

講座：MHD モデルと磁気核融合Ⅳ

5. ヘリカル系プラズマにおける MHD

林 隆 也, 中 島 徳 嘉

(核融合科学研究所)

(1995年 6 月 8 日受理)

MHD Phenomena in Helical System Plasmas

HAYASHI Takaya and NAKAJIMA Noriyoshi

National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan

(Received 8 June 1995)

Abstract

One of the important issues which remains to be clarified in MHD theory is the appearance of magnetic islands and chaotic fields in three-dimensional finite-pressure equilibria. Recently progress has been made on this issue by using large-scale computer simulation technique, and several interesting natures in island formation, such as the 'self-healing' of islands, have been revealed. Nonlinear simulations of pressure driven instabilities in helical plasmas have been studied both in two- and three-dimensional geometry. Oscillative relaxation phenomena, which have been observed in experiments, have been successfully reproduced in those simulations. Finally, ideal high- n ballooning modes in heliotron/torsatrons are qualitatively discussed.

Keywords:

helical system, 3D-MHD equilibrium, magnetic island, 3D-MHD stability, 3D-MHD phenomena,

5.1 はじめに

ヘリカル系では外部電流系によってプラズマを閉じ込めるための入れ子状の真空磁気面を構成する。したがって、磁気面を構成するためのトロイダル電流をプラズマ中に流す必要がなく、ヘリカル系では無電流運転が可能となる。外部電流系のみにより構成される真空磁気面は三次元的であるため（軸対称性は存在しない）、ヘリカル系の有限ベータ MHD 平衡は本質的に三次元平衡とな

る。三次元 MHD 平衡を他の二次元 MHD 平衡から区別する最大の特徴は磁気島の存在であろう。

したがって、ヘリカル系の MHD 平衡・安定性を議論する方法は2つに大別される。即ち、磁気島の影響を無視し、入れ子状の磁気面の存在を仮定する方法と、入れ子状の磁気面を仮定せず、磁気島の影響を直接取り扱う方法である。前者は、磁気シャーの大きいヘリオトロン／トルサトロン配位においては、適当な条件下で妥当な方法であ

り, 後者は磁気シャーの小さいヘリアスおよびヘリアック配位で特に必要となる方法である。

本章では, 参考文献[1]で課題として残されていた点に添って, 前半(5.2~5.3)で, 磁気島形成および非線形安定性等を林が担当する。ヘリカル系, 特に, ヘリオトロロン/トルサトロロンにおける MHD 不安定性に関しては, 理想および抵抗性交換型モードを中心とした理論および実験にわたる解説が本誌の解説「ヘリオトロロン/トルサトロロンにおける MHD 不安定性」[1]において詳しくなされており, 最近の CHS の高ベータ実験における実験結果と理想交換型モードとの関連も参考文献[12]等で議論されているため, 後半(5.4~5.5)で, $L=2$ 無電流ヘリオトロロン/トルサトロロン配位における理想バレーニングモードを中島が担当する。

5.2 三次元 MHD 平衡と磁気島生成

本講座 1, 2 章や以前の解説[1]にも述べられているように, 三次元 MHD 平衡理論において残されている重要な課題の一つは有限圧力平衡解における磁気島・磁力線カオスの発生である。この課題に対し, スーパーコンピュータを駆使した大規模なシミュレーション手法での解析が進展し, 平衡解での磁気島生成についていくつかの興味ある性質が明らかとなってきた。本節では HINT コード[2]と呼ばれる, 磁気面の存在を仮定しない新しい三次元平衡コードで得られたいくつかの結果を紹介する。

非軸対称トーラス (ヘリカル系) 装置の閉じ込め磁場は外部コイルの作る真空磁場だけでも磁気面が存在し得る点がトカマクなどの軸対称系と比較した特色である。装置の設計に当たっては, Fig. 1(a) に例を示すようにプラズマ閉じ込め領域が充分きれいな真空磁気面で覆われるように最適化がなされる (真空磁場においても周辺領域は磁気面の無い非常に乱れた領域となっている。このような乱れは, ヘリカル対称とトーラス軸対称の重ね合わせによる対称性の喪失によってもたらされると表現することができる)。本節で問題とするのは, 有限圧力のプラズマを閉じ込めた平衡

解においてもせつかくのきれいな磁気面を保つことができるかどうかである。ヘリカル系配位の MHD 平衡のベータ限界を決める尺度としては, 従来「シャフラノフシフトによる磁気軸のシフト量が平均プラズマ小半径の $1/2$ をこえない」という便宜的定義が用いられている。しかし, ヘリカル系において「良い平衡」を定義するためには, このことだけでは十分ではない。ヘリカル系平衡ベータ限界の解析においては, 磁気島発生による磁気面の破壊という別の尺度にも留意する必要がある。実際, 平衡コードで計算してみると Fig. 1(b) のようにベータ値の上昇と共に周辺のエルゴディックな磁場領域が徐々に拡大し, プラズマを閉じ込められる領域が狭くなってしまいうという現象が観測される[3]。そこで有限圧力平衡解において磁気面の乱れ具合を定量的に明らかにし, 乱れを抑制するための方法を見いだすことが実用上重要であり, また磁気島発生の物理機構を明らかにすることが興味深い物理課題となる。

非軸対称系トーラスの有限圧力平衡解において磁気島が発生するメカニズムは概略次のように理解することができる。有限圧力を持つプラズマを磁場で閉じこめようとする, 力学的平衡 $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \nabla P$ を満たすために平衡のためのプラズマ電流 $\mathbf{J}$ が誘起される。このプラズマ電流はそれ自身磁場を生成し, シャフラノフシフトなど有限圧力効果による磁気面の変形をもたらす。ここで重要なことは非軸対称系トーラスにおいては, プラズマ電流の生成する磁場の一部がプラズマ領域内に存在する有理面 ($\iota = n/m$) と共鳴する成分 B_{mn} を持ち得ることである。もしもその共鳴磁場成分がその有理磁気面に垂直な磁場成分を有していると, その磁気面上に磁気島が発生することになる。磁気島が生成されると, 磁気島周辺のプラズマ圧力分布は変化し, そのためにプラズマ電流分布も変化することになる。したがってこのような磁気島の生成を含んだ平衡解を数値的に求めるには, 力学的平衡条件と磁気島の生成を交互に矛盾なく解くような手法が必要となる。

