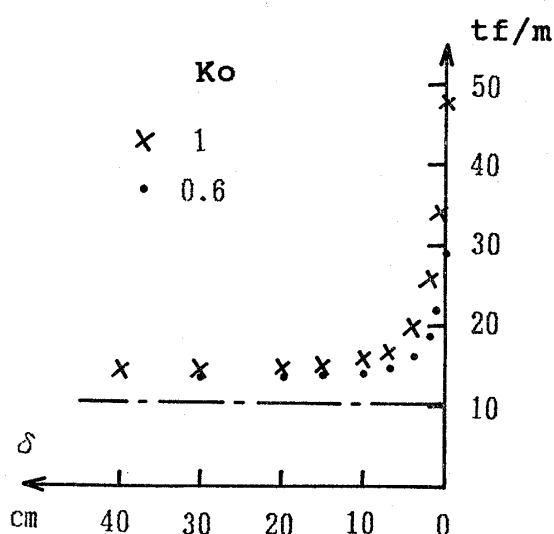


図-14 K_0 を変化させたときの全主働土圧と δ との関係 (1 tf/m=9.81 kN/m)

との関係はヤング係数の影響を大きくうけ、 E_0 が大きいほど曲線は急激に降下するようになる。この理由を考えてみよう。図-13 は擁壁から 1m の範囲内にある要素に生じている最大塑性せん断歪 γ^p の平均値を示したものであり、 $\delta=4$ cm のときの値である。 E_0 が大きいほど大きな γ^p が生じており、このことが前述の理由になっている。

(4) K_0 の変化の影響

図-14 は静止土圧係数を $K_0=1, 0.6$ の 2 種類に変化させたときの全主働土圧と δ との関係である。 $K_0=0.6$ のケースのほうが主働土圧の低下が速い。これは、式 (5) で、 R が 0.6 から出発するため、同じ擁壁変位に対して裏込砂の塑性変形の出現が早くなるためである。なお、 $K_0=1-\sin \phi'=0.357$ のケースについて同様な計算をしたところ、擁壁変位が小さい段階でいったん土圧が大きくなり、そのうち減少してゆく傾向を示した。初期の段階で土圧が上昇したのは式 (5) をそのまま用いたためである。 $K_0 \neq 1$ の場合にも応力・歪曲線が双曲線式に従うと仮定すると、式 (5) は次のように修正する必要がある。

$$R=1/K_0+r^p/(a+br^p) \quad (8)$$

$r^p \rightarrow \infty$ のとき式 (6) が成り立つとすれば

$$1/K_0+1/b=(1+\sin \phi)/(1-\sin \phi) \quad (9)$$

すなわち、 β は ϕ と K_0 によって決まるパラメータとなる。上 2 式が実際に成り立つかどうかは実験により確認する必要がある。本研究では考察を簡単にするために、降伏関数は K_0 によって変化しないと仮定し、式 (5) をそのまま用いた。

4. 粗い擁壁に生じる主働土圧

従来、粗い擁壁が転倒する場合には Coulomb 土圧が生じると考えられてきたが、土の塑性変形を考慮した検討は十分ではない。この章では粗い擁壁の場合について、Coulomb 土圧の位置づけ、土圧と壁変位の関係、及び壁面摩擦を表現する各種パラメータ（摩擦角、弾性定数など）が土圧・変位関係に及ぼす影響について論じる。

4.1 壁面摩擦のモデル化

簡単のために壁面摩擦は弾完全塑性ジョイント要素でモデル化した。弾性応力・歪マトリクス D^e は

$$D^e = \begin{bmatrix} E_J & 0 \\ 0 & G_J \end{bmatrix} \quad (9)$$

とした。ここで、 E_J , G_J はジョイント要素のヤング係数、せん断弾性係数である。

降伏則は次のように仮定した。

$$|\tau| = \mu\sigma \quad \text{ただし, } \mu = \tan \phi_J \quad (10)$$

ここで、 μ は壁面摩擦係数、 ϕ_J は壁面摩擦角。

流れ則は次のように仮定した。

$$d\varepsilon^p/d\gamma^p = -\mu' \quad \text{ただし, } \mu' = \tan \phi_J \quad (11)$$

