



一般相対論的磁気流体力学

富 松 彰
(名古屋大学理学部)
(1993年 2 月10日受理)

General Relativistic Hydromagnetics

Akira Tomimatsu
(Received February 10, 1993)

Abstract

By using general relativistic MHD equations, we study magnetized winds injected into the magnetosphere of a rotating black hole. A brief review is presented of the stationary and axisymmetric propagation of the ideal MHD winds. From the critical point analysis, we find interesting general relativistic effects near the black hole; (1) ingoing winds with negative energy, and (2) large disturbances of the wind velocity induced by fast magnetosonic waves. We consider the production of ingoing and outgoing winds from a thin boundary layer with a large current density, where the ideal MHD condition breaks down. The rotational energy extracted from the black hole is shown to be transported into the outgoing winds and the heat flow.

Keywords:

general relativity, black-hole magnetosphere, rotating magnetized wind, critical point, hydromagnetic wave, particle-creation region, heat flow,

1. はじめに

太陽をはじめとする種々の天体では、プラズマが主要な役割を果たしている数多くの現象が観測されている。その天体プラズマと地上における実験室プラズマとの相違点の1つは重力の重要性である。もちろん、輻射放出や粒子加速のような過程において基本となるのはプラズマ粒子と電磁場との相互作用であるが、天体の重力も興味深い影響を及ぼすことができる。例えば、

- 1) より高温・高密度のプラズマ状態を形成すること、
 - 2) 重力エネルギーがプラズマ過程のエネルギー源になること、
 - 3) プラズマ粒子に落下運動や回転運動を誘起することによって、電磁場の構造を変化させること、
- などである。通常天体では、これらの重力の作用はニュー

Department of Physics, Faculty of Science, Nagoya University, Nagoya 464-01.

トン理論の枠内で十分に理解される。しかし、ブラックホールや中性子星と呼ばれるような、小さなサイズの強重力天体の周辺に集積しているプラズマを取り扱うときは、一般相対論的な重力の効果を考慮しなければならない。この効果は、単に重力の強さを大きくするばかりではなく、電磁氣的相互作用自身に直接影響を及ぼすものである。また、強重力天体はそれ自身で自転運動しているとともに、プラズマ粒子はその周辺を回転運動していると考えられる。ニュートンの描像によれば、回転運動は遠心力などの慣性力を伴うことになるが、一般相対論では質的に異なった効果が現れることになる。本解説では、特に、ブラックホール周辺に形成された磁気圏をとりあげ、その領域における重力場と電磁場と回転プラズマ粒子の間の一般相対論的相互作用を紹介したい。

2. ブラックホール

一般相対論にはあまりなじみのない読者のために、ブラックホールとそれに関連する用語についてコメントしておこう。一般相対論の基本的枠組は、あらゆる物理法則を時間と空間の4つの座標から構成される4次元の世界で定義することである。その際、4次元時空の構造を記述するための数学的道具（微分幾何学）が必要となる。時空内の近傍の2点を考え、それらの座標値の微小な差を dx^a ($a = 0, 1, 2, 3$) と書いておこう。この差はどのような時間と空間の座標を設定するかで変化する量であるが、座標の選択に対して不変な2点距離 ds を時空に導入することができる。重力が存在していない平坦な時空では、空間座標として球座標を用いた慣性系の場合、その不変距離は

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (1)$$

という式で与えられる。（今後、式中においては光速 $c = 1$ という単位系を使用する。）一般相対論においては、重力場の存在は物理法則が設定される時空の曲率として捉えられる。つまり、リーマン幾何学に基づいて、座標値の差と不変距離を結びつける量（メトリック） g_{ab} を導入し、それ

を重力ポテンシャルと解釈する。このメトリックは添字の交換に対して対称な量であり ($g_{ab} = g_{ba}$)、一般の場合10個の独立成分を持っている。

定常的な回転運動をしている天体の重力場を考えよう。この場合、天体からずっと離れた所で静止している観測者の時間座標 t と回転軸のまわりの角度座標 ϕ を用いると、定常・軸対称な時空のメトリックは

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + 2g_{t\phi}dtd\phi + g_{\phi\phi}d\phi^2 + g_{rr}dr^2 + g_{\theta\theta}d\theta^2 \quad (2)$$

という形で表される。各成分 g_{ab} は poloidal 面内の球座標 (r, θ) にのみ依存する。この式を

$$ds^2 = (g_{tt} - \omega^2 g_{\phi\phi}) dt^2 + g_{\phi\phi} (d\phi - \omega dt)^2 + g_{rr}dr^2 + g_{\theta\theta}d\theta^2 \quad (3)$$

