

研究論文

高エネルギー定常モード同軸ガンへのアプローチ

平野 恵一
(核融合科学研究所)
(1993年2月17日受理)

Approach to the Energetic Coaxial Gun of the Steady-State Mode Operation

Kei-ichi Hirano
(Received February 17, 1993)

Abstract

Behaviors of a coaxial plasma gun operated in a steady-state mode have been studied. It is shown that the gun has potentialities to yield an energetic plasma beam, if a supersonic plasma flow is supplied instead of a neutral gas and if shorting out of the Hall potential is minimized on the surfaces of the electrodes. The former is necessary because a electromagnetic force chokes the subsonic flow appearing in the ionizing zone of the inlet gas. The latter is achieved if the electrodes are segmented into many insulated short elements along the axis. The required minimum number of the segmentation is estimated by the newly developed model based on the boundary layer concept.

Keywords:

segmented coaxial gun, energetic plasma beam, high power beam, electro-magnetic accelerator, supersonic ion source, MPD arc jet, supersonic injection, subsonic injection, choked flow, space propulsion

1. はじめに

安価でコンパクトに仕上がり、高エネルギー大電力イオンビームが安定して引き出せる理想ビーム源の入手が可能となれば、核融合研究はもとより宇宙ロケット推進など他の分野に対して与えるインパクトも小さくはない。そのような理想ビーム源を実現すべく、一般的な観点からビーム源の輪郭の描写に努めた結果、電磁加速に関して下記の

二つの結論が得られており、電磁加速器は大きな魅力を秘めている事が示された[1].

- (1) ビームの駆動力として物理的に許される静電力、電磁力および気体力 (gasdynamic force) の三つの力のうち、電磁力の利用が最も合理的であり、原理的には静電型に比べ1000倍をも凌駕する高い出力密度が引き出せる。
- (2) 電磁力は亜音速プラズマ流の閉塞作用をも

National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01.

つ。しかし、この困難は超音速でプラズマを加速器に供給する“超音速イオン源”の採用で解決される。

なお、結論(2)の超音速イオン源は、ガスを導入しプラズマ化する電離過程で流れが常に亜音速となる事に対処するもので、静電型でのイオン源と同様の役割を持っており、それは熱アークジェットを素子として構成出来る。

本論文は、自己場のみを用いる最も簡単な電磁加速器である同軸ガンについて更に検討を重ね、高エネルギービーム源としての可能性を探る事に目標を置いている。電磁加速器はMHD発電機[2]を逆に運転する系と見なしてよい。従って、電磁加速器もホール電場に沿ったホール電流を持たないファラデー型と、ホール電流が基本となるホール型の異なった二つの形式に分類できる。同軸ガンの基本配位は図1に示されているが、ホール電流を持たない事が前提となっており、ファラデー型に分類される。なお、ホール加速器[3]も魅力的なシステムであるが、外部磁場および陰極の電子源が必要で、同軸ガンに比べやや複雑である。

核融合研究に登場する図1の同軸ガンの起源は、高速パルス運転で高エネルギープラズマ流の生成を目指したマーシャルガン[4]にあり、準定常仕様のもは、ガン先端部からの電流吹き出しを応用するスフェロマック生成用[5]が報告されている。一方、宇宙ロケット推進の分野では、MPDアークジェットと称される同軸ガンと同様の配位[6]が研究されているが、それは熱アークジェット[7,8]の電磁加速効果が強調され発展し

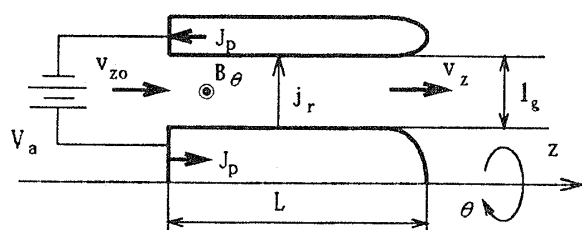


図1 Schematic drawing of standard coaxial gun.

たものである。これらの同軸ガンは、それぞれの役割は果たしており、また電磁加速の効果も確認[6,9]されているものの、初めの目標であった高エネルギープラズマ流の生成と云う観点からは、いずれも不満足な結果のみが報告されている。本論文は、その原因を究明し目標達成の要件を明らかにする事を主題とするものである。

第2章では、基礎方程式系を基に、同軸ガンの物理モデルとして最も簡単な単純一次元モデルを導入している。第3章では、その単純一次元モデルに従って図1の基本配位を解析し、これまでの実験結果が説明可能な事を示したうえ、基本配位の内蔵している欠陥を指摘している。第4章では、内部矛盾を含まない境界層モデルを新しく導入し解析を進めているが、ファラデー発電機と同様の分割電極を採用すれば、基本配位の内蔵する欠陥が消去できる事を明らかにしており、高エネルギービーム生成の十分高い可能性が示されている。

2. 基礎方程式および物理モデル

まず同軸ガンを記述する閉じた基礎方程式系を導出し、続いてガンの振る舞いを特徴づける物理モデルについて述べる。

2.1 基礎方程式の導出

加速過程の記述の基礎は、粒子数、運動量およびエネルギー保存の三つの保存則に求めている。但し、簡単のために1種類の1価イオン(添字 i)と電子(添字 e)からなる単純プラズマを仮定し、(準)定常 $\partial/\partial t = 0$ の場合のみ考える。電磁加速では準中性状態が維持されているため、 $n = n_e = n_i$ とし電子密度とイオン密度は区別しない事にする。

イオンおよび電子の粒子数保存の要請は

$$\nabla \cdot (n\mathbf{v}_i) = 0, \quad \nabla \cdot (n\mathbf{v}_e) = 0 \quad (2-1)$$

と書いて、簡単のため電離・再結合による粒子の増減は無視する事にする。

運動量の保存則は、見慣れたプラズマの運動方程式、およびオームの式と等価な慣性項を無視した電子の運動量保存則の二つの型で用いるのが便

利である。簡単のため、粘性及び温度勾配による熱力 (thermal force) を無視すれば、それらは次のように書ける事が知られている [10]。

$$m_i n_i (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (2-2)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} + \nabla p_e / en_e = \eta \mathbf{j} \quad (2-3)$$

ここで、 η は電気抵抗率、また $p = p_i + p_e$ である。いま、ビームの生成・加速過程に登場するプラズマの温度は高々 20eV でありである事に注意したい。その様なプラズマでは荷電粒子のクーロン散乱断面積は中性粒子との断面積を凌駕しており、 η の算定は電離度が 10% 程度でも完全電離の近似が許される。

エネルギー保存則を導入する。エネルギー論的には、中性粒子の影響は衝突断面積の差に関わらず無視出来なくなる事に注意しなければならない。それはプラズマ粒子を支配するクーロン散乱は弾性的でエネルギーが保存するため、巨視的なエネルギー流は系の非平衡性に基づくエントロピー生成に付随してのみ誘起される事になり、直接エネルギー変換を伴う非弾性散乱により誘起される中性粒子へのエネルギー流れよりも穏やかなのである。また、イオンに比べ質量の小さい電子は $\sim \sqrt{m_i/m_e}$ 倍大きい熱速度を持つため、電子による熱輸送は極めて大きな値を示す事にも注意が肝要となる。ここでは、この様な物理的状況を配慮して、 σ 粒子 (イオンまたは電子) に対して、一般的な下記の内エネルギー保存則を用いる事にする (粘性は無視している)。

$$\nabla \cdot \left(\frac{5}{2} p \mathbf{v}_\sigma + \mathbf{q}_\sigma \right) - \mathbf{v}_\sigma \cdot \nabla p_\sigma = Q_\sigma \quad (2-4)$$

いま、式 (2-2)、(2-3) と同様に熱力の寄与を無視すれば、電子の場合は

$$Q_e = \eta j^2 - \Delta - w_{en}$$

と書け、 $\Delta = 3 (m_e/m_i) \nu_e n_e k (T_e - T_i)$ は衝突による電子からイオンへのエネルギー移行率、 w_{en} は電子と中性粒子の衝突により電離・励起などに費やされるエネルギー損の全体を表している。イオンの場合は

$$Q_i = \Delta - w_{in}$$

で w_{in} は電荷交換および弾性散乱による損失である。

完全に閉じた方程式系を構成する為には、さらに $\mathbf{j}$ に関する下記の二つの関係の導入が必要となる。

$$\mathbf{j} = en (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e), \quad \mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (2-5)$$

またファラデーの法則により、定常状態では $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ が要請される。従って