ここで、 $d\varepsilon^p$, $d\gamma^p$ は塑性歪増分。 ϕ_J はダイレイタンシー角に相当する。もし $\phi_J = \psi_J$ なら関連流れ則が成り立つ。式 (11) に対応する塑性ポテンシャル Φ_J は

$$\Phi_J = \tau - \mu'\sigma \quad (12)$$

である。

応力増分と歪増分の関係式は文献 19) にならって導出した。また、ジョイント要素の節点力と節点変位の関係を与える弾性剛性マトリクスは、文献 20) で提案されているものと同じである。以上より、このジョイント要素の力学的特性は E_J , G_J , ϕ_J , ψ_J の 4 つのパラメータにより表現される。

4.2 Coulomb 土圧の再検討

図-15 に擁壁が滑動（平行移動）及び転倒する場合の全水平主働土圧と壁上端変位 δ との関係を示す。ただし、裏込砂の底面は前者では滑、後者では粗とした。裏込砂は標準データのケースとし、壁面摩擦角 ϕ_J が 0° と 40° の場合について計算を行なった。

図-15 より擁壁が滑動する（ただし裏込底面は滑）場合には、全水平土圧と δ との関係は ϕ_J に無関係にほぼ同一になり、Rankine の全土圧値に収束するのがわかる。一方土圧分布を見ると $\phi_J = 0^\circ$ と 40° の場合ではかなり異なっていることが図-16 よりわかる。ここで図-16 は、全水平土圧がほぼ収束値に達している $\delta = 40 \text{ cm}$ のときの擁壁背面の土圧分布（節点に作用する水平土圧の分布）である。すなわち、 $\phi_J = 0^\circ$ の場合には土圧分布も Rankine 土圧理論で予想されるような直線的（静水

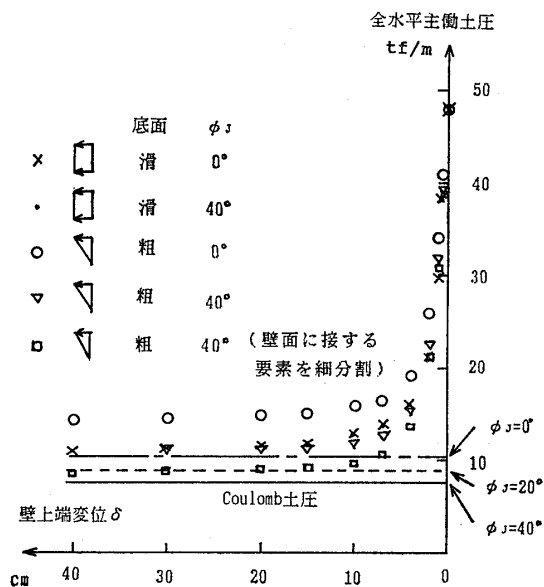


図-15 滑動及び転倒時の全水平主働土圧と δ との関係 ($E_J = G_J = 250,000 \text{ tf/m}^2$, $\phi_J = 0^\circ$)
($1 \text{ tf/m} = 9.81 \text{ kN/m}$)

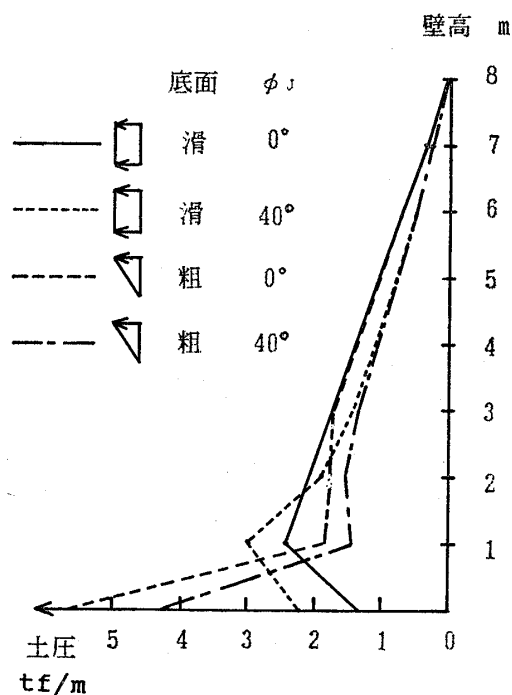


図-16 擁壁背面の土圧分布 (図-15 のケース, $\delta = 40 \text{ cm}$)
($1 \text{ tf/m} = 9.81 \text{ kN/m}$)