と書き直し、平坦な時空でのメトリック(1)と比較しよう。静止している観測者のメトリックが、 $\omega \equiv -g_{t\phi}/g_{\phi\phi}$ という角速度で角度 ϕ 方向に逆回転している座標系のメトリックと同じ構造を示していることがわかる。これは天体の回転によって慣性系が引きずられているためであり、純粹に一般相対論的な効果である。

最も簡単なブラックホールの重力場は Schwarzschild メトリック

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2r_g}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (4)$$

である。ここで、 $r_g \equiv Gm$ は重力定数 G とブラックホールの質量 m で決められるサイズである。落下してきた粒子が半径 $r = 2r_g$ の球面を横切ると、 $r < 2r_g$ の領域では、メトリックの成分 g_{tt} と g_{rr} の符号が逆転するので、座標 r が時間座標の役割をする。すると、未来への時間経過は常に座標 r の減少を意味することになり、それが増大して $r > 2r_g$ の領域に脱出するような粒子の運動は禁止されてしまう。このような粒子や光線の捕捉領域がブラックホールであり、その表面 $r = 2r_g$ を地平面と呼んでいる。角運動量 J で自転しているブラックホール (Kerr メトリック) では、 ω の影響のために重力が弱まり、地平面は $g_{tt} =$

$\omega^2 g_{\phi\phi} < 0$ の所に現れるので (そこでは $g_{rr}^{-1} = 0$), その面の半径は $r = r_H \equiv r_g + \sqrt{r_g^2 - (J/m)^2} < 2r_g$ に減少する. 地平面上での ω は角度座標 θ によらない定数 $\omega_H \equiv J/(2mr_g r_H)$ であり, それをブラックホールの剛体回転を表す角速度と解釈する.

3. 磁気圏

宇宙において X 線輻射の放出などの活発な現象を示している天体の一部にはブラックホールが存在していると考えられている. その質量は, 銀河系内の X 線星の場合には太陽質量の10倍程度であるが, はるか遠くにある活動的銀河の中心核部分の場合は太陽質量の $10^6 \sim 8$ 倍にも達していると思われる. これらのブラックホールが示す一般相対論効果をプラズマ現象によって検証することは非常に興味深い研究課題である.

ブラックホールの周辺に引き寄せられてきた回転プラズマは, その赤道面を中心とする, 高温・高密度のガス円盤を形成している. ブラックホールを取り巻くガス円盤は X 線の熱輻射の供給源としての役割を担っており, その構造や性質は各種の X 線天体のモデルにおいてよく研究されている. しかし, ブラックホールに近い内縁部を除いて, その一般相対論的效果はあまり顕著でない. 円盤内の物理過程から引き出してくることができるブラックホールの情報はほぼその質量だけに限定される.

地平面近くの現象に関与し, それを遠方に伝える媒介となるものは, プラズマ中の電流が作る磁場である. 特に, 活動的銀河の中心核からは, 大きな強度の非熱的 X 線の放出, 及び, 光速に近い高速のプラズマ流の噴出 (数100kpc にもおよぶ大きなスケールでのジェット状の電波源, 1 kpc は約3000光年) が観測されている[1]. 当然, これらの現象のエンジンとして機能しているブラックホールの周辺部には, 磁場が存在していると予想される. ただし, 磁場の起源や磁力線の形状については極めて曖昧模糊としている. 通常の恒星や惑星とは異なって, ブラックホールの内部におけるプラズマの対流運動によっては, その

外部に磁場を作れないからである. 我々は, ブラックホールの重力の影響下にあるプラズマ内の電流分布と磁場を, 地平面やガス円盤の存在という境界条件のもとで, 相互に矛盾なく与えるという困難に直面する. もちろん, このようなブラックホール磁気圏の構造を一挙に理解することは不可能であるので, いくつかの仮定を行い, 部分的な問題の解析を積み重ねていかなければならない.

磁気圏内にあるプラズマや電磁場の自己重力は, 中心部に位置している大質量回転ブラックホールがおよぼす重力と比較して, 無視できるほど小さい. 故に, 磁気圏内の時空は Kerr メトリックと仮定しておくことができる. そして, プラズマの運動における激しい時間変動はおさまり, 時空の対称性に従って, 回転軸に関して対称的な分布が実現していると仮定しよう. プラズマ粒子もブラックホールと同じように回転運動をしているが, その遠心力によっても地平面近くの強重力に打ち勝つことはできず, ブラックホール内に吸い込まれていく. 定常・軸対称分布にある磁気圏内のプラズマ粒子は, ガス円盤からの流出及び輻射からの対生成によって補給されていると考えられる. すると, その個数密度 n は十分に大きく, プラズマは準中性状態になっていると評価できる. 我々は一般相対論的磁気流体近似を適用して, 磁気圏の構造を議論することとしよう.