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

が成立し、電場は常にポテンシャル V から導かれる量となり、静電場のみが出現する事に注意したい。

2.2 同軸ガン単純一次元モデル

基本的なプラズマ加速の物理像を得るためには、図 1 に示した様な円筒座標を用いる一次元モデルに立脚するのが便利である。なお、図 1 は中心電極を陽極とし、右手系で磁場成分 B_θ および電流成分 j_r が正となるように座標系を定めているが、実際的には 2~3 の例外を除き、中心電極を陰極に設定するのが通例になっている。但し、中心電極を陰極に設定する理由は、注入ガスの絶縁破壊を容易にするため [11] で、本論文のように超音速イオン源によりプラズマを入射する場合の極性選択の基準は自明でない。従って、方程式系との比較が容易なように、さしずめ図 1 のように定めておき、問題はあらためて第 4 章で取り上げる。

図 1 の基本配位を想定し一次元モデルを設定する。まず、ビームは径方向 r には一様で z 軸方向に飛行し、 $\mathbf{B}$ は θ 成分のみが現れる事を求める最も簡単な単純一次元モデルを採用する。従って、以降 $B = B_\theta$ と添字を省略して書くことにする。上記の要請に加え、更に B は $rB = \text{const.}$ を満す事を仮定し、且つ r 方向には B がほぼ一定と見なせる狭い領域のみを考察の対象とする。いま、アンペアの式を参照すれば、この様な状況では電流は反磁性成分 j_r のみで、ホール成分 j_z

は0となる事がわかる。従って、式(2-5)により速度の z 成分は $v_z = v_{iz} = v_{ez}$ と簡単に書ける。また、式(2-2)で $j_z = 0$ に注意すれば、 $v_{ir} = 0$ の成立が読み取れる。従って、電磁力 $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ は $-env_{er}\mathbf{B}$ に等しい z 成分のみとなり、電子の径方向電流により励起される事が示される。これは電磁力は直接イオンに作用しない事を示しており、イオンの加速には、電磁力により電荷分離が発生し、下記で与えられるホール電場 $\mathbf{E}_{Hall}$ が励起され静電的に駆動される間接的な図式が成立する事が必要となる。

$$\mathbf{E}_{Hall} = \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{en} \quad (2-6)$$

いま、式(2-3)の z 成分をとれば

$$E_z = E_{Hall} - \frac{1}{en} \frac{dp_e}{dz} \quad (2-7)$$

と書けるが、これはホール電場による静電場の発生を示しており、上記間接駆動モデルに矛盾が無い事がわかる。このホール効果により生成するイオン加速電場は、実験的にもその存在が確認されている[12]。

ここで、電極面上では電場は短絡されており常に $E_z = 0$ となっていることに注意を向けたい。これは、電極面上ではホール電場も短絡されており、その近傍ではイオンの加速が止まる事を意味し、本モデルは問題を含む事を示唆するものと云える。この困難に対する合理的な解決は第4章にゆずり、まずは簡単のため、電磁力はホール電場を介さず直接イオンに作用すると仮定して解析を進める事にする。この要請は全空間でのホール電場の短絡を求めるもので、ホールポテンシャルを0と設定するのと等価となる。反磁性電流 j_r は式(2-3)の r 成分で与えられるが、このホールポテンシャルの影響が無い環境のもとでは、流れの中で発生する起電力と図1の外部電圧 V_a による起電力 E_a (l_g がガンのギャップ長のとき $E_a = V_a/l_g$)の釣合を求める下記の条件で設定される事がわかる。

$$E_a = v_z B + \eta j_r \quad (2-8)$$

解析の第一歩は、基礎方程式の積分を求め、各

種保存則を導出する事にある。まず式(2-1)は直ちに積分され $j_z = 0$ により、

$$j_{iz} = env_z = \text{const.}, \quad j_{ez} = -j_{iz} \quad (2-9)$$

とイオン電流の保存則に書き直す事ができる。

運動方程式(2-2)もアンペアの式を用いて積分できて、

$$m_i n v_z^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} + p = p_* = \text{const.} \quad (2-10)$$

と全圧力 p_* の保存則が導ける。但しこれは便宜上 j_{iz} で除し、平均温度 $T = (T_i + T_e)/2$ を用いて整理し、下記の全速度 v_* の保存則に書き直しておく。

$$v_z + \frac{2kT}{m_i v_z} + \frac{k}{j_{iz} m_i} \frac{B^2}{2\mu_0} = v_* \quad (2-11)$$

エネルギーの流れに関する同様の保存則を導くため、まず、式(2-4)をイオンと電子について加え合わせると、

$$w_H = \eta j^2 - w_i = 3j_{iz} \frac{dT}{dz} + p \frac{dv_{iz}}{dz} \quad (2-12)$$

と変形できる。但し、上では $w_i = \nabla \cdot \mathbf{q} + w_n$, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_e + \mathbf{q}_i$, $w_n = w_{en} + w_{in}$ と書いている。従って、 w_i は熱電導及び中性粒子による損失の和であり、また w_H は w_i を除いたプラズマへの正味熱入力を表している。エネルギー積分は式(2-4)の積分で与えられるが、全温度 T_* を積分常数とする様式が便利であり、アンペアの式および式(2-8)を用いれば下記の表式が導ける。

$$T + \frac{m_i}{10e} v_z^2 + \frac{E_a B}{5j_{iz} \mu_0} + T_i = T_* \quad (2-13)$$

但しここで T_i は下記の既知量として扱われる損失温度である。

$$T_i(z) = \int_0^z w_i / 5j_{iz} \cdot dz \quad (2-14)$$

エネルギーの流れは複雑であり、式(2-12)の意味するところを見極めたい。右辺の物理的な意味を探るため、 $s_o = \ln(T_o^{3/2}/n)$ で定義される粒子あたりのエントロピーを導入する。結果、式(2-12)は

$$w_H = knv_z \left(T_i \frac{ds_i}{dz} + T_e \frac{ds_e}{dz} \right) \quad (2-15)$$

と変形できて、正味熱入力は、全て流れに沿ってのビームのエントロピー増大に費やされる事がわかる。一方、式(2-9)を用いれば $s_\sigma = \ln(v_z T_\sigma^{3/2})$ と書けるため、式(2-15)はビームの加速には熱入力が不可欠な事を示している。熱入力とビームの加速関係は、式(2-11)を微分し温度勾配を式(2-12)を用いて消去すれば、下記の関係が導かれ、より直接的に検証できる。

$$(M^2 - 1) \cdot \frac{d \ln v_z}{dz} = \frac{3}{10} \frac{E_{\text{Hall}}}{T} - \frac{1}{5} \frac{w_H}{j_z T} \quad (2-16)$$

但し、 $M = v_z/v_s$, $v_s = (2\gamma kT/m_i)^{1/2}$ であり、それぞれマッハ数およびプラズマ音速を表している。上式を見れば、 $M = 1$ の音速点は特異点になっており、 $M > 1$ の超音速領域でのみ電磁力が加速に有効に作用する事を示している。一方、熱入力は、超音速領域では減速に寄与するものの、ビームの加速は常にエントロピーの増大を伴うため、その注入は常時求められる事に注意が必要である。第1章で述べた超音速イオン源の必要性を求める論拠の一つは、上式で見られるとおり、電磁力が亜音速流に対して壁として振る舞う事にある。この亜音速の壁の問題は、ホール加速器および熱アークジェットを含む更に一般的な形で考察を済ませており[1]、ここで再び詳しく触れる事はしないが、ただMPDアークジェットのアルヴェーン臨界速度を境にする駆動効率の向上をうまく説明している事は繰り返し述べておく。また、マーシャルガンの様な非定常モードでは、初期状態が $B = 0$ のため、 $E_{\text{Hall}} = 0$ となり、亜音速の壁は存在しない事は加えておきたい。この様に式(2-16)は、種々の実験を矛盾なく記述するものであり、重要である。

3. 基本配位をもつ同軸ガンの振る舞い

数多くのデータが報告されている図1の基本配位の振る舞いの考察を通して、単純一次元モデルの信頼性を検証し、基本配位の問題点の解明に努めたい。単純一次元モデルを採用し、熱損失 w_i を無視した取扱い[13,6] はすでに報告されているが、前章で論じたとおり熱損失は重要であり、無視できる根拠は無い。しかし厳密に自己無頓着

に扱えば問題は数学的に著しく複雑となり、全体に対する見通しは不透明になってしまう。従って、ここでは簡単に熱損失を既知量として扱い、その影響が定性的に推定出来る形で解析を進めている。