圧的) 変化を示しているのに対し、 $\phi_J = 40^\circ$ 場合には下端付近で Rankine 土圧分布値より大きい値を示し、それより上方では小さい値を示している。なお裏込底面が粗な状態で擁壁が滑動する場合には、全土圧の収束値は図-15 中に示される Coulomb 土圧値より小さくなること、中井の論文²⁾の Fig. 16 より予想される。

次に擁壁が転倒する場合には、図-15 からわかるようにメッシュ分割を細かくすると全水平土圧は Coulomb 土圧値に近い値に収束する傾向を示す。しかし土圧分布は、図-16 からわかるように全土圧が収束値に近い段階

でも下端付近で直線（静水圧）分布からかなりはずれる。

また全土圧の作用点は直線分布のときより下がる。この点は Fang・Ishibashi²²⁾ により実験的にも確認されている。彼らによればこの理由は、下端付近では水平変位が小さいので裏込砂の塑性化が遅れるためである。なお図-15 よりわかるように、擁壁背面の摩擦の有無は全水平土圧と δ との間の初期の関係よりも最終的な関係、すなわち収束値に大きな影響を与える。

4.3 ジョイント要素の各種パラメータが変化する場合の主働土圧の変化

ここでは E_J , G_J , ϕ_J , ψ_J の変化が主働土圧に及ぼす影響を論じる。擁壁が転倒する場合を考え裏込砂の底面は粗とした。また裏込砂のパラメータの値は、特にことわらない限り標準データを用いた。

表-1 はジョイント要素の弾性係数 E_J , G_J が変化する場合の全水平土圧と δ との関係を数値で表示したものである。 $\phi_J=40^\circ$, $\psi_J=0^\circ$ とし, $E_J (=G_J)$ が 10,000 tf/m² (98,100 kN/m²) と 250,000 tf/m² (2,450,000 kN/m²) の2ケースを比較した。 E_J の影響は非常に小さいことが表-1 よりわかる。

表-2 はジョイント要素のダイレイタンシー角 ψ_J が変化する場合の全水平土圧と δ との関係である。 $\phi_J=40^\circ$, $E_J=G_J=10,000$ tf/m² (98,100 kN/m²) とした。 ψ_J の影響は非常に小さいことがわかる。

ϕ_J が変化する場合の影響については、すでに図-15 に計算結果を示し、4.2 で考察を行なった。

4.4 従来の主働土圧実験結果の解釈

これまで砂の主働土圧実験は数多く行なわれている（文献 17), 18), 21) など）が、本研究結果を直接適用して定量的な考察を行なうことはできない。その理由

表-1 $E_J (=G_J)$ を変化させたときの全水平主働土圧と δ との関係 ($\phi_J=40^\circ$, $\psi_J=0^\circ$)

(単位: tf/m)

$E_J (=G_J)$ (tf/m ²)	壁 上 端 変 位 δ cm						
	0.5	1	2	4	7	10	15
10,000	39.48	32.47	23.36	16.15	13.08	12.24	11.79
250,000	39.24	32.02	22.77	15.64	12.78	12.03	11.62

(1 tf/m=9.81 kN/m)

表-2 ψ_J を変化させたときの全水平主働土圧と δ との関係 ($\phi_J=40^\circ$, $E_J=G_J=10,000$ tf/m²)

(単位: tf/m)

ψ_J	壁 上 端 変 位 δ cm						
	0.5	1	2	4	7	10	15
0°	39.48	32.47	23.36	16.15	13.08	12.24	11.79
40°	39.50	32.52	23.53	16.53	13.59	12.63	12.08

(1 tf/m=9.81 kN/m)