磁気島生成につながる共鳴磁場成分生成に最も関連しているのはプラズマ電流の磁力線方向の成

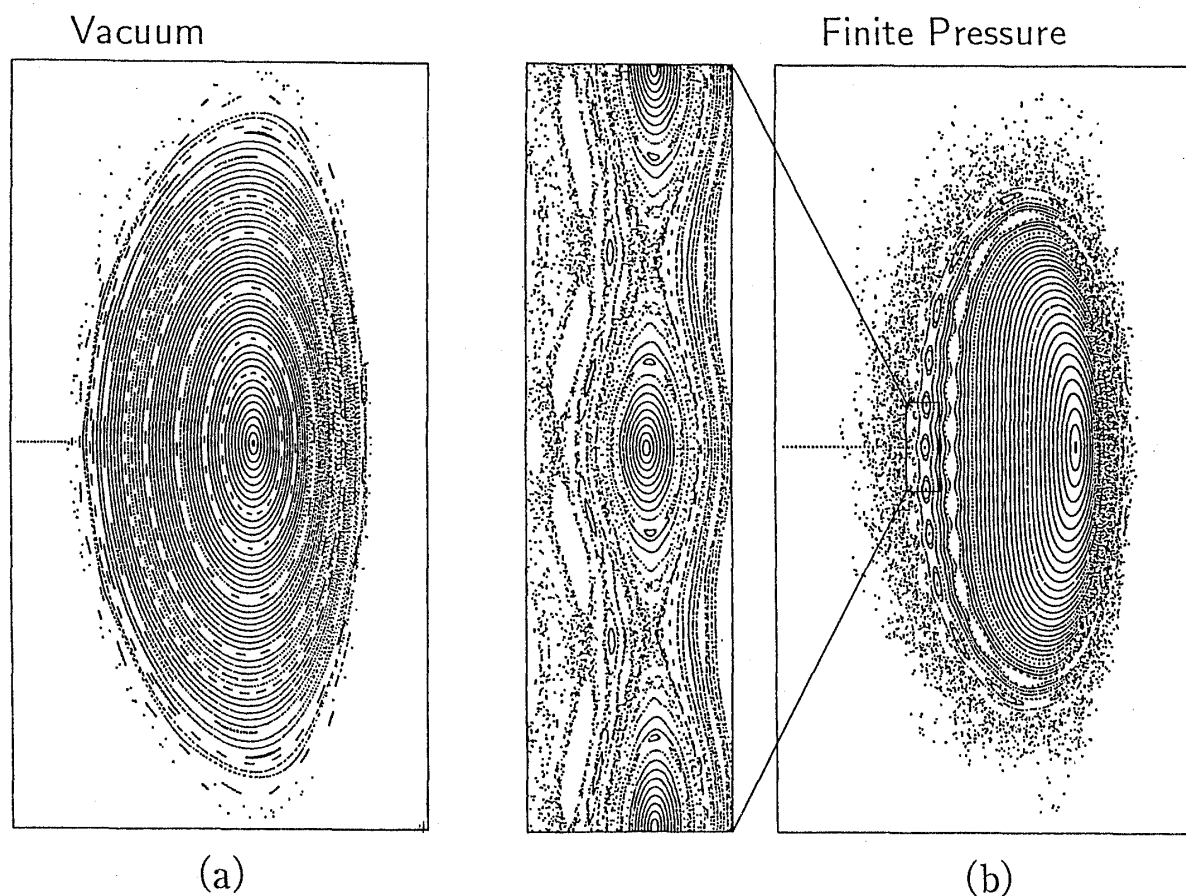


Fig. 1 Poincare plots of magnetic field lines for a $l=2$ heliotron/torsatron configuration (a) for a vacuum field and (b) for a finite beta equilibrium. Note that islands appear in (b), as is shown in the enlarged picture, due to the finite pressure effect and the boundary ergodic region expands [3].

分 $J_{\parallel}$ (フィルシュューシュリユータ電流) である。 $J_{\parallel} = QB$ と表現するとき、磁気島の幅がじゅうぶん小さいという仮定の下で、プーザー座標上で Q のフーリエ成分 Q_{mn} は

$$Q_{mn} = -p' \frac{\sqrt{g_{mn}}}{\epsilon - n/m} + \hat{Q}_{mn} \delta(\Phi - \Phi_{mn}) \quad (1)$$

と表される。ここで $\sqrt{g_{mn}}$ は磁気面座標のヤコビアン $\sqrt{g} = (\nabla \Phi \cdot \nabla \theta \times \nabla \phi)^{-1}$ のフーリエ成分であり、 Φ は磁気面のラベルでトロイダル磁束を表す。このうち (1) 式右辺第二項は Cary-Kotschenreuther [4] および Hegna-Bhattacharjee [5] によって存在が指摘された強い特異性・局所性を持つ沿磁力線電流項である。これらの著者はこの局所的な電流のもたらす効果を境界層の手法で解析して局所的抵抗性インターチェンジモードの飽

和レベルとして磁気島の生成を解析し、磁気島の大きさの振る舞いは配位が磁気井戸か磁気丘かによって (より厳密には局所的抵抗性インターチェンジモード安定性を表す指標 D_R の正負によって) 決定されるという結論を導いた。一方、(1) 式第一項は従来からの三次元 MHD 平衡理論に関する教科書にも記述されている電流項であり、その表す沿磁力線電流は有理面上で弱い特異性を有している。その形からわかるようにこの項の表現する電流が生成する個々の共鳴磁場成分の大きさを定量的に計算するにはこの電流の効果をプラズマ体積全体のグローバルな領域にわたって三次元的に積分する (またはそれと等価な計算を行う) ことが必要となる。これら二つの電流項の存在は、有限圧力効果による磁気島生成に関して二つのそれぞれ互いに独立な物理機構が存在することを示

唆している。それぞれを「局所的」および「グローバル三次元」効果と呼ぶことにすると、後者のグローバル効果を実際的な複雑なヘリカル系配位の下で定量的に評価するためには三次元的な数値計算が必要となる。

HINT コードによる平衡の計算をヘリオトロン配位を例として Fig. 1 で示した。これまでに、この例のように有限圧力効果による磁気島生成（磁気面破壊）がヘリカル系の現実的な配位において実際に起こり得ること、このような磁気面破壊によって定義される平衡のベータ限界がシャフランドフシフトによって定義されるベータ限界よりもしばしば厳しい条件を課すこと、さらに磁気面破壊の起こりやすさが外部垂直磁場等で制御可能であることなどが明らかとなってきた。Fig. 2(a) は $L=2$ のヘリオトロン配位について、磁気面破壊が発生するベータ値のピッチ周期数 M に対する依存性を調べたものである。図中の破線は小半径方向の外側の領域のおよそ30%がエルゴディックになるときの平均ベータ値を示しており、ここでの平衡のベータ限界の目安と考えている。図からわかるように、一般に磁気面破壊は M が増加するとともに、したがってアスペクト比が増加してヘリカル対称性が改善するとともに、減少するという傾向を持っている。Fig. 2(b) は外部ポロイダル磁場の中で垂直磁場成分 B_v の効果を調べたものである。 B_v は主に真空磁場の磁気軸の位置を大半径方向に制御する働きを持つが、この図は磁気軸の位置を内側にシフトすることが磁気面破壊の抑制に好都合であることを示している。磁気軸の位置を内側にシフトすると一般に磁気井戸が浅くなる傾向があり、結果は磁気島生成の物理機構としてグローバル三次元効果が重要であることを示唆している。

ヘリオトロン配位はヘリカル系のなかで中または高磁気シアを有する配位として特徴づけられるが、これと対照的な低磁気シア配位としてヘリアス配位が知られている。磁気島生成に関して低シア配位では高シア配位と比較して、関連する危険な低次有理面の数は少ないが、もしもその有理面上で共鳴磁場成分が少しでも存在すると

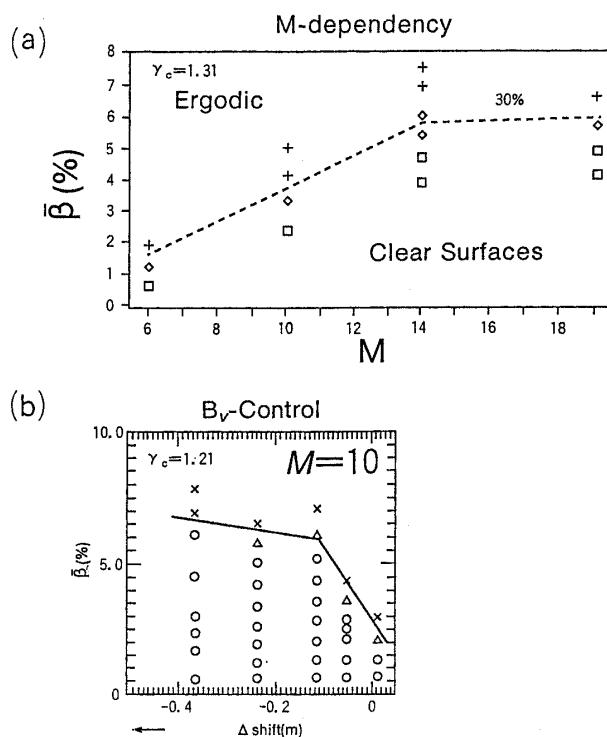


Fig. 2 General tendency of the occurrence of magnetic surface breaking due to finite beta effects for the $L=2$ heliotron configuration. (a) represents the pitch period number M dependency, and (b) shows effect of the external vertical field B_v [3].