一次元系の定常状態は、流量束、運動量束、エネルギー束の三つの保存則に加え、オームの法則により完全に決定される。ここでは、それらに対応して式(2-9)、(2-11)、(2-13)および式(2-8)の4個を用いる事にする。しかし、3個の式(2-11)、(2-13)、(2-8)には未知関数として n が陽に現れないため、式(2-8)の j_r をアンペアの式で消去すれば、未知関数が v_z , T , B の3個の1階の微分方程式となり、閉じた系を構成することがわかる。いま、3個の未知関数のガン入り口($z = 0$)での境界値はそれぞれ、 v_{z0} , T_0 , B_0 で与えられているものとし、規格化パラメーター $\xi = z/L$, $b = B/B_0$ を用いて式(2-8)を書き直せば、未知常数 E_a を含む下記の微分方程式が導ける。

$$-\frac{\eta}{\mu_0 L} \frac{db}{d\xi} = \frac{E_a}{B_0} - v_z b \quad (3-1)$$

ここで、式(2-11)、(2-13)に注意すれば、 v_z 及び T は B の関数として表す事が可能であり、また η は電子温度のみの関数である事から $T = T_e = T_i$ ならば η も B の関数となり、式(3-1)は積分可能となる。ガンは出口から駆動電流の吹き出しがない状態で運転したい。そのためには、 $\xi = 1$ で $b = 0$ が要請される。この要請は入り口条件($\xi = 0$, $b = 1$)と合わせて1階の微分方程式(3-1)に2個の境界値を与えるもので、未知常数 E_a が固有値として決定される条件となっている。

上の手順に従えば問題は完全に解ける事になるが、加速が滑らかな系では、 B が流れに沿って滑らかな減少関数でなければならないため、式(2-11)および(2-13)の二つの保存則で定まる $v_z - B$ 位相面の特性で系全体の振る舞いが決定され、問題によっては B の空間的構造を決定する式(3-1)を必ずしも同時に解く必要はない。そのため暫く B を流れに沿って減少する独立変数と見なして検討を進める事にする。式(2-13)によ

り式 (2-11) の T を消去すれば, v_z は B のみの関数となり, 次の様に書く事ができる.

$$\frac{v_z}{v_*} = \frac{5}{8} \left\{ \left(1 - \frac{v_B b^2}{v_*} \right) \pm \left[\left(1 - \frac{v_B b^2}{v_*} \right)^2 - \frac{48}{25} \left(\frac{v_{s*}}{v_*} \right)^2 (1 - e_* b - \theta_i) \right]^{1/2} \right\} \quad (3-2)$$

なおここでは下記に定義される省略記号を用いている.

$$\theta_i = T_i / T_*, \quad v_B = \frac{e}{j_{iz} m_i} \frac{B_0^2}{2\mu_0}, \quad e_* = \frac{E_a B_0}{5 j_{iz} \mu_0 T_*}, \quad v_{s*}^2 = \frac{5}{3} \cdot \frac{2kT_*}{m_i} \quad (3-3)$$

式 (3-2) で符号 $\pm$ のうち $+$ 符号は超音速分枝, $-$ 符号は亜音速分枝に対応している事に注意したい. これは音速点 $v_z = v_s$ で式 (2-16) の左辺が 0 となるため, 式 (3-2) の右辺の根号の中が 0 となる事から確認できる [6]. 従って音速点では, 式 (3-2) は下記の 2 式に帰着する.

$$v_s = (5/8) v_* (1 - v_B b_s^2 / v_*), \quad v_s^2 = (3/4) v_{s*}^2 (1 - e_* b_s - \theta_i) \quad (3-4)$$

複雑な式 (3-2) の物理的な意味づけを明確にするために, 入り口境界値を下記の無次元数で表示し, 同時に初期マッハ数 M_0 を導入する.

$$\begin{aligned} \beta_k &= v_{z0} / v_B = m_i n_0 v_{z0}^2 (2\mu_0 / B_0^2) \\ \beta_p &= 2kT_0 / (m_i v_{z0} v_B) = 2\mu_0 p_0 / B_0^2 \\ M_0^2 &= (3/5) \cdot (m_i n_0 v_{z0}^2 / p_0) \\ &= (3/5) \cdot (\beta_k / \beta_p) \end{aligned} \quad (3-5)$$

上の無次元数を用いれば全速度は初期値で表わして,

$$v_* = v_B (1 + \beta_k + \beta_p) \quad (3-6)$$

が導ける. 全温度も同様に初期値で表したいが, 式 (2-13) は未知常数 E_a を含んでおり, 誘導超電力 $v_z B$ を E_a で規格化したパラメーター $u = v_z B / E_a$ を導入するのが便利になる. なお, この u を用いれば, E_a が常数のため, u_0 の指定で E_a が定まる事に注意したい. 式 (3-2) に含まれる e_* は, 式 (2-13) を用いれば

$$e_* = \frac{2}{1 + u_0 (\beta_k + 5\beta_p) / 2} \quad (3-7)$$

と書けるため, 結局式 (3-2) は初期パラメーターと未知常数を含む u_0 で表せた事になる.

気体力モードと電磁力モードの共存を許す任意のマッハ数に対応出来る $v_z - B$ 特性は, 上記の様に未知常数を含む複雑なものになってしまうが, マッハ数の高い超音速流に対しては気体力モードが無視できて簡単に扱える. いま仮にマッハ数 M が既知であるとすれば, 式 (2-11), (3-6) より

$$v_z = \frac{v_B (1 + \beta_k + \beta_p - b^2)}{1 + 3/(5M^2)} \quad (3-8)$$

が導かれ, $M \geq 2.5$ ならば分母を 1 と見なしても v_z の誤差は 10% 以下となり, 解は大幅に単純化され, また未知常数も含まない.

低速度の流体を入射し高速度に加速し出射する同軸ガンは速度増幅器と見なしてよいが, v_{z1} を出射速度としたとき, その速度利得は $g_v = v_{z1} / v_{z0}$ で定義される. いま, 出口でマッハ数が高く, 速度利得も大きいものを高性能ガンと呼ぶことにすれば, その実現条件は出口での要請 $b = 0$ および式 (3-8), (3-5) を考慮して導いた

$$g_v = 1 + \frac{1}{\beta_k} + \frac{3}{5} \frac{1}{M_0^2} \quad (3-9)$$

により判定できる. つまり式 (3-9) は速度利得の高い高性能ガンとは β_k 或いは M_0 を小さく設定したものである事を示している.

以上で $v_z - B$ 特性解析の準備が完了したが, 式 (3-2) は初期マッハ数 1 を境にして, 解は異なった分枝で作動し, 系の振る舞いが大幅に異なることを示している. 従って, 以下の二つの節でそれぞれ亜音速入射と超音速入射についての考察を加えた.

3.1 亜音速入射モード

中性ガスを導入しプラズマ駆動電流で電離する昨今の方式では, ガス流のエネルギーより電離されたプラズマのエネルギーの方が大いため, プラズマ流は亜音速となり, 常に本モードをとると云える. 亜音速解は式 (3-2) の一符号の分枝の対応している事から, 根号の中を正として, 共約無理

数を操作すれば

$$v_z \propto 1 - e_* b - \theta_i \quad (3-10)$$

が導かれ、主として電離損からなる熱損失 θ_i は流れの減速に寄与しており、実験との一致は良い。また、式 (2-14) の定義が示すとおり、 $z=0$ のガン入り口では $\theta_i=0$ となるため、滑らかな流れを得るには $e_* < 1$ が求められる。いま式 (3-10) に於いて $b_* = (1 - \theta_i)/e_*$ とおけば、

$$v_z \propto b_* - b \quad (3-11)$$

と変形できる。即ち流れに沿って θ_i の増加が小さく $b_* > 1$ となるならば v_z は常に正となり、 b の減少に伴い v_z が増大する滑らかな流れが実現する事が読み取れる。これはまた同時に b_* が流れの判定パラメータとして利用出来る事を示している。この様な流れでの規格誘導起電力 u の振る舞いは、

$$u = Bv_z/E_a \propto b(b_* - b) \quad (3-12)$$

で記述されるが、初期速度が亜音速のため u_0 は小さく、流れに沿って u が増大する事が期待される。これは式 (2-16) を用いても確認できる。いま、式 (2-16) をアンペアの式及び式 (2-8) を用いて書き直せば、

$$(M^2 - 1) \frac{d \ln v_z}{dz} \left(\frac{2\eta j_{iz} T}{E_a^2} \right) = - (u - 2/5)(u - 1) + \lambda \quad (3-13)$$