4. 定常・軸対称磁気流体力学

相対論では, 電磁場の成分及び電流密度は反対称テンソル F_{ab} とベクトル j^a ($a, b = t, r, \theta, \phi$) によって表記される. これらの量は, 定常・軸対称のメトリックのもとで定義されたマクスウェル方程式 $\nabla_b F^{ab} = -4\pi j^a$ (∇_b はメトリックを含む微分作用素であり, 共変微分と呼ばれている) を満足しなければならない. プラズマ中に ϕ 方向の電流があり, poloidal 方向 (ϕ が一定の面) の磁場 $F_{\theta r}, F_{\phi r}$ が発生しているとしよう. プラズマに理想磁気流体の条件 $u_b F^{ab} = 0$ を付加すると, 流体の落下によって磁場の強度が増大すると共に (10^4 gauss 程度), 磁力線はブラックホールを貫くようになる. また, 流体の回転運動に伴って,

磁場の ϕ 方向成分 $F_{r\phi}$ と電場の poloidal 方向成分 F_{tr} , $F_{t\theta}$ も生成される. ここで, u^a は流体の速度ベクトルであり, 単位固有時間 τ (流体要素と共に運動する時計が刻む時間) 当たりの座標値の変化 $dx^a/d\tau$ を表している. 座標時 t から見たプラズマ粒子の回転角速度は $\Omega \equiv u^\phi/u^t$ であるが, その質量を μ と書くと, μu_t 及び $-\mu u_\phi$ は 1 粒子のエネルギーと角運動量を与える ($u_t = g_{tt}u^t + g_{t\phi}u^\phi$, $u_\phi = g_{t\phi}u^t + g_{\phi\phi}u^\phi$). 流体要素に対しては, その圧力と内部エネルギーを無視する cold 近似を用いることとするので, その運動方程式はエネルギー・運動量テンソル $T^{ab} = \mu n u^a u^b + (1/4\pi)(F^{ac}F_c^b + (g^{ab}/4)F^2)$ に関する保存則 $\nabla_b T^{ab} = 0$ になる. この保存則の一部は粒子数の保存則 $\nabla_a(nu^a) = 0$ を意味している.

このような定常・軸対称理想磁気流体系では, poloidal 面内の磁力線と流線は一致し, その曲線上に沿って保存する量が存在している[2]. それらは, 電場の生成を示す磁力線の回転角速度

$$\Omega_F = F_{tr}/F_{r\phi} = F_{t\theta}/F_{\theta\phi}, \quad (5)$$

単位磁束当たりの粒子数流束

$$\begin{aligned} \eta &= \sqrt{-g} n u^r / F_{\phi\theta} = \sqrt{-g} n u^\theta / F_{r\phi} \\ &= \sqrt{-g} n u^t (\Omega - \Omega_F) / F_{\theta r}, \end{aligned} \quad (6)$$

及び, 磁気流体中の 1 粒子当たりの全エネルギーと全角運動量

$$\begin{aligned} E &= \mu u_t - \Omega_F B_\phi / 4\pi\eta, \\ L &= -\mu u_\phi - B_\phi / 4\pi\eta \end{aligned} \quad (7)$$

である. これらの式で, g はメトリック g_{ab} の行列式であり, $B_\phi = \sqrt{-g} F^{\theta r}$ で定義された磁場の成分が使用されている. 保存量 E 及び L の式は, 磁場の ϕ 成分の増減によるプラズマ粒子のエネルギーと角運動量の変化を表している. また, 電磁場のベクトルポテンシャルの ϕ 成分を $\Psi(r, \theta)$ と書くと, $F_{A\phi} = \partial_A \Psi$ ($A = r, \theta$) となるので, Ψ を一定とする曲線が poloidal 面内の流線または磁力線を示している. これらの結果は通常の磁気流体力学系でも得られるものであるが, メトリックを通じて一般相対論の効果が混入して

いる.

磁気流体力学においても, 曲率のある時空上で定義された 4 次元的な量と平坦な空間上で取り扱われてきた通常の 3 次元的な量との対応関係は必ずしも明確ではない. ここでは, poloidal 面内の磁場の成分として, $B^r = F_{\theta\phi}/\sqrt{-g}$ 及び $B^\theta = -F_{r\phi}/\sqrt{-g}$ という表式を用いて議論することとしよう. すると,

$$\begin{aligned} u_p^2 &= -(g_{rr}(u^r)^2 + g_{\theta\theta}(u^\theta)^2), \\ B_p^2 &= -(g_{rr}(B^r)^2 + g_{\theta\theta}(B^\theta)^2) \end{aligned} \quad (8)$$

という式によって与えられた流速 u_p 及び磁場の強度 B_p から ($g_{rr} < 0$, $g_{\theta\theta} < 0$), Alfvén マッハ数 M を $M^2 = 4\pi\mu\eta u_p/B_p$ と定義することができる. 速度ベクトルに対しては $g_{ab}u^a u^b = 1$ という規格化条件を課さなければならないので, 保存量を用いて u^t や u^ϕ を消去すると,

$$\begin{aligned} \mu^2(1 + u_p^2) &= \\ &= \frac{K_F e^2 - 2e^2 M^2 - (g_{\phi\phi}E^2 + 2g_{t\phi}EL + g_{tt}L^2)(M^2/R)^2}{(K_F - M^2)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