大きな磁気島が発生するという性質をもっている。このためヘリアス配位での有限圧力効果による磁気島生成の振る舞いはヘリオトロン配位の場合とはかなり異なることが予想される。実際に数値計算を行ってみると、ヘリオトロン配位のように周辺から次第にエルゴディック領域がひろがっていくのではなく $\epsilon = 5/6$ という一つの低次有理面上に大きな磁気島が出現し、その振る舞いが平衡ベータ限界を決定することになるという結果が得られる[6]。

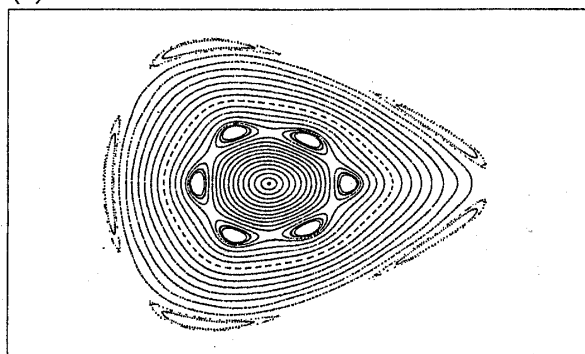
これらの平衡計算を通して、有限圧力効果によって生成される磁気島に関して、その位相がベータ値によらずいつも一定であるという興味深い性質が経験的に見いだされた。有限圧力平衡における磁気島の解析は通常ベータ値の上昇と共に磁気島が生成・成長するかという観点から行われる。しかし磁気島の位相がここで見いだされたように一定しているという性質をうまく用いると、真空磁場において逆位相の磁気島を意図的に

作っておくことによって、有限圧力効果がむしろ真空磁場で存在した磁気島を抑制する方向に働くような状況が有り得るのではないかという期待を抱かせる。実際、ヘリ阿斯配位を例にして Fig. 3 に示すように、真空磁場で存在するポロイダルモード数 6 の磁気島 (Fig. 3(a)) がベータ値の上昇と共に次第に縮小し、あるベータ値に到達すると対応する有理面がプラズマ領域中にまだ存在しているにも拘らず磁気島が完全に消滅し (Fig. 3(b)), 磁気島の「セルフヒーリング」と呼ぶべき現象が実現している。この現象を利用して、ベータ値の広い範囲にわたって磁気島幅を小さく保つことが可能となる。なお、完全な磁気島消滅の後更にベータ値が上昇すると有限圧力効果による磁気島が真空の磁気島より大きくなり、真空とは逆位相の磁気島として再び現れる (Fig. 3(c))。

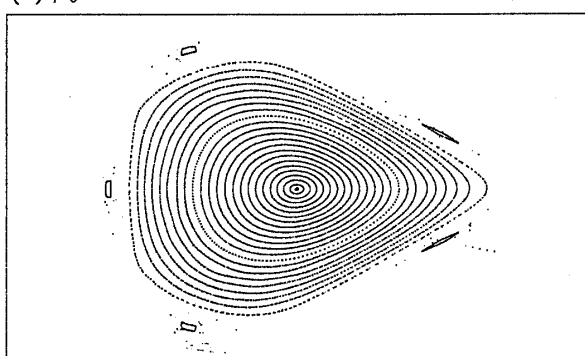
ここでセルフヒーリング現象による磁気島の完全消滅に関連して、対応する有理面 5/6 (Fig. 3(b)) での平衡の整合性について興味深い問題が提起される。上で述べたように三次元平衡理論においてはプラズマ電流の大きさが有理面上で特異性、つまり無限大に発散してしまうという状況がいたるところで顔を出す。このような特異性は数学的な表現としては有り得ても物理的には実現不能であり、通常は特異性が発生しないような「美しい」解 (これは $\int dl/B$ の値が有理面上で一定と表現され浜田条件を満たす解と呼んでいる [7]) の構造が実現されているか、さもないと磁気島の発生によってそのような特異性が解消されると解釈される。セルフヒーリングで磁気島完全消滅の状況においては、磁気島発生による特異性解消の道は閉ざされていることがあらかじめわかっている訳であり、いかに浜田条件が結果としての数値解において満たされているかに関心が持たれる。浜田条件は (m, n) 有理面上で $\sqrt{g_{mn}} = 0$ が満たされていることと等価であるので、いくつかの $\sqrt{g_{mn}}$ のプロファイルを図 4 にプロットしている。完全消滅の前後で $(6, 5)$ 有理面の場所における $\sqrt{g_{6,5}}$ (図中では $\sqrt{g_{6,1}}$ と表現) の符号が秩序だって変化し、ちょうど完全消滅の瞬間に非

'Self-healing' of magnetic islands

(a) Vacuum Field



(b) $\beta_0 = 9\%$



(c) $\beta_0 = 12\%$

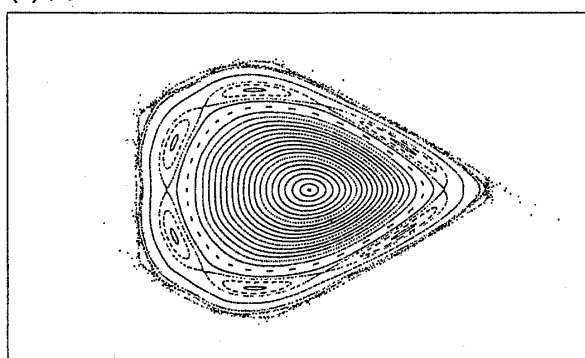


Fig. 3 Poincaré plots of magnetic field lines to show the process of 'self-healing' of magnetic islands for Helias. (a) A vacuum field, where a chain of 5/6 island is formed by an external resonant field. (b) The island gradually shrinks as β increases, and finally disappears. (c) When β is further increased, the island chain appears again, but with the inverted phase from the vacuum one [6].

常に良い数値的精度の範囲内で 0 となっていることがわかる。したがって整合性のある平衡解が数値的に実現していることがわかる。なお、セルフヒーリング現象は D_R が強い不安定性を示す配位

においても発生することが数値的に確認されており, 磁気島生成に関するグローバル三次元効果の重要性をここでも示唆している。

5.3 ヘリカル系プラズマの非線形シミュレーション

ヘリカル系プラズマで主として問題となる不安定性はインターチェンジモードやバルーニングモード等の圧力駆動型不安定性であり, それらの不安定性がプラズマ閉じ込めに及ぼす影響を解析するためには非線形計算機シミュレーションが有力な手法である。電流駆動型不安定性と比べて圧力駆動型不安定性の非線形時間発展にはどのような特徴があるかを明らかにするのが興味深い研究課題となる。ヘリカル系プラズマは軸対称系と比べて配位が複雑であるため, これまで大規模なシミュレーション研究はトカマクと比べると少ないと

いえるが, 本節ではこれまで行われた研究の中から興味深い例を紹介する。

本講座第1章の Fig. 4 で紹介されているようにヘリオトロン E 装置では鋸歯状振動や内部デイスラプションなどのプラズマ緩和振動現象が実験的に観測されている。この現象を説明するために $\iota=1$ の有理面の存在下で成長する $(m, n) = (1, 1)$ 抵抗性インターチェンジモードの非線形シミュレーションが簡約 MHD 方程式モデルで行われた[8]。Fig. 5 に示すようにモードの成長と共にプラズマ圧力分布が顕著な変形を受け, ピーク分布からよりブロードな分布に変わることによってモードが安定化される。この変形は短時間の内に起こり, 変形にともなって $\iota=1$ の有理面の内側の熱エネルギーが急激にその外側の領域に熱パルスとして放出される。その後加熱効果によって徐々に圧力分布がピーク分布に戻り, 再びモード