が導かれる。なお $\lambda = (2/5) \eta w_i / E_a^2$ で λ は熱損失の効果を示す係数である。式 (2-8) より $u = 1 - \eta j_r / E_a$ が得られるため、 $u = 1$ の状態は $j_r = 0$ のときのみ実現され、電磁力は0となることに注意しながら、式 (3-13) で熱損失のない $\lambda = 0$ の理想状態を考察すれば、 $u = u_s = 2/5$ のとき $M = 1$ となり流速が音速になることがわかる。熱損失が音速点に与える影響を調べたい。式 (3-13) の右辺は、

$$- [u - (2/5 - \lambda_\delta)] [u - (1 + \lambda_\delta)] : \lambda_\delta = 0.3 [(1 + 40\lambda/9)^{1/2} - 1] \quad (3-14)$$

と因数分解されるため、音速点は $u_s = 2/5 - \lambda_\delta$ となり λ_δ だけ小さい方に移動する事がわかる。いま熱損失 λ が算定されたとき、上記の方法で u_s がもとまるため、定義に従い u_0 が $u_0 = u_s v_{z0} / (v_s b_s)$ と未知常数 E_a を含まない形で表せて、式 (3-7) に代入し u_0 を消去すれば、式 (3-4) の二つの式により、二つの未知数 v_s , b_s が決定され問題は解ける。これは音速点で E_a が決まってしまう事を意味し重要である。

滑らかな亜音速流れが得られる条件を明かにしたい。そのためには b_* の具体形が必要となるが、式 (3-7) および式 (3-4) の第1式を用いれば下記の表式が導ける。

$$b_* = \frac{1 - \theta_i}{2} \cdot \left(1 + 2.5 u_s X_g X_\beta \cdot \frac{v_{s0}}{v_z} \right) \quad (3-15)$$

$$X_g = \left[\frac{g_v - 1}{g_v - (8/5)(v_s/v_{z0})} \right]^{1/2} \quad (3-16)$$

$$X_\beta = (1 + \beta_p)^{1/2} \left[\frac{\beta_p}{1 + \beta_p} + \frac{1}{5(g_v - 1)} \right] \quad (3-17)$$

熱損失により u_s が減少、 θ_i が増大するため、式 (3-15) は b_* が熱損失により減少することを示しているが、ここでは簡単のために熱損失を無視し $\theta_i = 0$, $u_s = 2/5$ と仮定すれば、式 (3-15) により $X_\beta X_g (v_{z0}/v_s) \geq 1$ が滑らかな流れが実現する条件となる。初期マッハ数 M_0 を用いれば $v_{z0}/v_s = M_0 (T_0/T_s)^{1/2}$ であり、速度比は温度比から算定できる。原理的には温度比は上記の解法で決定されるが、実際には算定が難しくここでは簡単に等温度モデルを採用し $T_s \sim T_0$ と仮定する。いま実用的な $g_v \gg 1$ の場合を想定すれば式 (3-16) により $X_g \simeq 1$ で、結局は式 (3-17) により $M_0 \beta_p / (1 + \beta_p)^{1/2} > 1$ が要請される事になり、これは下記のように書き換えることができる。

$$\beta_p > \frac{1}{2M_0^2} [1 + (1 + 4M_0^2)^{1/2}] \quad (3-18)$$

従って、亜音速入射で滑らかな加速を実現するには、与えられた M_0 に対して少なくとも式 (3-18) を満たす大きい熱エネルギー密度を持つプラズマを入り口から供給しなければならない事がわかる。いま仮に $M_0 = 1$ の極限状態を想定すれば $\beta_p > 1.6$ が要請されるが、これは昨今の冷

たい中性ガスを供給する方式では、電離損に打ち勝つ大きな注入電力を与え、プラズマを強力に加熱する事を求める条件に他ならず、実験結果[6,9]との整合が読み取れる。

加速器入り口で熱入力が小さい場合、本モデルでは流れが閉塞するが、その様な場合でも実際には下流へのプラズマ流が存在しているのは事実である。それは、熱平衡状態に隣接する非平衡状態である熱力学的分枝[14]の上では流れは上流に向かい閉塞するが、流れの閉塞はエントロピー生成率の高い散逸構造の形成を促し、プラズマを加熱して下流への駆動力を与え、結果として下流への流れが維持されるためであり、実効的には熱効率が低い貯気槽が形成されたのと同じと解釈される。散逸構造の成因はある特定運動モードへのエネルギー集中、即ち、不安定性与同根であり、しばしば不安定性に支配された複雑な空間的・時間的構造を持つ事が知られているが、事実、MPDアークジェットにおいて、放電電流が小さく、出口速度がアルヴェーン臨界速度より小さい運転条件では、駆動効率は格段に低く、また100～300kHzの低周波振動も観測されており[6]、上記の推論を支持する結果が報告されている。

上記の様に散逸構造が形成され、流れが散逸分枝に移行する場合、系が熱力学的分枝上にある事を前提にしている本モデルは、厳密な意味では加速器全域で成立する根拠を失ってしまうが、散逸構造で構成される貯気槽は入り口付近のみに局在し、しかも下流へ滑らかな流れを排出するとの仮定のもとで流れの追跡を試みる。その様な貯気槽からの出口速度 v_{z0} は亜音速、出口磁場強度を b_0 として考察する。但し、散逸構造が形成される場合は複雑で、貯気槽をブラックボックスとして扱わざるを得ないため v_{z0} 、 b_0 の特定が出来ない事に注意しておく必要がある。亜音速の場合、式(3-11)により $v_{z0} \propto b_* - b_0 > 0$ を満たす事が要請されるが、これは b_0 を1とする再規格化を行えば、実効的には $b=1$ の入り口から滑らかなプラズマ流を注入したものとして扱ってよい事を示しており、既に述べた音速点までの流れの追跡が有効なモデルとなる。

音速点を越えると v_z は超音速分枝に遷移するが、ここでは簡単のため分母を1とした式(3-8)を採用する。それに対応する u は、式(3-5)を参照すれば下記の様に書ける。

$$u = \frac{u_0}{\beta_k} \cdot b (1 + \beta_k + \beta_p - b^2) \quad (3-19)$$

この u は $b = b_m = \sqrt{(1 + \beta_k + \beta_p)/3}$ の時最大となるが、その最大値は $u_m = 2(u_0/\beta_k) b_m^3$ で与えられる。いま u_m を式(3-15)導出と同様の手法で $g_v M_0$ の関数として表せば、下記の形に書き換える事ができる。

$$u_m = \frac{2}{3\sqrt{3}} \left[\frac{u_s g_v M_0}{1 - \frac{8}{5} \frac{1}{g_v M_0}} \right]^{1/2} \quad (3-20)$$

この領域の加速機構を理解したい。式(3-13)およびその右辺の因数分解(3-14)によれば、 v_z の増加は $u = 1 + \lambda_\delta$ に至るまでは許される。いま式(2-8)を $\eta j_r = E_a(1 - u)$ と書き直してみると、 $u < 1$ ならば j_r が正で電磁力も正になるが、 u が1を越えると j_r が負になり電磁力も負になってプラズマ流が制動を受ける事が読み取れる。一方、係数 λ_δ は原理的に負では有り得ないことから $u = 1 + \lambda_\delta$ は u が1を越える加速を許す事を意味している。この $u > 1$ の領域でのプラズマ加速の駆動力は熱損失 w_t にのみ求められる。それは、式(2-12)および式(2-16)を参照すれば、 w_t のみが加速に寄与する事を示しているためである。

この領域の特徴的なプラズマの振る舞いの考察をしたい。但し簡単の為に熱損失は無視して考える。熱損失がないならば式(2-8)により、 u が $u = 1$ に達した瞬間にプラズマ駆動電流が消滅するため加速が止まり、速度はドリフト速度 $u_d = E_a/B$ の低い速度レベルでクランプされてしまう事が結論できる。この様な速度クランプが発生する条件は $u_m \geq 1$ であり、式(3-20)より特定できて、 $g_v M_0 \geq 5.5$ と速度利得の大きい場合に発生し、高性能モードの実現を阻んでいる。ドリフト速度の算定は、起電力が音速点で $E_a = B_0 b_s v_s / u_s$ と決定されることから推定可能で、 $g_v \gg 1$ の場合は、近似的に

$$v_d = 2.5v_s [1 + 9/(20g_v M_0)] \quad (3-21)$$

が導けて、高々音速の2.5倍程度の値でしかないことがわかる。ドリフト速度は式(3-21)によれば見かけ上 B_0 に無関係であるが、実際には温度上昇を通じて関係しており、 B_0 が大きいほど大きくなることが推定できる。

また、このクランプモードでは、速度と共に磁場の値もクランプされており、出口の境界条件 $B=0$ は満たされることはない。つまり中心電極を貫通している電流は、プラズマ駆動電流を通して電源に還流する正規の通路を失うため、電極先端部より吹き出して還流する事になる。事実、この電流吹き出しモードは、スフェロマックの形成[5]に見られる同軸ガンの振る舞いをうまく説明するものである。また、同じようにMPDアーケジェットでも、電流吹き出しが観測されており[6,9]、本モデルは全体として亜音速入射の記述に成功していると云って良い。