を得ることができる. この式で, $e = E - L\Omega_F$, $R^2 = g_{t\phi}^2 - g_{tt}g_{\phi\phi}$ 及び $K_F = g_{tt} + 2g_{t\phi}\Omega_F + g_{\phi\phi}\Omega_F^2$ である. これは与えられた磁力線上における流速 u_p の進化を決める代数方程式であり, poloidal wind 方程式と呼ばれている. 今までに得られた代数的関係式を用いれば, 残された方程式は磁力線の形状 (Ψ) に関する方程式だけになる. この trans-field 方程式は非常に複雑な非線形 2 階偏微分方程式になっており[3], 磁気流体の wind を含むブラックホール磁気圏における境界値問題として解かれなければならない.

5. 臨界点

活動的銀河のような天体にブラックホール磁気圏のモデルを適用しようとする際には, より大きなスケールの領域へのプラズマ流の噴出を考えなければならない. 問題はそのような噴出流の起源と駆動力ということになるが, ここで, 回転磁気流体に対するブラックホール時空の特性が関与し

てくる。まず、基本的なことは、ブラックホールの表面（地平面）からの噴出は絶対に有り得ないという点である。定常磁気圏においては、地平面への降着流と遠方への噴出流の共存構造が必要になる。

2方向の wind の出発点（境界域）はガス円盤の表面または粒子対生成領域（図1を参照）と思われるが、そこでの流速 u_p は非常に小さいはずである。理想磁気流体の結果を極限 $u_p \rightarrow 0$ の場合に適用すると、個数密度 n は無限に大きくなり、粒子の回転角速度 Ω は磁力線の回転角速度 Ω_F に等しくなる。故に、wind の出発点において、粒子の回転速度は光速を超えることはできないという条件 $K_F > 0$ が課されることになる。

（回転軸上を除いては、常に $g_{t\phi} > 0$ 及び $g_{\phi\phi} < 0$ が成立する。故に、地平面の外側 $g_{tt}g_{\phi\phi} < g_{t\phi}^2$ において $K_F > 0$ の領域が存在するためには、 Ω_F の絶対値はあまり大きくなることはでき

ない。） $K_F = 0$ の面は $u_p \ll 1$ という低速 wind の限界面であり、light cylinder と呼ばれている。降着流に対しては、重力のために地平面の近くの領域で $K_F < 0$ になるが、噴出流に対しては、遠心力のためにずっと遠方の領域において $K_F < 0$ になる。

出発点から light cylinder を越えて伝播していく wind は、磁力線に沿って次第に加速されていかなければならない。すると、poloidal 方向の流速 u_p が相対論的磁気流体波の位相速度[4]に等しくなる所で、流体の加速過程を与える poloidal wind 方程式の解にはいくつかの臨界点が現れる。ここでは cold wind が仮定されているので、臨界点は Alfvén 点と速進波の磁気音速点だけになる。それらの点における Alfvén マッハ数は、各々、 $M^2 = K_F$ 及び $M^6 = (4\pi\eta/B_p)^2 (e^2 - K_F\mu^2)$ で与えられる[5]。この表式からわかるように、Alfvén 臨界点は、 $K_F > 0$ の領域、つまり wind の出発点と light cylinder の中間点に存在しなければならない。その点において poloidal wind 方程式が有限の u_p を与えるためには、位置に対する条件

$$(g_{tt} + g_{t\phi}\Omega_F)L + (g_{t\phi} + g_{\phi\phi}\Omega_F)E = 0 \quad (10)$$

が課せられる。一方、poloidal wind 方程式を磁力線に沿って微分すると、その方向の加速度の表式が得られる。速進波の磁気音速点では、その加速度の発散が引き起こされる。wind が有限の加速度を与え、磁気音速点を通過するためには、その点において

$$\Gamma + \Lambda = 1, (\Gamma + \Lambda)' = 0 \quad (11)$$

という2つの条件が必要になる。ただし、第2式は磁力線に沿っての微分を意味しており、

$$\Gamma^3 = \frac{K_F^3 B_p^2}{16\pi^2 \eta^2 (e^2 - \mu^2 K_F)} \quad (12)$$

$$\Lambda^3 = \frac{((g_{tt} + g_{t\phi}\Omega_F)L + (g_{t\phi} + g_{\phi\phi}\Omega_F)E)^2}{R^2 (e^2 - \mu^2 K_F)} \quad (13)$$