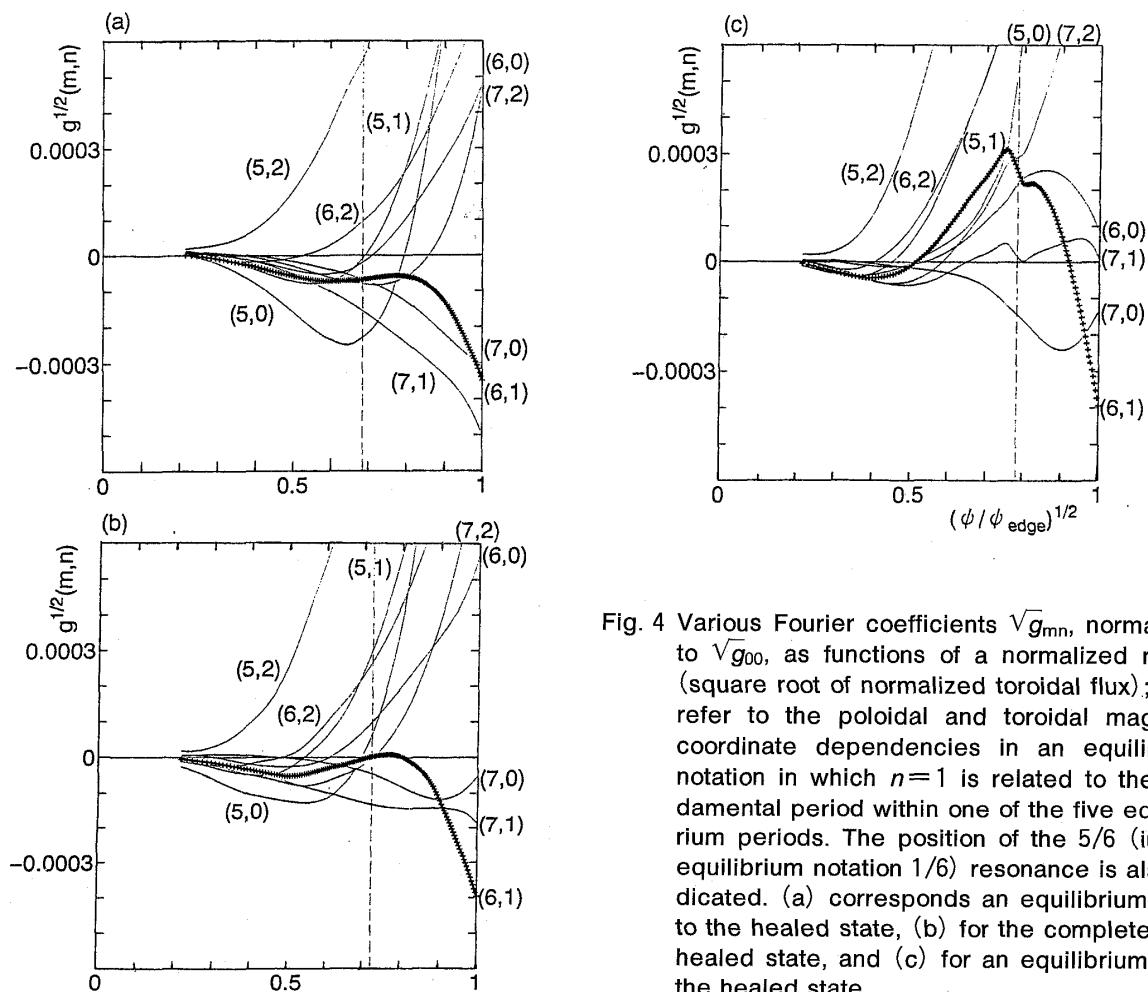


Fig. 4 Various Fourier coefficients $\sqrt{g_{mn}}$, normalized to $\sqrt{g_{00}}$, as functions of a normalized radius (square root of normalized toroidal flux); m, n refer to the poloidal and toroidal magnetic coordinate dependencies in an equilibrium notation in which $n=1$ is related to the fundamental period within one of the five equilibrium periods. The position of the 5/6 (in this equilibrium notation 1/6) resonance is also indicated. (a) corresponds an equilibrium prior to the heated state, (b) for the complete self-healed state, and (c) for an equilibrium after the heated state.

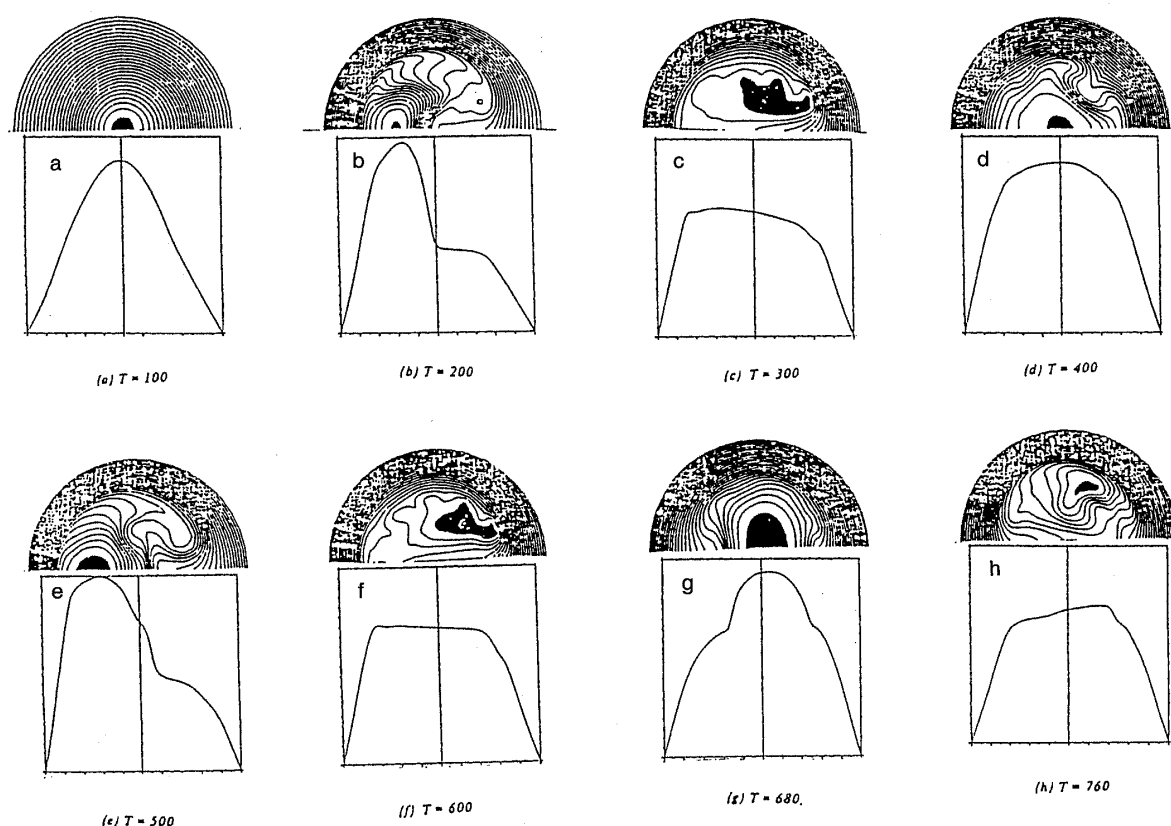


Fig. 5 Nonlinear development of the resistive interchange mode with $(m, n) = (1, 1)$ and relaxational oscillation of the pressure, p . the upper figure shows $p = \text{constant}$ surfaces and the lower one shows the pressure profile along $\theta = 0$ and $\theta = \pi$ at each time [8].

の成長が始まる。このような緩和振動の繰り返しは実験で観測されている現象を良く再現しているといえる。このシミュレーション研究はその後ポロイダル方向のシアープラズマ流の励起するケルビン-ヘルムホルツ不安定性の非線形時間発展の解析等に発展している[9]。

上で述べた例はプラズマ配位を円筒状にした二次元モデルによって行われているが、最近のスーパーコンピュータの急速な発達によって、ヘリカル系プラズマを三次元配位そのままにモデル化してシミュレーションを行うことも対象によっては可能な状況となってきた。最近行われたそのような計算例を Fig. 6 に示す[10]。この例では非常に低磁気シアであるヘリアック配位[11]を対象として完全 MHD 方程式モデルを用いてシミュレーションが行われている。線形安定性解析の結果によるとこの配位は2つの特徴的領域に分かれ、内側のコア領域ではメルシエおよび高 n バル

ニングモードが共に不安定であり、外側の周辺領域ではメルシエは安定であるが高 n バルニングモードは内側領域とは別の不安定のピークを持っている。図の圧力分布の時間発展が示すように、初期段階では内側、外側領域それぞれ独立に不安定性の成長にともなう圧力分布の変形がみられる。外側領域の変形はプラズマ境界形状の変形を伴っており、またその変形は特に悪い曲率領域に局在するという特徴を持っている。その後モードの成長と共に強いモード間結合が発生し、多くのモードが同時に励起された極めて乱れた状態に移る。このような状態の結果プラズマ圧力分布の平坦化が起り、各モードが安定化されて非常に静かな状態へと至っている。このシミュレーション結果は、この配位においてベータ値の上昇が強い圧力駆動型不安定性の励起によって抑制されること、しかしプラズマはディスラプションを引き起こすことなく静かな状態に緩和することを示