クランプモード発生は、すでに示したように、プラズマ流の亜音速からの加速に際し、音速点の通過時に電場 E_a が決定されてしまい、先端部で $B=0$ となるよう E_a の調節がもはや不能となる事に求められる。従って、亜音速入射の避け難い現象であり、高速度プラズマ流の生成を目指すプラズマ加速の観点からは甚だ都合の悪い。超音速イオン源の採用は、式(2-16)で示した亜音速での壁の問題に加え、このクランプモードの解消もねらっている。

3.2 超音速入射モード

超音速イオン源の採用を前提としたモードである。超音速解は式(3-2)の+符号の分枝に対応しているが、簡単のため散逸構造から噴出する場合も含めて $M_0 \geq 2.5$ とし、式(3-8)を採用する。この様な超音速入射モードでは $\beta_k \gg \beta_p$ となり更に単純化され、下記の簡単な $v_z - B$ 位相面での解が導ける。

$$v_z = v_B (1 + \beta_k - b^2) \quad (3-22)$$

なお、本モードでは $g_v \rightarrow \infty$ の時 $\beta_k \rightarrow 0$ となるため、式(3-22)は栗木[6]の拡張になっている。

式(3-22)の解を基にして、実相面の流れについて考察したい。まず、式(3-22)の v_z を式(3-1)に代入し整理すれば、 $l_z = \eta / (\mu_0 v_B)$ で定義される、流れの方向へのパラメーター変化を示す特徴長さが現れるが、簡単のため l_z は流れに沿って一定値と仮定すれば、下記の積分が導ける。

$$\xi = \frac{l_z}{L} \cdot \int_0^b \frac{db}{E_a / (B_0 v_B) - b(1 + \beta_k - b^2)} \quad (3-23)$$

ここに含まれる未知常数 E_a は、出口境界条件 $\xi = 1$, $b = 1$ により決定され、問題は解ける。幸い、この問題はすでに栗木[6]によって論じられており、実験的にもアルゴン流についてその妥当性が確認されている。即ち、滑らかな流れの仮定のもとでは $l_z \ll L$ であり、式(3-23)の駆動電流がガンの入り口と出口に集中する表皮効果を表すが、実験的にも、それに応じて入り口と出口付近の電極に焼損が発生する事が報告されている。また、磁場分布も実験例との一致が確認されている。なお、冷たいガスを注入しているアルゴン流の実験で、亜音速モードとならず、超音速モードの式(2-23)に従う理由は、重い気体のプラズマは流速が遅く電流の吹き出しが少ないため、見かけの両モードの差はさほど大きくはならないためと考えられる。

上の様な条件の下での流れの状況を更に明確にするために、式(3-23)の近似解を調べたい。まず出口境界条件 $\xi = 1$, $b = 1$ に対応する未知常数 E_a の決定が必要となるが、プラズマ駆動電流は全領域で正でなければならないことから $E_a > E_m$ が要請される。但し、 $E_m = 2B_0 v_B b_m^3$ で、式(3-22)による誘導起電力 $v_z B$ の最大値である。いま $E_a = E_m + E_\delta$, $b = b_m + b_\delta$ と置き、式(3-23)に代入すれば、右辺の被積分関数の分母は $E_\delta / (B_0 v_B) + 3b_m b_\delta^2 + b_\delta^3$ となるが、 b_δ^3 は第2項より小さいため無視すれば、式(3-23)は直ちに積分され、

$$E_\delta = B_0 v_B \left(\frac{\pi}{3b_m} \right)^2 \cdot \left(\frac{l_z}{L} \right)^2 \quad (3-24)$$

が得られ、未知常数 E_a が決定できる。いま例えば同軸ガンから1 keVの重水素ビームが噴出し

ており、仮に l_z を与える電子温度を 3 eV とすれば、 $l_z = 0.4\text{ mm}$ となる。また、ガン電極長は $L \geq 3\text{ cm}$ と設定されている事が多いため、明らかに $L \gg l_z$ であり、 $E_m \gg E_\delta$ となり E_a を近似的に $E_a = E_m$ としてよい事がわかる。

以上の近似解を用いれば、同軸ガンの両端に現れる最大駆動電流密度を求めることが出来る。簡単のため $\beta_k \ll 1$ とすれば両端での電流密度は等しくなり、式 (2-8) より下記の表式が導ける。

$$(j_r)_{\max} = \frac{E_m}{\eta} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{B_0}{\mu_0 l_z} \quad (3-25)$$

同軸ガンからのビームエネルギー V_k および出力イオン電流密度 j_{iz} が与えられた場合、重水素ビームに対しては式 (3-25) は

$$(j_r)_{\max} = 98.1 T_e^{3/2} j_{iz}^{1/2} V_k^{3/4} \quad (3-26)$$

と書き直す事ができる。いま、高エネルギービームに対する可能性を探るために、例えば $V_k = 100\text{ keV}$ 、 $j_{iz} = 200\text{ A/cm}^2$ の強力ビームを想定し、仮に電子温度を $T_e = 3\text{ eV}$ と仮定すれば、式 (3-26) より $(j_r)_{\max} \sim 4000\text{ A/mm}^2$ と算定される。この結果は、図1の基本配位では電極の消耗が必至となり、高エネルギー運転は極めて困難であることを示している。

基本配位のプラズマ駆動効率を見積もってみたい。駆動電力 W_{in} は $E_a j_r$ を加速器全体で積分すれば算定でき、アンペアの式及び $E_a = E_m$ から

$$W_{in} = E_m l_g J_p = 2 v_B b_m^3 A_{GUN} B_0^2 / \mu_0 \quad (3-27)$$

となる。但しここで J_p は加速器に供給される全電流、 l_g は内部導体と外部導体との間隙長、 A_{GUN} は同軸ガンのプラズマの断面積である。一方ビーム出力は

$$W_k = V_k j_{iz} A_{GUN} = (1/4) v_B (1 + \beta_k)^2 A_{GUN} B_0^2 / \mu_0 \quad (3-28)$$

で与えられるため、駆動効率は

$$\hat{\eta}_{GUN} = \frac{W_k}{W_{in}} = \frac{3\sqrt{3}}{8} (1 + \beta_k)^{1/2} \quad (3-29)$$

より求める事が出来る。つまり駆動効率は65%程度に留まる事を意味しており注意したい。これ

は出口で $B = 0$ のため、 j_r は加速に寄与せず専らプラズマ加熱に費やされる為で、プラズマは主として入り口の l_z 程度の薄い層で加速される事を示唆するものである。

4. プラズマ駆動電流分散型同軸ガン

プラズマ駆動電流のガン入り口出口への集中による電極焼損が、高エネルギービーム実現を阻む要因の一つに挙げられる事が示された。駆動電流を加速器全体に分散させ、電極両端への集中が防止できれば、大出力高エネルギービームに一步近づける。原理的には両端で E_a が小さくできれば集中が緩和される。その方策の一例として、 l_a を両端部で拡大し、ガンをラバールノズル状の縮小拡大構造とする栗木[6] の案も知られているが、ここでは、図2に示したような電極分割型ファラデー発電機[2] を逆に運転する構造の系を想定し、電極素子にそれぞれ接続させている電源の電圧調整により電流分散を図る方式を検討する。また、必要な電極分割数を算定するために、2・2節で指摘した単純一次元モデルの欠陥を是正し、より自然な境界層モデルを導入している。

4.1 電極の分割効果

ガンは N 個の互いに絶縁された長さ l の電極素子により構成されており、且つ電流が各素子に均等に分散する様に、各素子の電源電圧が調整されているものと仮定する。このモデルは基本配位

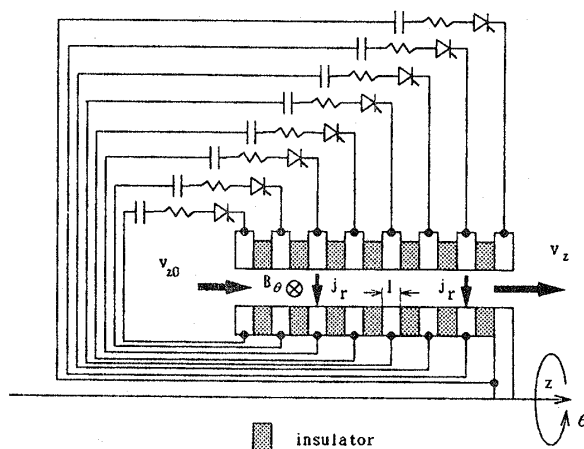


図2 Schematic drawing of the coaxial gun with segmented electrodes.