である。これらは磁気音速点の位置を指定すると共に、その点を通過できる wind の保存量間の関

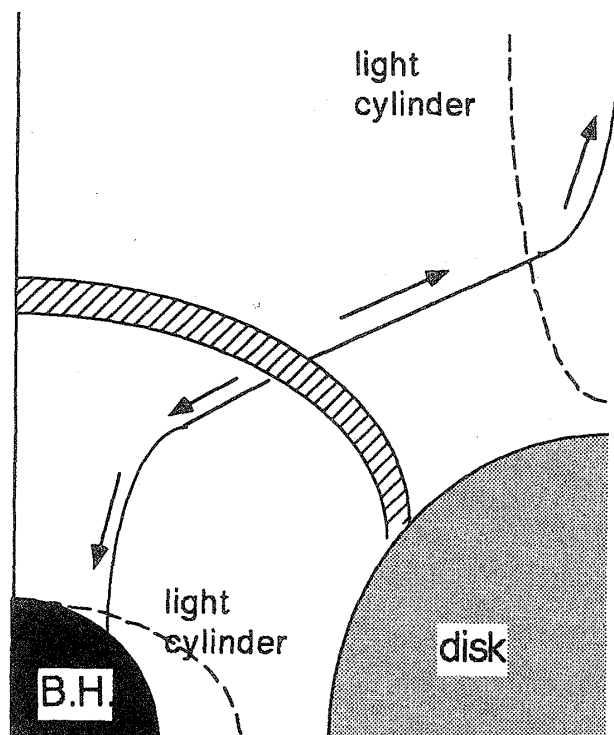


図1 ブラックホール磁気圏の概略図。薄い球殻状の斜線部は粒子生成領域であり、磁力線（実線）に沿って伝播する降着流と噴出流の境界域となっている。その領域におけるミクロな過程としては、例えば、磁力線を横切る光子によって誘起される電子・陽電子のカスケード的な対生成が考えられる。

係に制限を与えるものである。

light cylinder と同様に, wind の臨界点も降着流と噴出流の両方に存在している。大規模なジェット流を問題にする場合は, 噴出流の臨界点解析が重要になるが, 本解説の主目的は一般相対論効果の検討である。次に, ブラックホールの重力場における降着流の重要な性質を明らかにしておこう。

6. 地平面への磁気降着流

式 (7) で示されているように, 磁気流体によって運ばれる全エネルギー E と全角運動量は, 各々, プラズマ粒子と電磁場の 2 つの部分に分けられる。重力のない特殊相対論では, エネルギーの各項は常に正の量である。ただし, この正定値性は慣性系の時間座標を用いて, エネルギー・運動量ベクトルの時間成分を測定した場合にのみ保証される。前に注意したように, 回転ブラックホールの重力場においては, 慣性系の引きずり効果のために, 遠方で静止している観測者はあたかも回転系の時間座標を用いることになる。故に, その観測者の時間座標で測定されるエネルギーは必ずしも正定値ではなくなるのである。

実際, E の式の降着流に対する Alfvén 臨界点で評価してみると, それは $g_{tt} + \Omega_F g_{t\phi}$ に比例していることがわかる。従って, その臨界点が

$$-\Omega_F (g_{t\phi} + \Omega_F g_{\phi\phi}) < g_{tt} + \Omega_F g_{t\phi} < 0 \quad (14)$$

の領域に位置している場合には, $E < 0$ となるのである。ブラックホールが回転していない場合は, $g_{t\phi} = 0$ になるので, 上記の条件は決して満足されない。負のエネルギーを持つ降着流が実現するのは, ブラックホールの回転 (角速度 ω_H) による一般相対論効果である。(もちろん, 遠方へと向かう噴出流のエネルギーは常に正になる。) Kerr メトリック に対してこの負エネルギー条件を解析すると, 必要条件として

$$0 < \Omega_F < \omega_H, L\Omega_F/E > 1 \quad (15)$$

という不等式が Ω_F に与えられる。つまり, $E < 0$ の降着流は常に負の角運動量 ($L < 0$) を伴

っている。磁気流体によって持ち込まれる負のエネルギーと角運動量はブラックホールの回転にブレーキをかけ, その質量を減少させるはずである。この現象はブラックホールの回転エネルギーの抽出 (質量損失) として知られている [6]。電場を生成する磁力線の角速度 Ω_F は降着流の出発点におけるプラズマ粒子の回転角速度 Ω に等しい。 Ω は降着の途次に変化していき, プラズマ粒子は正のエネルギーと角運動量をブラックホールに持ち込むことができる。すると, ニュートン力学的描像では, Alfvén 臨界点通過後の磁気流体においては, プラズマ粒子の寄与が電磁場を凌駕し, 全体として正エネルギーになると思われる。しかし, 一般相対論的磁気流体では, light cylinder $K_F = 0$ 付近において Alfvén 波の伝播速度は非常に小さくなる。そのため, エネルギーに対するプラズマ粒子の寄与が小さくとも, 磁気流体は light cylinder を越える前に super-Alfvénic wind になることができるのである。この事情を示しているのが負エネルギー条件 $g_{tt} + \Omega_F g_{t\phi} < 0$ であり, Alfvén 臨界点が light cylinder に近接することが要請されている。