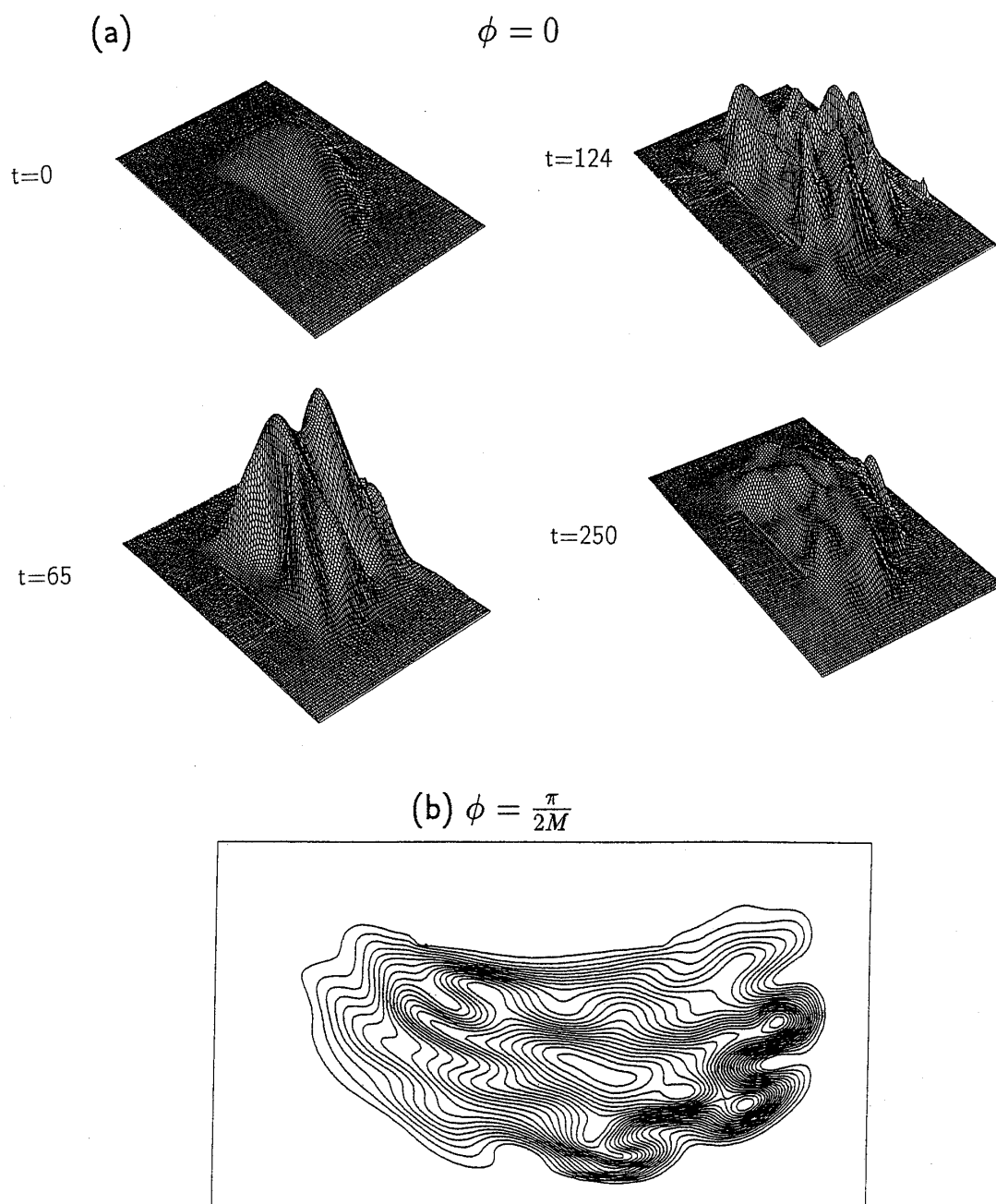


Fig. 6 (a) Nonlinear evolution of pressure profile at $\phi=0$ for shallow vacuum well H-1 Helic.

(b) Nonlinear deformation of pressure contour at $\phi = \frac{\pi}{2M}$ for a broader initial pressure profile for the same Helic [10].

しており、今後の実際の実験との比較が期待される。

5.4 $L=2$ 無電流ヘリオトロン／トルサトロン配位の特性

この節では、前節とは異なり入れ子状の磁気面を仮定した平衡を用いて議論を進める。三次元平衡配位に対するバルーニングモードの解析の定式

化は、圧縮性を考慮した場合が文献[13]に、非圧縮性の場合は文献[14]等に見られる。 $L=2$ 無電流ヘリオトロン／トルサトロン平衡に対する高 n バルーニングモードの計算としては、ATFを例とした場合が文献[15]に見受けられる。文献[15]においては、圧力分布を調整しながら圧力限界を求めることに主眼がおかれているため、トカマク的な磁気シャー領域でもヘリカル的な磁気シャー

領域でも高 n バルーンモードが不安定になることが数値計算上示されてはいるが、それら高 n バルーンモードと $L=2$ 無電流ヘリオトロノ／トルサトロノ平衡の特性との関連が物理的に議論されていない。それ故、この節では、高 n バルーンモードに関連する平衡配位の特性を直観的且つ定性的に解釈することに努める。したがって、厳密さには多少欠けるところがある。以下に述べるように、標準的な圧力分布とトロイダル方向に平均して円形の真空磁気面を持つ固定境界 $L=2$ 無電流ヘリオトロノ／トルサトロノ平衡を考察の対象とする。次に次節で、高 n バルーンモードの性質を概観する。

理想バルーンモードは理想交換型モード同様、 $n \rightarrow \infty$ (n はトロイダルモード数) の極限の解析が有限のトロイダルモード数 n の場合と比較して容易である。この理由は、 $n \rightarrow \infty$ の極限では、両モード (バルーンモードの場合には、バルーンモードの構成要素である擬似的モード) 共に磁気面に局在化するため、個々の磁気面毎の解析が可能となるためである。良く知られているように、高 n 理想交換型モードの安定性は、メルシエ条件 D_1 を用いて判断できる。高 n 交換型モードは磁力線に添ってその振幅がほぼ一定であるから、磁力線に添った局所的な平衡量の変化には敏感でない。その結果、メルシエ条件はいくつかの磁気面量から構成されることになる。これに対して、高 n バルーンモードは磁力線方向に局在化するため、磁力線に添った平衡量の性質 (局所磁気シャー [16], 局所磁気曲率) に敏感で、非圧縮条件の場合、磁力線に添った2階の微分方程式 (バルーン方程式) の解としてその擬似的モードは求められる [14]。

それ故、高 n バルーンモードの物理機構等を理解するためには、まず、三次元平衡の局所的な性質、即ち、局所磁気シャーおよび局所磁気曲率等を理解する必要がある。シャフラノフシフトの小さい、即ち、フィルシュューシュリユータ電流の小さい装置では、真空磁場の性質は有限ベータ平衡においても比較的良く保たれる。しかしながら、CHS, ATF, LHD のようにシャフラノフ

シフトの大きい装置では、比較的低いベータ値においてもその平衡配位の性質は真空磁場のそれから大きく変化する。シャフラノフシフトによる平衡配位の変化を考察するために、トロイダル方向に平均して円形断面の真空磁気面を持つ固定境界 $L=2$ 無電流ヘリオトロノ／トルサトロノ平衡を考える。圧力分布としては $P=P_0(1-s)^2$ を用いる。ここで、 $s = \frac{\psi}{\psi_{\text{edge}}}$, $\psi = \frac{\Phi_T}{2\pi}$ であり、 s は正