は、実験に用いられた裏込砂の平面歪試験結果に関する情報が少ないこと、特に主働土圧実験に対応させるためには、要素試験として鉛直荷重（最大主応力）を一定に保ちながら水平荷重（最小主応力）を減少させるような除荷試験が行なわれねばならないが、これに関する情報が全く無いことである。しかし、いくつかの点について定性的な考察を行なうことは可能である。ここでは、(1) $\delta/H < 1/1,000$ で全主働土圧が収束値に至る理由の背景、(2) Sherif ら²¹⁾ の土圧計測結果の解釈、の2点について論じる。

(1) $\delta/H < 1/1,000$ で全主働土圧が収束値に至る理由の背景

擁壁が転倒する場合、全水平主働土圧が δ の小さい段階で急激に減少し収束値に近づくのは、裏込砂の a が小さい、 K_0 が小さい、及び E_0 が大きいときであることが、本論文のこれまでの計算結果からわかった。図-17 は裏込砂のパラメータを $a=0.0002$, $K_0=0.6$, $E_0=15,000$ tf/m² (147,000 kN/m²) とし、ジョイント要素のパラメータを $\phi_J=40^\circ$, $\psi_J=0^\circ$, $E_J=G_J=250,000$ tf/m² (2,450,000 tf/m²) とした場合の計算結果（図中の丸印）である。この場合には $\delta=1$ cm（すなわち $\delta/H=1/800$ ）で土圧は収束値に近い値になっているのがわかる。 a , K_0 , E_0 の値をさらに厳しくとることにより、 $\delta/H < 1/1,000$ で収束値に至らせることも可能である。また

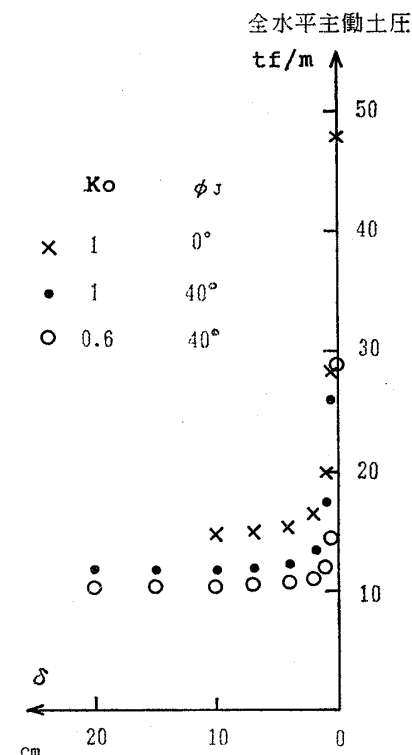


図-17 $\delta/H=1/1,000$ で全水平主働土圧が収束値に近づく例 ($a=0.0002$, $E_0=15,000$ tf/m², $\phi_J=0^\circ$, $E_J=G_J=250,000$ tf/m²)
(1 tf/m=9.81 kN/m)

これら3つのパラメータを同時に小さく（もしくは大きく）する必要はなく、たとえば K_0 が1であっても a と E_0 の値をより厳しくとることにより可能となろう。いずれにせよ $\delta/H < 1/1,000$ で全主働土圧が収束値に近い値に至るのは、 a , K_0 及び E_0 の値が適切に組み合わさった結果であると判断される。なお参考のために、図-17中に $K_0=1$, $\phi_f=0^\circ$ 及び 40° の2ケースの計算結果を示した。

(2) Sheriif ら²¹⁾の土圧実測結果の解釈

Sherif らは高さ約1mの擁壁を主働側に回転させ、裏込砂により生じる土圧と壁の回転角との関係を図-18のように求めている。図中の SPi はゲージ番号iで測定された土圧を表わし、iが小さいほど高い位置を表わす (SP1 は下端より85cm, SP5 は下端より22cmの高