を $N=1$ の場合の特例として含んでおり、加速器入り口から h 番目の素子に注目すれば、問題は3・2節と同様の手法で解決できる。まず h 番目の素子に対する境界条件の設定が必要となる。各素子入り口と出口の磁場の差は、アンペアの法則により B_0/N となることに注意すれば、 h 番目素子の入り口磁場は

$$b_h = 1 - (h-1)/N \quad (4-1)$$

で与えられることがわかる。また系への入射速度は $M_0 \geq 2.5$ を満たしていると仮定すれば、式(3-22)は有効であり、 h 番目素子への入り口速度 v_{zh} は単に $v_{zh} = v_B(1 + \beta_k - b_h^2)$ で与えられる。素子内部の磁場分布 b を決定したい。そのため $b = b_h - y$ と置き、入り口で0、出口で $1/N$ となる関数 y を定義する。この y を用いれば、式(3-22)は $v_z = v_{zh} + v_B(2b_h - y)y$ と書き換えられ、従って式(2-8)は新変数 $\xi = z/l$ を用いれば

$$(l_z/l) dy/d\xi = C_{0h} + C_{1h}y + 3b_h y^2 + y^3 \quad (4-2)$$

$$C_{0h} = E_{ah}/(B_0 v_B) - b_h(1 + \beta_k - b_h^2),$$

$$C_{1h} = 1 + \beta_k - 3b_h^2 \quad (4-3)$$

と変形できる。上で、係数 C_{0h} は未知常数 E_{ah} を含むことに注意したい。いま、分割数が多い $N \gg 1$ の場合を考慮すれば、 $y \leq 1/N$ のため式(4-2)の右辺第3、4項は無視できる。但し、中央付近には $|C_{1h}|N > 1$ となり、問題となる小数個の素子も存在するが、簡単のため全ての素子を同様に扱う事にする。従って、素子入り口の境界条件、 $\xi = 0$ で $y = 0$ 、に注意すれば、式(4-2)は直ちに

$$\ln\left(1 + \frac{C_{1h}}{C_{0h}}y\right) = \frac{l}{l_z} C_{1h}\xi \quad (4-4)$$

と積分できる。また、素子出口での境界条件、 $\xi = 1$ で $y = 1/N$ 、を式(4-4)に代入すれば、

$$C_{0h} = \frac{C_{1h}}{N} \frac{1}{\exp\left(\frac{lC_{1h}}{l_z}\right) - 1} \quad (4-5)$$

が導けて、素子内部の磁場分布が決定される。更に、アンペアの式を用いれば、式(4-4)より電流

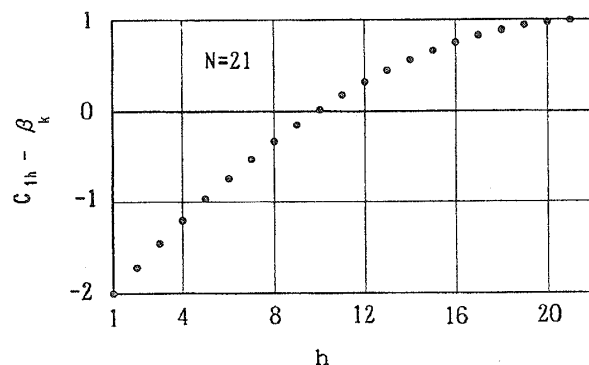


図3 The factor determining the current distribution inside the h -th electrode element from the inlet port of the gun.

密度 j_r も算定できて下記の表式を得ることができる。

$$j_r = \frac{B_0 C_{1h}}{\mu_0 l_z N} \frac{\exp\left(\frac{lC_{1h}}{l_z}\xi\right)}{\exp\left(\frac{lC_{1h}}{l_z}\right) - 1} \quad (4-6)$$

上式から、素子内の駆動電流の分布は係数 C_{1h} に強く影響されること、および電流層厚みの目安として $l_j = l_z/|C_{1h}|$ が定義できて、電流集中の程度は l_j と l の比較で推定可能となることなどがわかる。図3に $N=21$ の場合の $C_{1h} - \beta_k$ の分布を示したが、同図により素子内の電流分布は、加速器入り口付近のものは素子入り口への集中、中心部では均一分布、また出口部では素子出口付近に集中する傾向が読み取れる。但し、 $C_{1h} = 0.07$ となる $h=10$ の素子では式(4-4)の精度が多少落ちる事は指摘して置きたい。

積分常数 C_{0h} は、式(4-3)の未知常数 E_{ah} を決定し、同時に h 番目素子への印加電圧を下記の値に設定する。

$$V_{ah} = B_0 v_B l_g [b_h(1 + \beta_k - b_h^2) + C_{0h}] \quad (4-7)$$

明らかに上の C_{0h} は抵抗降下を表しており、また $C_h = C_{0h} + b_h(1 + \beta_k - b_h^2)$ と置けば、各素子の電圧分布を表す事ができる。図4はその様な電圧分布の一例を示すもので、入り口の1~2個の素子を除き $C_h \gg C_{0h}$ となっており、印加電圧は誘導起電力と釣り合っていると見なしても大きな間違いはないと云える。また、入り口および出口素

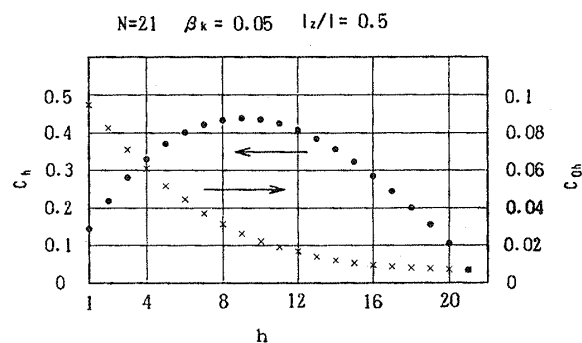


図4 The normalized voltages on the h -th electrode element (C_h -total drop, C_{oh} -resistance drop).

子への印加電圧は、それぞれ最大値（素子 $h=9$ ）のほぼ $1/3$ および $1/4$ となる事が読み取れる。両端への低い印加電圧は、表皮効果の抑制に必要となるのは明かである。

4.2 駆動効率の向上

本電流分散モードでは、プラズマ駆動効率が図1の基本配意に比べて向上する事を示したい。駆動効率の算定には、式(4-6)で与えられる V_{ah} を用いてもよいが、ここでは式(3-29)の効率 $\hat{\eta}_{GUN}$ を $N=1$ の特例 $\hat{\eta}_1$ として捉え、 N 分割の場合を推定するより簡単な方法を採用する。いま、 $N=1$ の基本システムと $N \gg 1$ の多層分割システムからのビームは、それぞれ同一のエネルギーおよび同一出力を持つとして、 $V_{k1} = V_{kN}$, $W_{k1} = W_{kN}$ と置けば、式(3-22)およびアンペアの式から $J_{p1} = J_{pN}$ が導ける。また、プラズマの加速は常にオーム加熱を伴うため、加速器への注入電力 W_{in} は加熱電力 W_H にも分配され、効率は $\hat{\eta} = W_k / (W_k + W_H)$ となり、1より低下する。表皮効果により電流層が形成される事はすでに示したが、 $N=1$ の場合は2個、 $N \gg 1$ ならば N 個の電流層が形成される。いま、簡単のため電流層の厚さを一定と仮定し、 $W_H \propto \eta j^2$ に注意すれば、 $W_{H1} / W_{HN} = N/2$ が導ける。従って、上の効率の定義により、

$$\hat{\eta}_N = \frac{\hat{\eta}_1 N}{\hat{\eta}_1 (N-2) + 2} \quad (4-8)$$

が得られ、 N の増加と共に駆動効率が向上する事がわかる。例えば $N=21$ の場合 $\hat{\eta}_{21} = 0.951$

となり、100%に近い値が期待される。

4.3 境界層モデルの導入

電極の分割により、プラズマ駆動電流の集中が緩和できると共にビームの駆動効率も改善されることを示したが、つぎに、プラズマが計算どうり効率よく高エネルギーに加速される条件を考察したい。そのため、まず2.2節で導入した単純一次元モデルでの不自然な全空間でのホール電場の短絡の要請を撤去し、ホール電場の存在を前提に考察を進める事にする。電極の分割数を $N \rightarrow \infty$ とした極限配位では、完全に均一な電流分布が実現できる事から理想配位と呼ぶ事にすれば、最初の問題として、理想配位に近い運転を実現する最小の分割数 N_c の算定が浮び上がってくる。なお、この理想配位では、電極は z 方向には絶縁されていて r 方向にのみ電気伝導があり、且つ陽極電位 V_a が z 方向に定められた値を取るよう互いに独立した電源が連続して繋がれているものとしている。この系のプラズマ速度は式(3-22)で与えられるものと仮定すれば、流れに沿っての駆動電流 j_r の分布を与えたとき、アンペアの式の援用により式(2-8)から必要な陽極印加電圧 V_a が決定できる。また逆に、 V_a を与えて j_r の分布を決定する事も可能で、前節での j_r の算定は、その特例と云える。