規化された平均半径の2乗に対応する。NBI を用いた CHS の高ベータ実験で得られる圧力分布は通常 $P=P_0(1-s)^2$ に近く、三次元平衡配位の局所的な特性を考察するのに適した圧力分布と言える。Fig. 7 に、磁気座標として、磁力線が直線に見え、ヤコビアンが磁場強度の2乗に反比例するプーザー座標系 (ψ, θ, ζ) [17] を用いた場合の2つのポロイダル断面における真空および有限ベータ平衡の磁気面とフィルシュューシュリユータ電流分布を示す。両者の比較から、プラズマ小半径程度のオーダーのシャフラノフシフトとそれに伴うフィルシュューシュリユータ電流のトーラス外側での局在化、および、ポロイダル角の著しい変化が読み取れる。Fig. 8 には対応する磁気面量として回転変換 ϵ , 磁気シャー $s \equiv \frac{2\psi}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{d\psi}$, および、

磁気井戸の指標 $V'' \equiv \frac{d^2V}{d\psi^2}$ を示す。良く知られ

ているように、無電流ヘリオトロノ／トルサトロノ平衡では、シャフラノフシフトと共に、磁気軸の回転変換 ϵ が増大し磁気軸付近にトカマク的な磁気シャー領域 ($s < 0$) が現れる。その結果、回転変換は極小値を持ち、周辺の磁気シャーが強められる。更に、トカマク同様シャフラノフシフトと共に磁気軸付近に磁気井戸 $V'' < 0$ が形成される。

次に局所磁気シャーについて考えてみよう。局所磁気シャーは磁気面内の個々の点における磁力線のピッチ、即ち局所的な回転変換の磁気面方向の捻れ (シャー) を反映している。したがって、一般に局所磁気シャーは磁気面量ではなく、その磁気面平均が磁気シャーとなる。シャフラノフシフトが大きいヘリオトロノ／トルサトロノ平衡に

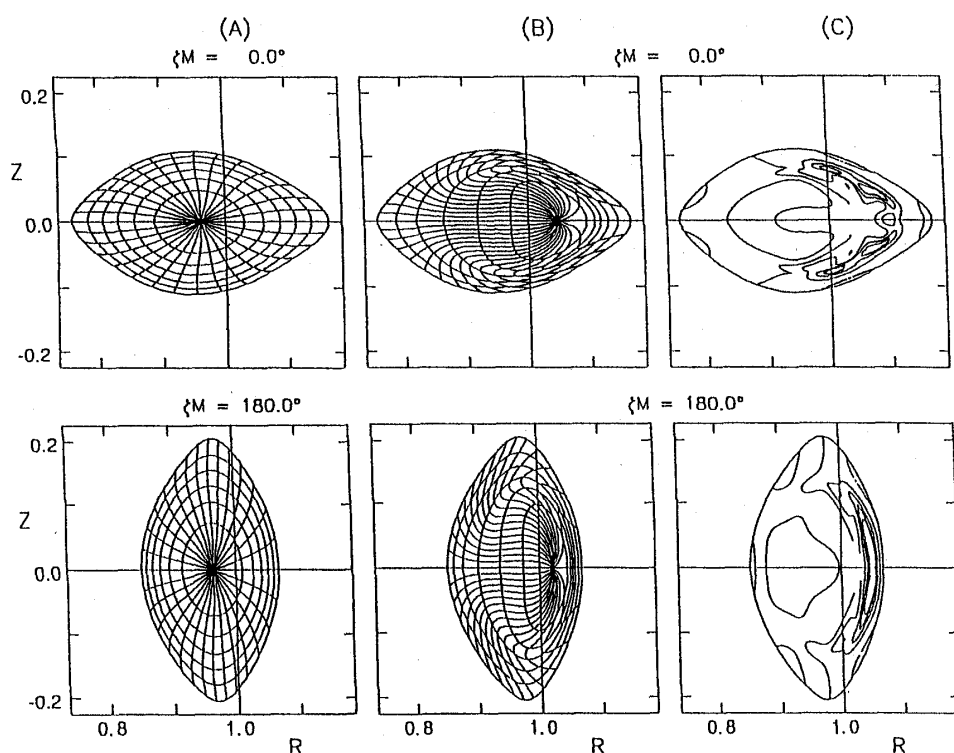


Fig. 7 (A) Equally spaced (ψ, θ) meshes on 2 poloidal cross sections for an $L=2$ vacuum heliotron/torsatron configuration, (B) same quantities for a finite β equilibrium, and (C) contours of the Pfirsch-Schlüter current corresponding to (B). The direction of the poloidal angle and magnetic field lines are clockwise and the direction of the Pfirsch-Schlüter is from the front to the back of the paper ($+\zeta$ direction) in the region drawn by thick curves. The position of $\theta=0$ is on the equatorial plane outside of the torus.

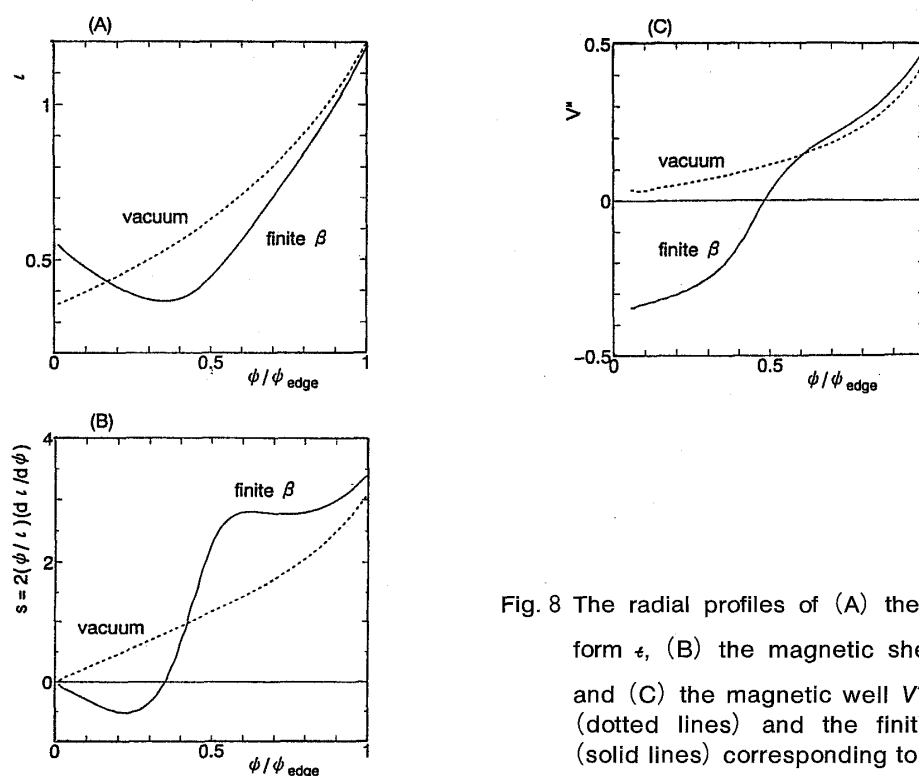


Fig. 8 The radial profiles of (A) the rotational transform ι , (B) the magnetic shear $s = \frac{2\phi}{\iota} \frac{d\iota}{d\phi}$, and (C) the magnetic well V'' for the vacuum (dotted lines) and the finite β equilibrium (solid lines) corresponding to Fig. 7.