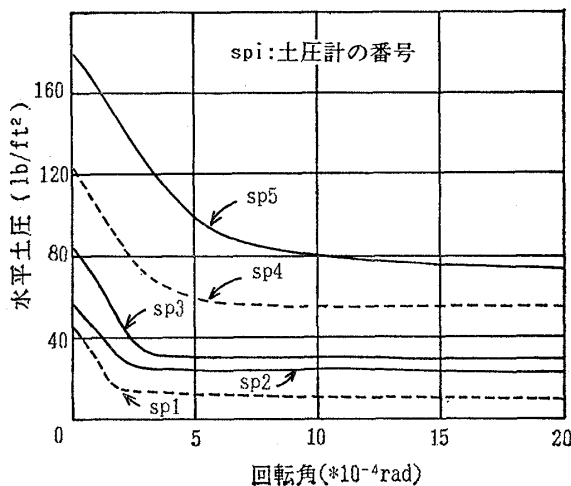


図-18 いろいろな高さでの水平土圧と回転角の関係 (Sherif ら²¹⁾の Fig.8 より引用)

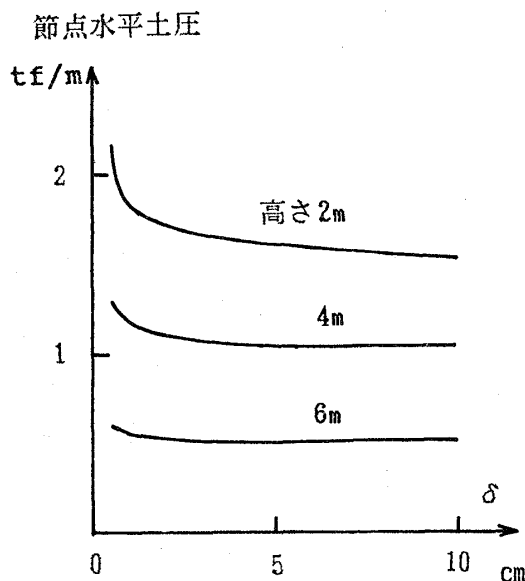


図-19 いろいろな高さでの節点水平土圧と δ の関係 (図-17 の○印のケース) (1 tf/m=9.81 kN/m)

さ)。図-18 より、擁壁上端に近いほど主働土圧の発現が早く、収束値に至るスピードが速いことがわかる。これは、図-7 に示したように擁壁上端に近いほど裏込砂の塑性化が速いことに基因している。図-19 は、図-17のケースで擁壁下端より2m, 4m, 6mの高さでの節点水平土圧と δ との関係である。擁壁の大きさ、裏込砂の土質特性などが異なるにも拘らず、図-18 と同様な傾向を示している。

5. 結 論

本研究で得られた結論は次のようである。

(1) 擁壁に作用する全土圧及び土圧分布は、擁壁の変形様式（転倒もしくは滑動）及び裏込砂の境界条件（滑もしくは粗）によって大きく変化する。また裏込砂の土質特性（塑性変形特性及び弾性変形特性）、壁面の摩擦特性によっても大きく変化する。

(2) Rankine 土圧（全土圧及び土圧分布）は厳密には裏込砂の3つの境界（壁面、裏込砂の底面、及び裏込砂の右端面）が滑らかで擁壁が滑動（平行移動）するという特別な場合に生じる。

(3) 擁壁が転倒する場合、裏込砂の底面が粗であるときには、全水平主働土圧は Rankine もしくは Coulomb 土圧に近い値に収束する。土圧分布は全土圧が収束値に近い段階でも直線的（静水圧的）分布とはならず、全土圧の作用点は直線分布の場合より下がる。ただし、この結論は、メッシュ分割をさらに細かくした場合や、要素の種類を変えた場合に、多少変化する可能性がある。

(4) 上記(3)のケースにおいて、全水平主働土圧と擁壁変位との初期段階（変位が小さいとき）の関係は、裏込砂のパラメータ a , E_0 , K_0 に支配される。最終段階（変位が大きいとき）の関係は、裏込砂のパラメータ b 及び壁面の摩擦特性を表わすパラメータ ϕ_f に支配される。裏込砂のパラメータ K 及び壁面でのパラメータ ϕ_f , E_f ($=G_f$ とした) の影響はいずれの場合も小さい。

(5) 従来の主働土圧実験結果のいくつかを本研究結果にもとづいて定性的に説明することができた。

謝 辞

電子計算及び図面のトレースにおいて、本学の井田寿朗技官と都築信也技官に大変お世話になった。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 山口柏樹 (1984): 「土質力学」, 技報堂, 第8章.
- 2) Nakai, T. (1985): "Finite element computations for active and passive earth pressure problems of retaining wall", Soils and Foundations, Vol.25, No.3, pp.98-112.