もし磁力線の形状を仮定すれば, 負のエネルギーを持つ poloidal wind 方程式の解を見出すことができる。Takahashi *et al.* [5] においては, モノポールの形状のもとで, 磁力線上における動径方向の落下速度の変化が与えられており, 負エネルギー条件を満足する臨界点を通して地平面まで到達していく降着流の存在が明らかにされている。

非常に大きな正エネルギー $E \gg \mu$ を持った噴出流を考えてみよう。そのような磁気流体の wind の出発点においては, 明らかに, 電磁氣的エネルギーが粒子エネルギーを卓越している。しかし, wind の伝播において遠心力や電磁氣力による粒子加速が起こり, 粒子の運動エネルギーの増大が進行していく。特に, 回転軸方向に円柱状や放射線状に絞りこまれた形状の磁力線上を伝播する場合は, 十分遠方においては電磁氣的エネルギーの大部分が粒子エネルギー μu_t に転化できる [7]。

では、非常に大きな負エネルギー $-E \gg \mu$ を持った降着流ではどうであろうか。出発点から地平面までの磁気流体の降着に伴って、その流速 u_p は増大していく。しかし、遠方での振舞とは異なり、磁場の強度 B_p も増大していくので、Alfvén マッハ数 M は常に $(-\mu/E)^{1/2}$ 程度の小さな量にとどまっている。すると、 u_p と対比すべき磁気音波（速進波）の位相速度 $u_f \equiv (e^2 \mu^{-2} - K_F)/M^2$ は非常に大きく、重力の効果によって地平面のすぐ近くでやっと $u_p = u_f$ になる。その臨界点の位置を $r = r_f$ と表記すると、地平面 $r = r_H$ との差 $(r_f - r_H)/r_H$ は $-\mu/E$ の程度にすぎない。そのため、噴出流において見られるような、磁気音速点通過後における電磁気力による大幅な粒子エネルギーの増大は期待できない。また、重力加速による u_p の増大は負の重力ポテンシャルの増大によって打ち消される。結局、 $-E \gg \mu$ という状況の降着流では、粒子と磁場との間にある程度活発なエネルギーと角運動量の輸送が起こるものの[8]、磁気流体によって運ばれるエネルギーの大部分は常に電磁気的なエネルギーということになる。

上述の磁場優勢な降着流に対する議論は完全な定常性と軸対称性の仮定のもとでなされている。しかし、実際のブラックホール磁気圏は微小な擾乱を受けており、磁気流体波が励起されていると考えられる。通常、そのような擾乱は定常磁気圏構造にほとんど影響を及ぼさないと予想されるが、磁場優勢の降着流の臨界点においては興味深い一般相対論効果が現れる。

磁気流体波の波長は定常構造の変化の空間的スケールと比較して十分に小さいという近似を用いると、Alfvén 波と磁気音波（速進波）に対する分散関係を得る。（ここでは、cold な磁気流体を考えている。）特に、磁気音波の場合は

$$(u^a k_a)^2 + u_f^2 k^a k_a = 0 \quad (16)$$

という分散関係になる。ただし、 k_a は波数ベクトルである。降着流の上流方向に伝播しようとする磁気音波のモードによって励起される磁場と流速の擾乱を比較してみよう。この場合、地平面近

くでは2つの効果の競争が重要となる。地平面上で分散関係を評価すると、上流方向へのモードの波数ベクトルは光線的になることがわかる ($k^a k_a = 0$)。これは、光線（電磁波）と同じように、磁気音波が地平面上に捕捉されることを意味している。しかし、質量のあるプラズマ粒子は地平面を横切って、ブラックホール内部に落下していかなければならない。そのため、磁気音波による擾乱は粒子の速度ベクトルに影響を及ぼすことができなくなる。これは、磁場の擾乱と比較して、流速の擾乱を抑制する効果である。他の効果は、地平面上で $g_{rr} \rightarrow \infty$ となることに起因する。動径方向に対する磁場の擾乱の波長は非常に小さくなるので、大きな電流密度の擾乱が生じる。そして、それによる電磁気力がプラズマ粒子の運動に大きな擾乱を与えるのである。磁場優勢の降着流においては、磁気音速点が地平面のすぐ近くに位置していることに注意しよう。当然、この臨界点においては磁気音波の伝播を光線的にするような効果は抑えられてしまう。その結果、地平面近くの磁気音速点においては、メトリックの成分 g_{rr} の効果だけが働くことになる。定常降着流が磁気音速点に到達する直前において、磁場の微小な擾乱が流速に定常流と同じ程度の大きさの変動を誘起するのである。この現象は磁気圏の活動性（X線輻射の放出など）における時間変化の一因として興味深い。解析は局所的な磁気流体波の取扱に限定されている。磁気音速点近くの擾乱がその上流の領域における磁気圏構造にどのように波及するかという問題が検討されなければならない。