において局所磁気シャーがどのように振る舞うかを定性的に評価してみよう。先ず同心円状の磁気面を持つ直線円筒トカマクについて考えてみる。平衡量は、ポロイダルおよびトロイダルの両方向に对称性を持ち、任意の回転変換分布に対して磁力線のピッチは各々の磁気面上の任意の点で同一である。即ち、局所回転変換は、磁気面上で一定であり、回転変換に一致する。したがって、局所磁気シャーも磁気面量となり、磁気シャーに一致する。この時、円筒座標 (r_c, θ_c, Z_c) は、磁力線が直線に見える磁気座標と成っており、そのポロイダル角 θ_c は円弧に比例している。次にこの直線円筒トカマクをトーラス状に曲げたとしよう。トーラスの内と外の出現により、ポロイダル方向の対称性が破れ、主半径方向の力のバランス（それによるシャフラノフシフト）の結果として磁力線のピッチ、即ち、局所回転変換および局所磁気シャーにポロイダル角依存性が現れることになる。このトーラス平衡の特徴の本質を最も単純化して表現できる座標としてシャフラノフ座標 (r_s, θ_s, ζ_s) （ポロイダル角 θ_s は円弧に比例する）[14]が考えられる。シャフラノフ座標は、シャフラノフシフトをとともなう平衡磁気面を半径 r_s の非同心円の集合で近似する考え方に基づいた座標である。もちろんシャフラノフ座標を三次元のヘリカル平衡に直接適用することはできないが、幸いにも考察の対象としているヘリオトロン／トルサトロン装置は平面磁気軸配位であり、ステラレータ展開が適用可能である。そこで、ステラレータ展開で得られたグラッド－シャフラノフ型の平衡の式をシャフラノフ座標を用いて近似的に解き、局所回転変換、局所磁気シャー、フィルシューシュリユータ電流分布等を考察する。したがって、大アスペクト比の近似を用いる。

シャフラノフ座標 (r_s, θ_s, ζ_s) と擬トロイダル座標 (r, θ, ζ) との関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R - R_0 &= r \cos \theta = \Delta(r_s) + r_s \cos \theta_s \\ Z &= r \sin \theta = r_s \sin \theta_s \\ \zeta &= \zeta_s \\ \Delta(a) &= 0, \Delta(r_s) > 0, \quad \Delta' \equiv \frac{d\Delta}{dr_s} < 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 R_0 は主半径、ポロイダル角 θ および θ_s は時計回りに取られており、 $\Delta(r_s)$ はシャフラノフシフトを表す。トロイダル角 ζ は、本来円筒座標系 (R, ϕ, Z) の幾何的な角度 ϕ であるが、ステラレータ展開との整合性から円筒座標系 (r, θ, z) の z を用いて $\zeta = \frac{z}{R_0}$ とする。この時、(2)式から、

$$\begin{aligned} |\nabla r_s| &= \frac{1}{1 + \Delta' \cos \theta_s}, \\ \nabla r_s \cdot \nabla \theta_s &= \frac{\Delta' \sin \theta_s}{r_s [1 + \Delta' \cos \theta_s]^2}, \\ \sqrt{g_s} &= r_s R_0 [1 + \Delta' \cos \theta_s] \end{aligned} \quad (3)$$

であり、当然のことながらシャフラノフシフト Δ を通して円筒座標系 (r, θ, ζ) との計量の違いがでてくる。ステラレータ展開で得られる無電流ヘリオトロン／トルサトロンの平衡の式は擬トロイダル座標 (r, θ, ζ) で次のようにかける[18]：

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \chi \\ &= -R_0^2 \frac{dP}{d\chi} 2 \frac{r}{R_0} \cos \theta + B_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \epsilon_V(r)) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 B_0 は平均的トロイダル磁場、 $\chi = \frac{\Phi_P}{2\pi}$ である。真空ヘリカル磁場としては、直線ヘリカルのそれを用いており、真空の回転変換 ϵ_V として現れている。シャフラノフ座標の r_s が近似的に磁気面を表現していると仮定して： $\chi = \chi(r_s)$ 、(4)式を擬トロイダル座標からシャフラノフ座標へ座標変換して解くことを考える。(4)式はトロイダル電流に関する式であるから、座標変換後の表式から直ちにフィルシューシュリユータ電流の表式

$$J_{PS} = -\frac{B_0}{\epsilon} \beta' \cos \theta_s, \quad \beta \equiv \frac{P}{B_0^2/2} \quad (5)$$

が得られる。更に、(4)式に同等な磁場表現は

$$\begin{aligned} B &= \epsilon \nabla \zeta_s \times \nabla \psi_s + J \nabla \zeta_s, \\ \psi_s &= \frac{B_0}{2} r_s^2, \quad J = R_0 B_0 \end{aligned} \quad (6)$$

であるから, 局所回転変換の表式として

$$\epsilon \equiv \frac{d\theta_s}{d\zeta_s} = \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla \theta_s}{\mathbf{B} \cdot \nabla \zeta_s} = \frac{\epsilon}{1 + \Delta' \cos \theta_s} \quad (7)$$

を得る. Fig. 7 から理解できるように, 対象としているヘリオトロロン/トルサトロロンはシャフランドフシフトがプラズマ小半径 a のオーダー ($|\Delta'| = O(1)$) であるから, 通常のトカマクの高 n バルーンモード方程式の導出のようなオーダーリング $|\Delta'| = O(\epsilon)$ ($\epsilon = \frac{a}{R_0}$) [14] が使えない. そこで, 文献[19]で行われているように, (4)式を磁気軸付近での展開を用いて解くことにする. ステラレータ展開の回転変換に関する表式[18]

$$\epsilon = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r_s B_0 d\theta_s}{|\nabla \chi|} \right]^{-1} = \frac{\chi'}{B_0 r_s} \quad (8)$$

を用い, さらに, 簡単化のため真空磁場の磁気シャーが十分小さい場合を考える. ポロイダル角依存性の無い項 (r_s^0 の精度) および $\cos \theta_s$ の項 (r_s^1 の精度) から, 各々, 磁気軸付近の展開形として

$$\epsilon = -\frac{R_0 \Delta}{2\epsilon} \beta'' + \epsilon_V, \quad (9)$$

$$\Delta' = \frac{R_0}{4\epsilon^2} \beta' < 0 \quad (10)$$

を得る. (10)式とステラレータオーダーリング $\beta \sim \epsilon$ から, $|\Delta'| = O(1)$ と成っていることが分かる. トカマクとの違いはステラレータ展開による無電流平衡の方程式((4)式)を通して, (9)式に現れるから, (7)式および(10)式の結果はトカマクおよび RFP にも適用できる.

(9)式および(10)式は磁気軸付近の展開を用いて求められているから, シャフランドフシフト Δ を(10)式を積分して求めることはできない. しかしながら, $\Delta > 0$, ($\beta'' < 0$) (磁気軸付近) および ($\beta'' > 0$) (プラズマ周辺) であることから, (9)式は Fig. 9 に示されているように磁気軸付近の回転変換 ϵ が真空の回転変換 ϵ_V から増大することおよびプラズマ周辺の回転変換が真空の回転変換より減少することを示している. したがって,

計算結果の適応範囲を磁気軸から離れた領域にも拡張して考察する. (この拡張の妥当性は以下で述べる Fig. 9 および Fig. 7 との比較において検証できる.)

Δ' が圧力勾配に比例し, 回転変換の 2 乗に反比例していることを考慮すれば, (10)式を(7)式へ代入して局所回転変換の振る舞いが理解できる. 特に, バルーンモードの局在化するトーラス外側 ($\theta_s = 0$) を考えると,

$$\frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{1}{1 + \Delta'} = \frac{1}{1 + (R_0/4\epsilon^2)\beta'} > 1 \quad (11)$$

であり ($\beta' < 0$), トーラス外側では, 局所回転変換 ϵ は常に回転変換 ϵ より大きくなり, 回転変換が小さい程, また, 圧力勾配が強い程, その度合いが大きいたことが理解できる. 更に, この局所回転変換の振る舞いは磁気シャー s の符号に依存していない. 次に, (6)式の磁場の表式を反変表示すると

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \psi_s \times \nabla [\theta_s - \epsilon \zeta_s + \lambda(\psi, \theta_s)], \\ \lambda &= \Delta' \sin \theta_s \end{aligned} \quad (12)$$

となる. 新しいポロイダル角を

$$\theta_b \equiv \theta_s + \lambda = \theta_s + \Delta' \sin \theta_s = \int_0^{\theta_s} \frac{\epsilon}{\epsilon} d\theta_s \quad (13)$$

と定義すると, (12)式は

$$\mathbf{B} = \nabla \psi_s \times \nabla [\theta_b - \epsilon \zeta_s] \quad (14)$$

となり, 新しい座標系 ($\psi_s, \theta_b, \zeta_s$) は, 上述の導出の近似の範囲内で, 磁力線が直線で表せる磁気座標となっていることが分かる. 更に, トカマクやヘリオトロロン/トルサトロロンでは, プーザー座標のトロイダル角が円筒座標の幾何的なトロイダル角 ζ_s から大きくずれないことを考慮すれば, 座標系 ($\psi_s, \theta_b, \zeta_s$) をプーザー座標系と解釈しても良いであろう. それ故, (13)式から分かるように, 上述の局所回転変換の振る舞いはプーザー座標のポロイダル角の振る舞いに反映されることになる.