- 3) Rowe, P. W. (1962) : "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact", Proc. Royal Soc., London, Series A, Vol.269, pp. 500-527.
- 4) 中井昭夫・松岡 元 (1981) : 任意応力経路下の土の変形挙動に関する統一的解釈, 「土木学会論文報告集」, 第 306 号, pp. 23~34.
- 5) Lade, P. V. and Duncan, J. M. (1975) : "Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil", ASCE, Vol.101, GT 10, pp.1037-1053.
- 6) 松井 保・阿部信晴 (1983) : 講座: 土の構成式入門, 5. 弾塑性理論と適用 (その 2), 「土と基礎」, Vol.31, No. 12, pp. 73~79.
- 7) 龍岡文夫 (1987) : 第 2 章土のせん断強度(材料力学), 「土の強さと地盤の破壊入門」, 土質工学会, pp. 27~121.
- 8) Barden, L., Ismail, H. and Tong, P. (1969) : "Plane strain deformation of granular material at low and high pressures", Geotech., Vol.19, No.4, pp.441-452.
- 9) Kondner, R. L. (1963) : "Hyperbolic stress-strain response : cohesive soils", ASCE, Vol.89, SM 1, pp. 115-143.
- 10) Duncan, J. M. and Chan, C. Y.: "Nonlinear analysis of stress and strain in soils", ASCE, Vol.96, SM 5, pp. 1629-1653.
- 11) Matsuoka, H. and Sakakibara, K. (1987) : "A constitutive model for sands and clays evaluating principal stress rotation", Soils and Foundations, Vol.27, No. 4, pp. 73-88.
- 12) 市原松平・松沢 宏 (1970) : 平面ひずみ状態と軸対称ひずみ状態における乾燥砂のせん断特性, 「土木学会論文報告集」, 第 173 号, pp. 47~59.
- 13) 鵜飼恵三 (1988) : 歪硬化を考慮した砂地盤の変形解析, 「土木学会第 43 回 年次学術講演会」, 第 3 部, pp. 630~631.
- 14) Pradhan, T. B. S., Tatsuoka, F. and Horii, N. (1988) : "Strength and deformation characteristics of sand in torsional simple shear", Soils and Foundations, Vol. 28, No.3, pp. 131-148.
- 15) 田中忠次 (1987) : 土質力学における数値解析, 「わわりやすい土質力学原論」, 土質工学会, pp. 203~243.
- 16) Terzaghi, K. (1936) : "A fundamental fallacy in earth pressure computations", In Contributions to Soil Mechanics : 1925-1940, Boston Society of Civil Engineers, pp. 277-294.
- 17) Terzaghi, K. (1934) : "Large retaining wall tests : I-Pressure of dry sand", Engineering News Records, pp. 136-140.
- 18) 市原松平・松沢 宏 (1970) : 壁変位中における土圧特性と裏込め砂のせん断特性の関連, 土木学会論文報告集, 第 176 号, pp. 61~74.
- 19) Matsui, T. and San, K. C. (1988) : "Finite element stability analysis method for reinforced slope cutting", International Geotechnical Symposium on Theory and Practice of Earth Reinforcement (Fukuoka), Balkema, pp. 317-322.
- 20) 里 優・亀村勝美・中尾健児・岩野政治 (1986) : ジョイント要素を用いた岩盤の不連続性の表現法について, 第 1 回地盤工学における数値解析法シンポジウム, pp. 15~22.
- 21) Sherif, M. A., Fang, Y. S. and Sherif, R. I. (1984) : "Ka and Ko behind rotating and non-yielding walls", ASCE, Vol.110, No.1, pp. 41-56.
- 22) Fang, Y. S. and Ishibashi, I. (1986) : "Static earth pressures with various wall movements", ASCE, Vol. 112, No.3, pp. 317-333.