7. 粒子生成領域

活動的銀河内に存在していると思われるブラックホール磁気圏において、実際に降着流が磁場優勢であり、負エネルギー状態にあるかどうかについては観測的な確証はない。しかし、この考えは磁気圏における高エネルギー噴出流（ジェット流）の生成にも好都合なモデルを提供する。図1に示されているように、磁気圏において粒子対の生成領域が存在し、そこからは負のエネルギーの

降着流と正のエネルギーの噴出流が供給されているとしよう. このような対生成過程が起こるためには電気抵抗による散逸過程が必要となるが, 結果的には, ブラックホールから失われた回転エネルギーの一部が粒子生成領域において噴出流に伝達されることになり, その他からのエネルギー供給は不要ということになる. 特に, 磁場優勢な降着流に対しては, 噴出流には大きな正エネルギー ($E \gg \mu$) が与えられる. 電気抵抗の効果を含む一般相対論的磁気流体力学を用い, 粒子生成領域の構造を調べておくことにしよう [9].

粒子生成領域は降着流と噴出流の境界層をなす低流速領域であり, 薄い球殻的な形状をなしていると考えられる. その層内では, 当然, 粒子数の保存則は波綻しているので, 理想磁気流体条件の代わりに, 有限の電気伝導度 σ による一般化したオームの法則

$$\sigma u_b F^{ab} = j^a - \epsilon u^a \quad (17)$$

を適用することとする. この式で, $\epsilon \equiv u_a j^a$ は固有電荷密度である. この場合, 粒子数の湧出量は

$$\nabla_a (\mu n u^a) = \sigma^{-1} (-j_a j^a + \epsilon^2) \quad (18)$$

で与えられるので, 電気抵抗による電磁気的なエネルギー流束の散逸が粒子生成の源になっていることがわかる. この境界層内でも, 電気伝導度はかなり大きいと思われるので, 有効な粒子生成が起きるためには, 大きな電流密度が存在していることが必要となる. つまり, この層の内側から外側に向かって, 磁場の ϕ 方向成分 $F_{r\phi}$ が急激に変化していると考えるのである.

オームの法則に基づく磁気流体力学の方程式からこのような磁場の構造を導出するためには, 層の内側から外側への変化を記述する座標 $x \equiv \sigma(r - r_c(\theta))$ を使用するのが便利である. ここで, r_c は球殻状境界層の中心の半径であり, その厚さ (σ^{-1} 程度) に比較して非常に大きい ($\delta \equiv (r_c \sigma)^{-1} \ll 1$). 磁場 $F_{r\phi}$ は座標 x によって変化するので, 境界層内における poloidal 方向の電流密度の大きさは δ^{-1} 程度になる. その結果, 面 $r = r_c$ に対して垂直方向に質量流速 $\dot{m} \equiv \mu n (u^r - r'_c u^\theta)$ が

発生するのである ($r'_c \equiv dr_c/d\theta$). ただし, 粒子生成領域における poloidal 方向の速度は小さい (δ 程度), 粒子数密度 n は大きい (δ^{-1} 程度) と仮定されている.

当然, メトリック g_{ab} は急激には変化しないので, 座標 x にはよらない量である. また, マクスウェル方程式から, 面 $r = r_c$ に平行方向の電場 $E_{||} \equiv F_{\theta t} + r'_c F_{r t}$ 及び垂直方向の磁場 $B_{\perp} \equiv F_{\theta\phi} + r'_c F_{r\phi}$ も座標 x によらないことがわかる. 故に, 比 $-E_{||}/B_{\perp}$ は粒子生成領域外における磁力線の回転角速度 Ω_F を与える, 粒子生成領域では, 電気抵抗の影響のために, poloidal 方向の速度が小さいにもかかわらず, 粒子の回転角速度 Ω は Ω_F に一致していない. この角速度の差が発生する質量流束に対応しており, $\dot{m}$ は

$$\dot{m} = B_{\perp}^2 (\Omega - \Omega_F)^2 x / K \lambda \quad (19)$$

という式で与えられる. ここで $K = g_{tt} + 2\Omega g_{t\phi} + \Omega^2 g_{\phi\phi}$ 及び $\lambda = -g_{rr}^{-1} - (r'_c)^2 g_{\theta\theta}^{-1}$ である. K や λ は正の量であり, $x < 0$ の領域における降着流, $x > 0$ の領域における噴出流の発生が示されている.