まずホールポテンシャル V_{Hall} の算定から始めたい。ホール電場は、式(2-6)で与えられることから、式(2-9)、(3-22)およびアンペアの式を用い、 $b=0$ の点をポテンシャルの原点にとれば、

$$V_{Hall} = \frac{m_i}{2e} v_B^2 [(1 + \beta_k)^2 - (1 + \beta_k - b^2)^2] \quad (4-9)$$

が導ける。従って、微小磁場変化 δb に対応するポテンシャルの変化は

$$\delta V_{Hall} = \frac{B_0^2 v_B}{\mu_0 j_{iz}} b (1 + \beta_k - b^2) \delta b \quad (4-10)$$

で表せる。いま、有限長の電極配位を想定すると、電極の表面に沿っては電位差が存在しないため、 $\delta V_{Hall} = 0$ が要請されて、式(4-10)により $\delta b = 0$ が結論される。これは電極を通過するプラズマ駆動電流を許さない事を意味し、電極表面

付近でモデルは矛盾を来す事を示している. この矛盾は, 径方向に激しくパラメータが変化する電極近傍まで, 一次元モデルに含めているためと解釈できるが, 同時に自己無撞着で厳密な解析には少なくとも二次元的な扱いが必要な事を示している. しかし, 二次元モデルを採用すれば, 系の振る舞いに対する見透しは著しく損なわれてしまうため, 無矛盾でしかも物理像の描き易い一次元モデルの構成が重要となってくる. ここでは, 電極近傍の変化の激しい領域を排除する境界層の概念を採用し, 下記の二つの要請を満たす事を求める一次元境界層モデルの現象論的な組立を試みる.

- 1: 電極近傍を除く加速領域では, プラズマはホール電場により効率よく加速され, 且つ一次元的な記述が許される.
- 2: 電極表面では $E_z = 0$, $v_{iz} = 0$ を満たしている.

オームの式の原点にたち帰り, 式 (2-3) を, 式 (2-5) の第1式を用いて書き直せば, 電流ベクトルの r および z 成分はそれぞれ

$$\begin{aligned} j_r &= \frac{E' + \omega_e \tau_e E_z}{\eta [1 + (\omega_e \tau_e)^2]}, \\ j_z &= -\frac{\omega_e \tau_e E' - E_z}{\eta [1 + (\omega_e \tau_e)^2]} \end{aligned} \quad (4-11)$$

の形に表す事ができる. 但し上で $E' = E_r - v_{iz} B$ であり, 簡単のため圧力項を無視し, イオン流速は z 成分のみと仮定している. 式 (4-11) の2個の式に現れる関数は j_r , j_z , E_r , E_z , v_{iz} の5個で, 拘束条件は同じ2個の式のみで, 自由度は3個となっている. 上記の二つの要請を現象論的に記述するため, 適当な r の関数 ϕ を用いて新たな関係,

$$E_z = \omega_e \tau_e E' \cdot \phi \quad (4-12)$$

を仮定する. なおこの様な関係を導入しても, 自由度の数から推して矛盾を生じる事はない. いま, 加速領域で $\phi = 1$ とすれば, 式 (4-12) の E_z はホール電場に一致する. とくに, ホールパラメータが $\omega_e \tau_e \gg 1$ を満す場合には効率よくホール電場が発生し, 望ましい状態が実現する事がわかる. 一方, 電極近傍で $\phi = 0$ とすれば $E_z = 0$ と

なり, 短絡効果も表現できている. この二つの事項を確認して, 式 (4-12) を式 (4-11) に代入し E_z を消去すれば,

$$\begin{aligned} j_r &= \frac{E' [1 + (\omega_e \tau_e)^2 \phi]}{\eta [1 + (\omega_e \tau_e)^2]}, \\ j_z &= -\frac{\omega_e \tau_e E' (1 - \phi)}{\eta [1 + (\omega_e \tau_e)^2]} \end{aligned} \quad (4-13)$$

を得る事ができる. ここで, 電極近傍で $\phi = 0$ とすれば, $\omega_e \tau_e \ll 1$ のとき, 式 (4-13) の第1式は j_r が式 (2-8) と同一形式となり, また第2式は $j_z = 0$ が実現する事を示している. 電極によりプラズマが冷却されるため, 電極近傍では $\omega_e \tau_e \ll 1$ が自然に満たされている事に注意したい. また, $\phi = 1$ の加速領域では式 (2-8) との一致は明らかであり, パラメータ ϕ を含む式 (4-12) により, 現象論的に二つの要請を満たす物理状況がうまく記述されている事がわかる. いま, 任意関数として導入された ϕ を

$$\phi = \frac{(\omega_e \tau_e)^2}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} \quad (4-14)$$

と置けば, $\omega_e \tau_e \ll 1$ の電極近傍では $\phi = 0$ で, また $\omega_e \tau_e \gg 1$ の加速領域では $\phi = 1$ となるため, 全空間の矛盾のない統一的な記述が可能となり, 下記で与えられる境界層厚さ l_b が定義できる.

$$l_b = \left(\frac{d \ln \phi}{dr} \right)^{-1} \quad (4-15)$$

上記の考察は, 電極面から l_b だけ内側にある境界面はホール電場の存在が許される面であり, 仮想的には理想配位を支える理想電極が存在するのと等価と見なしてよい事を示している. つまり, 境界層はホール電場が短絡している実電極面と境界面上の仮想電極を散逸性の高いプラズマを通して繋ぐものであるが, 仮想電極上のホールポテンシャルを支えており, 高エネルギービーム発生に重要な役割を担う事がわかる.

4.4 電極最小分割数の推定

ホール電流成分 j_z はプラズマを r 方向に駆動する力を発生するため極力抑制したい. $N \rightarrow \infty$ の理想的な電極配位では, プラズマ駆動電流 j_r はホールポテンシャルに影響される事がないため

j_z の発生はないが、実際には電極長は有限のため、ポテンシャル分布の対称性がくずれ j_z が現れる。図5は、有限電極長の効果により、ポテンシャル分布の対称性がくずされる様子を示している。いま、 h 番目素子の浮動電位を素子出口のホール電位に設定すれば、出口面でのポテンシャル V_{exit} はホールポテンシャルの影響を受ける事がないため、陽極・陰極の電位降下を無視する近似の範囲で、陰極から陽極に向かう x 方向には図示した様に直線的な分布をとる。一方、ホールポテンシャル δV_{Hall} は式 (4-10) が示すように、上流の素子入り口に向かって増加しており、入り口面より上流では図示した様な境界層 l_b の脚を持つ台形の分布が現れる。従って、ポテンシャルは $V = \delta V_{\text{Hall}} + V_{\text{exit}}$ で与えられるため、 δV_{Hall} の影響が大きいときには、図示したような陽極電位を越えるような場合も発生する事がわかる。このようなポテンシャル分布の場合、陰極では入り口面の E_r が強調され、また陽極では出口面の付近でのみ E_r が順方向となるため、両極間を貫通するプラズマ駆動電流には出口面から入り口面に向かう負の j_z 成分の発生が必然的となる。

このホール電流成分の発生を防止するには電極の分割を増やせばよいが、むやみに増やすのは現

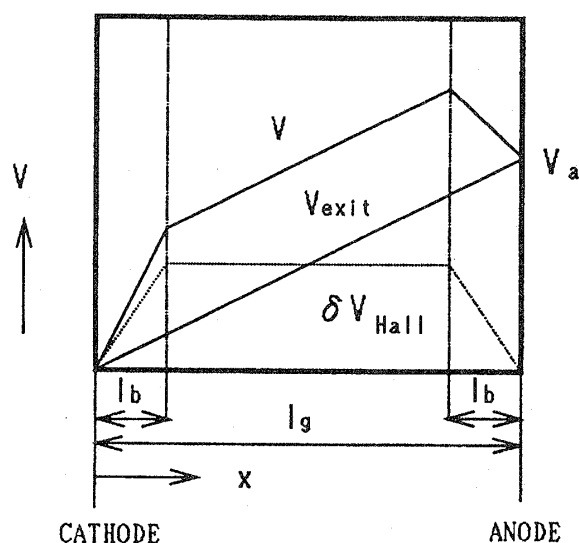


図5 The potential distributions in an electrode element.