ただし, 上記の解が得られるためには, 磁気流体のエネルギー・運動量テンソル T^{ab} に熱流 q^a による散逸項 $q^a u^b + q^b u^a$ を付加し ($u_a q^a = 0$), その保存則 $\nabla_b T^{ab} = 0$ を課さなければならない. 粒子生成領域では, 特に角運動量とエネルギーの散逸が重要であるので, 成分 $q_\phi \equiv \beta_\phi \mu n u_\phi$ 及び $q_t \equiv \beta_t \mu n u_t$ を考慮すればよい. 係数 β_t と β_ϕ を評価すると,

$$\begin{aligned} \beta_t &= \frac{k\Omega}{(g_{tt} + \Omega_F g_{t\phi})(\Omega_F - \Omega)}, \\ \beta_\phi &= \frac{-k}{(g_{t\phi} + \Omega_F g_{\phi\phi})(\Omega_F - \Omega)} \end{aligned} \quad (20)$$

を得る. ここで, $k = g_{tt} + (\Omega + \Omega_F) g_{t\phi} + \Omega \Omega_F g_{\phi\phi}$ である. $k = 0$ の場合は, 低流速領域の条件 $K_F > 0$ に矛盾するので, プラズマ粒子のエネルギー・角運動量流束と同程度の量が熱流によって散逸しなければならない. つまり, 粒子生成領域は, 同時に, 輻射の生成領域として機能しているのである.

T^{ab} の保存則は、熱流に対する条件ばかりではなく、境界層の重力平衡の式を与える。面 $r=r_c$ に垂直方向に関しては、重力と $F_{r\theta}$ による電磁気力が釣り合うが、その面に平行方向に関しては、重力と熱流による圧力の釣り合いになる。その結果、境界層の位置を表す関数 $r_c(\theta)$ に対する方程式

$$\frac{g'_{tt} + \Omega g'_{t\phi}}{g'_{t\phi} + \Omega g'_{\phi\phi}} = \frac{k(g_{tt} + \Omega g_{t\phi}) + K(g_{tt} + \Omega_F g_{t\phi})}{k(g_{t\phi} + \Omega g_{\phi\phi}) + K(g_{t\phi} + \Omega_F g_{\phi\phi})} \quad (21)$$

が与えられる。ここで、ダッシュ記号は微分 $\partial_\theta + (dr_c/d\theta)\partial_r$ を意味している。現在の解析では、境界層における質量流束の生成の様子は明らかにされたが、その領域の厚さについては明快な答は与えられていない。電流密度が減少し始めると、粒子の回転角速度が変化し、境界域における力のバランスが破綻する。その結果、プラズマ粒子の速度は大きくなり、理想磁気流体として伝播していくはずである。このような粒子生成領域から理想磁気流体領域への転換の過程は今後に残された課題である。

本解説では、一般相対論的磁気流体力学を用いて、ブラックホール磁気圏における回転降着流の発生と伝播が調べられた。まず、ブラックホールから回転エネルギーを引き抜き、磁気圏にそれを供給する過程を見るために、降着流の伝播において現れる臨界点の詳細な解析を行った。そして、Alfvén 臨界点と負エネルギー磁気流体の関係、磁気音速臨界点における磁気流体波の振舞などの一般相対論効果が明らかにされた。また、降着流

と噴出流の境界域として電流層が考えられ、そこでのジュール散逸過程による粒子と輻射の生成が議論された。ブラックホールから引き抜かれたエネルギーは、結果として、噴出磁気流体と輻射に伝達される。このような境界層の解析は、降着流や噴出流に対する境界条件を設定し、大局的な磁力線形状や電流分布に関する trans-field 方程式を解く準備をするためにも重要である。今後は、天体現象の観測と直接比較できることを目標として、大局的な磁気圏構造のモデルの構築を中心とする研究の進展が期待される。境界域における粒子生成の問題など、プラズマ研究の専門家のアドバイスが必要とされる分野である。

参考文献

- [1] M. C. Begelman *et al.*, Rev. Mod. Phys. **56**, 255 (1985).
- [2] M. Camenzind, Astron. Astrophys. **162**, 32 (1986).
- [3] S. Nitta *et al.*, Phys. Rev. **D44**, 2295 (1991).
- [4] A. Lichnerowicz, *Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics* (W. A. Benjamin, Inc. New York, 1967) p. 107.
- [5] M. Takahashi *et al.*, Astrophys. J. **363**, 206 (1990).
- [6] R. D. Blandford and R. L. Znajek, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **179**, 433 (1977).
- [7] T. Chiueh *et al.*, Astrophys. J. **377**, 462 (1991).
- [8] K. Hirokuni *et al.*, Astrophys. J., **386**, 455 (1992).
- [9] A. Tomimatsu, to be published in *Proc. of Fourth International Toki Conference on Fusion and Astrophysical Plasmas* (Toki, 1992).