实的でなく、目安となる最小の分割数 N_c を推定したい。ここでは、全ての素子内部で $V_{\text{ah}} \geq V$ を満たす最小の分割数を N_c として採用する。図5より、出口面のポテンシャル V_h が $x = l_g - l_b$ で最大となる事が読み取れるため、 $V_{\text{ah}} = V_h (l_g - l_b)$ 即ち、

$$\frac{(\delta V_{\text{Hall}})_h}{V_{\text{ah}}} = \frac{l_b}{l_g} \quad (4-16)$$

により N_c が決定される。いま、ホール電流による摂動は小さいものと仮定すれば、 V_{ah} は式 (4-7) (項 C_{0h} は無視できる)、また $(\delta V_{\text{Hall}})_h$ は式 (4-10) で $\delta b = 1/N$ と置けばそれぞれ与えられるため、式 (4-16) は下記の様に書き換える事ができて N_c の算定が可能となる。

$$N_c = \frac{1}{l_b} \frac{B_0}{\mu_0 j_{iz}} \quad (4-17)$$

4.5 高エネルギー同軸ガンの輪郭

高エネルギーガンの輪郭を描きたい。まず、中心電極の極性の選択にいて考察する。ホールポテンシャルによる電位分布の摂動により、負の j_z 成分が発生する事はすでに指摘したが、それは陰極面に向かう力の発生を意味し、陰極に向かってプラズマ密度の上昇を促すため、密度分布の対称性を破る要因としての作用も持っている事に注意したい。いま、図2の様に陰極を中心側に設定した場合、ホール電流による密度の非対称性は、 B の r 依存性による駆動力の不均一性を補う方向であり、より好ましい選択であるとの推定が可能となる。

おおよその定量的な輪郭の把握を試みる。そのため、出力密度が静電型ビーム源の1000倍付近の領域にある重水素ビームを想定して検討する。まずビームエネルギー V_k を与え、その関数としてガンを特徴づける下記の主要なパラメータを見積もってみる。

初期速度比 β_k : 入り口磁束密度 B_0 : 電極分割数 N_c : 全駆動電流 J_p : 素子あたりの駆動電流 J_{ph} : 電極貫流平均駆動電流密度 $\langle j_r \rangle$: 最大印加電圧 $(V_{\text{ah}})_{\text{max}}$: 全出力イオン電流 J_i : 出力ビーム電力 W_k

但しここで、下記の諸量は与えられた一定値を持

表1 電極分割型同軸ガン(重水素)仕様

V_k	(keV)	0.2	1.0	10.0	100.0
W_k	(MW)	2.8	14.	140.	1400.
J_i	(kA)	14.	14.	14.	14.
$(V_{ah})_{max}$	(V)	64.	210.	1200.	6800.
N_c		7	13	25	45
B_0	(T)	0.085	0.16	0.31	0.56
J_p	(kA)	47.	87.	170.	310.
J_{ph}	(kA)	6.7	6.7	6.8	6.9
$\langle J_r \rangle$	(A/mm ²)	1.2	1.2	1.2	1.3
β_k		1.	0.29	0.076	0.023
V_{k0}	(eV)	50.	l_g	(mm)	20.
j_{iz}	(A/cm ²)	200.	l	(mm)	8.
l_b	(mm)	5.	R_0	(mm)	110.

つものとして扱った。

入射ビームエネルギー V_{k0} : 出力イオン電流密度 j_{iz} : 境界層厚み l_b : 電極素子厚み l : 電極間隔 l_g : 平均電極半径 R_0 :

なお、境界層の厚みは測定値を採用するのが望ましいが、現在のところその様なデーターの報告はない。ここでは、マーシャルガン[12]のホール電場が、陰極から5mm内側で観測されている事から、単に $l_b = 5\text{mm}$ と置いた。問題は今後の課題として残されている。

採用した基礎パラメーターの値を含め、計算結果は表1にまとめられている。同表によれば、素子あたり駆動電流 J_{ph} は V_k によらず一定値をとるが、これは、高いビームエネルギーは、定電流源を接続した電極素子を積み上げてスタック構造とすれば得られる事により示している。また、 V_k とスタック数 N_c の関係は、式(4-17)、(4-9)により

$$V_k = (e/8m_i) (\mu_0 j_{iz})^2 l_b^4 N_c^4 \quad (4-18)$$

が得られ、 V_k は N_c の4乗に比例して増大する事がわかる。従って、ビームの一素子あたりのエネルギー取得 V_k/N_c は N_c の3乗に比例する。一方、素子への最大印加電圧 $(V_{ah})_{max}$ は式(4-17)、(4-7)により下記のとおりスタック数の3乗に比

例する。

$$(V_{ah})_{max} = (e/m_i) (\mu_0 j_{iz})^2 l_b^3 N_c^3 \quad (4-19)$$

従って、 $V_k/N_c \propto (V_{ah})_{max}$ が満たされており、素子内部でホールポテンシャルの摂動が小さい事を要請する $V_{ah} \geq V$ は破られる事はない。

5. 結論

第3章で、単純一次元モデルと、MPD アークジェットを中心とした実験データとを比較検討した結果、アルヴェーン臨界速度の存在、加速器出口からの電流吹き出し、また入り口および出口電極の焼損、などの諸現象が説明され、その有効性が確認された。ホールポテンシャルの短絡を仮定している単純一次元モデルが有効な理由は、冷たいガスを注入する昨今の方式に原因を求める事ができる。つまり、その様な方式では、ガスの良好な電離領域がプラズマの密度が高く j_{iz} の大きいところに片寄ってしまい、高いビームエネルギー、即ち、高いホールポテンシャル発生之余地がないためである。例えば、吉川達[9]の典型的な水素放電の場合にも $j_{iz} \sim 2500\text{A/cm}^2$ の大きな値を記録しているが、この j_{iz} 電極の焼損のない運転条件では $V_a \gg V_{Hall}$ となり、常にホールポテンシャルが無視されてしまう状態のみが実現する事になる。この現象の克服には、プラズマ生成と加速を分離する超音速イオン源の採用が有効であり、亜音速での閉塞作用の消去と共に幅広い運転領域の確保が期待される。

第4章の電極分割構造は、表皮効果による電極焼損を防ぐために提案したものであるが、境界層を導入した新しいモデルにより、それは同時に高エネルギービームに対応する有効な方策となっている事が示された。ホールポテンシャルの電極表面での短絡効果がビーム加速に摂動を与えるが、境界層モデルによりその影響が評価され、分割数決定の基準が与えられた。高エネルギー同軸ガンは、定電流電源を搭載している電極素子のスタック構造を取り、素子の個数によりビームエネルギーの上限が与えられる事が示された。スタック構造は簡便で自由度が高いため、安価でコンパクト

な高エネルギービーム源の実現は十分期待してよく、挑戦が望まれる。

参考文献

- [1] 平野恵一：プラズマ・核融合学会誌, **69**, 684 (1993).
- [2] T. R. Brogan, *Advan. Plasma Phys.*, **1**, 231 (1968).
- [3] A. I. Morozov and S. V. Lebedev; *Review of Plasma Physics Vol. 8* (Consultant Bureau, New York, 1980) p417.
- [4] J. Marshall, *Phys. Fluids*, **3**, 135 (1960).
- [5] T. R. Jarboe, I. Henins, A. R. Sherwood *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 39 (1983).
- [6] 栗本恭一：ながれ, **7**, 15 (1989).
- [7] R. R. John, R. R. Bennet and J. F. Connors, *AIAA Journal*, **1** (1963) 2517.
- [8] H. Hugel, G. Kruehle and T. Peters, *AIAA Journal*, **5**, (1967) 551.
- [9] 吉川孝雄, 加賀谷洋一, 島本恭次, 横井洋一; 宇宙科学研究所報告特集第7号 (1983, 7月) MPD アークジェット研究報告 p. 25.
- [10] S. I. Braginskii, *Review of Plasma Physice Vol. 1* (Consultant Bureau, New York, 1965) p.205.
- [11] O. K. Mawardi, *Phys. Fluids Suppl.*, **7** (1964) S9.
- [12] L. C. Burkhardt, R. H. Lovberg, *Phys. Fluids*, **5** (1962) 341.
- [13] D. Q. King, K. E. Clark and R. G. Jahn, *AIAA Journal* 81-0866 (1981).
- [14] I. Prigogine, *from Being to Becoming* (W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1984) p77.