Fig. 9 に, プーザー座標系で計算した反転磁場を持たない RFP, および, 高 $\epsilon \beta_P$ トカマクの回

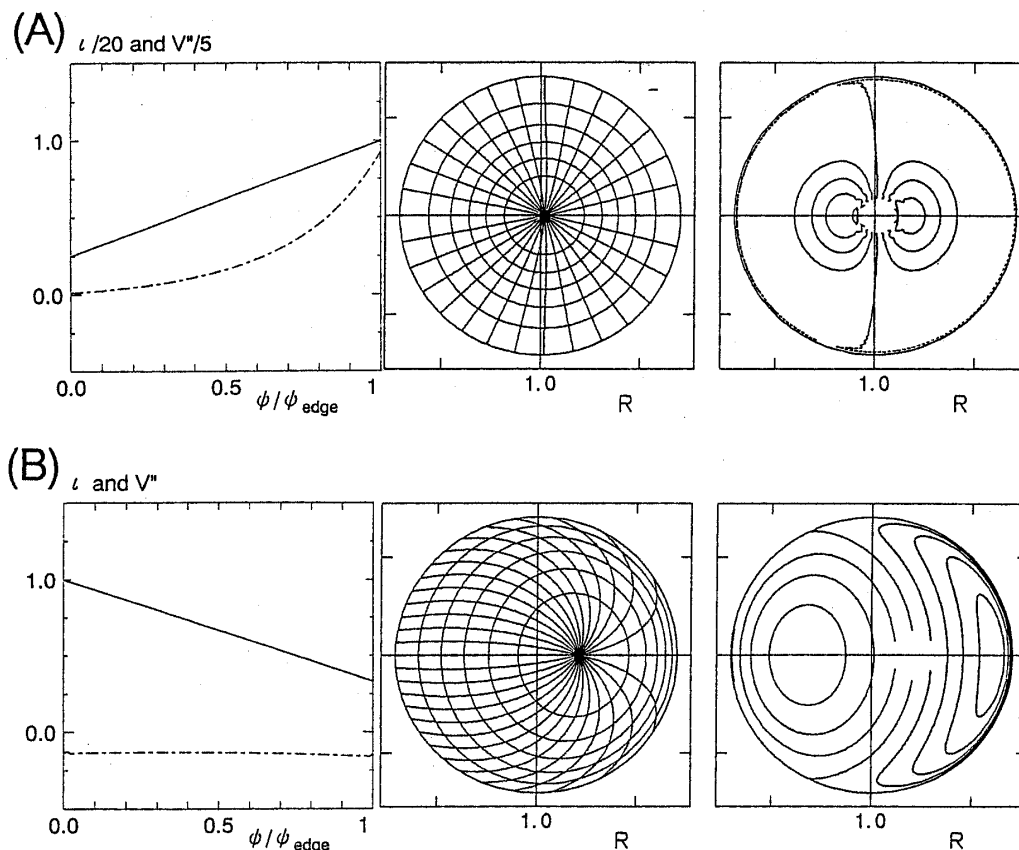


Fig. 9 The rotational transform ι (solid line) and V^* (dotted and dashed line), the equally spaced (ψ, θ) meshes, and the contours of the Pfirsch-Schlüter current for (A) an RFP without the reversed field, (B) a high- $\epsilon\beta_p$ tokamak. The aspect ratio and the pressure are same as ones of the finite β equilibrium in Figs. 7-8. The directions of the poloidal angle, magnetic field lines, and the Pfirsch-Schlüter current are same as those in Fig. 7.

転変換, V^* (磁気井戸の指標), 磁気面, および, フィルシュ-シュリユータ電流分布を示す. アスペクト比, 圧力分布および磁気軸ベータ値は Fig. 7, 8 の計算と同一である. 以下では, バルニングモードが局在するトーラス外側を考察の対象とする. RFP の場合, 回転変換が非常に大きいためシャフラノフシフトが小さく ($|\Delta'| \ll 1$), また, フィルシュ-シュリユータ電流も回転変換が相対的に小さい磁気軸付近に僅かに流れるだけである

$$(J_{PS} \propto \frac{1}{\epsilon}).$$

この結果, プーザー座標のポロイダル角 θ_b は磁気面上の円弧に比例するポロイダル角, 即ち, シャフラノフ座標のポロイダル角 θ_s に近い ((13) 式). このことは, 局所回転変換 ϵ が回転変換 ι から大きくずれないことを意味している ((11) 式). 動径方向に単調に減少する回転変換 ($\epsilon < 1$) を持つ高 $\epsilon\beta_p$ トカマクの場合, シ

ャフラノフシフトは大きく ($|\Delta'| = O(1)$), フィルシュ-シュリユータ電流は回転変換が相対的に小さいトーラス外側のプラズマ境界付近に局在して流れる ($J_{PS} \propto \frac{1}{\epsilon}$). シャフラノフシフトが

大きいため, トーラス外側でのプーザー座標のポロイダル角 θ_b の磁気面上の円弧に比例するポロイダル角 (近似的にシャフラノフ座標のポロイダル角 θ_s) からのズレは回転変換の減少と共に動径方向に単調に大きくなる ((13) 式および $\Delta' \propto \frac{1}{\epsilon^2}$). 即ち, プーザー座標系のポロイダル角はトーラス外側で上下に大きく広がる. したがって, トーラス外側の局所回転変換の回転変換に対する比 $\frac{\epsilon}{\iota}$ は回転変換 ι が小さくなると共に動径方向に大きくなる ((11) 式). このことは, 局

所磁気シャーがトーラス外側で磁気シャーより小さくなることを示している。無電流ヘリオトロノ／トルサトロノ平衡の場合、Fig. 7 より、シャフラノフシフトは大きく ($|\Delta'| = O(1)$)、フィルシュューシュリユータ電流はトーラス外側の回転変換が極小値を持つ磁気シャーレス付近に局在して流れる ($J_{PS} \propto \frac{1}{\epsilon}$) ことが Fig. 7 と Fig. 8 の比較から分かる。Fig. 7 のいずれの断面においても、トカマク的な磁気シャー ($s < 0$) を持つ磁気軸付近では高 $\epsilon\beta_P$ トカマクの場合と同様、動径方向への回転変換の減少と共に、トーラス外側のブーザー座標系のポロイダル角は上下に大きく広がっていく。したがって、局所回転変換の回転変換に対する比 $\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon}$ は動径方向に増大して行く ((11)式および(13)式)。しかしながら、磁気シャーレス領域を越えて回転変換が増大するヘリカル的な磁気シャー領域 ($s > 0$) に来るとブーザー座標のポロイダル角の広がり減少し始め、局所回転変換の回転変換に対する比 $\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon}$ も動径方向に減少し始める ((11)式および(13)式)。それ故、トカマク的な磁気シャー領域においても、また、ヘリカル的な磁気シャー領域においても局所磁気シャーは磁気シャーと比較して小さくなる事が分かる。

局所的な回転変換の配位依存性およびその振る舞いが理解できたので、次に局所磁気シャーを先ほどと同様の手続きで求めてみる。 $s \equiv \frac{r_s}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dr_s}$ と磁気シャーを定義すれば、局所磁気シャー $\hat{s}$ は

$$\begin{aligned}\hat{s} &\equiv \frac{2\psi\sqrt{g}}{\epsilon} \frac{\mathbf{B} \times \nabla\psi}{|\nabla\psi|^2} \cdot \nabla \times \left[\frac{\mathbf{B} \times \nabla\psi}{|\nabla\psi|^2} \right] \\ &= s - \Delta' \left[1 - s + \frac{d \ln(-\Delta')}{d \ln r} \right] \cos \theta_s \\ &= s - \Delta' \left[1 - 3s + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right] \cos \theta_s\end{aligned}\quad (15)$$

と求まる。この結果は、具体的な配位に直接適用できる程定量的なものではないが、定性的な議論はできる。先ずトカマクの場合を考えてみよう。

トーラス外側のプラズマコア領域では、

$$\hat{s} \sim s - \Delta' [2 - 3s] \quad (16)$$

と近似できる。回転変換が単調に減少している通常のトカマクでは、 $s < 0$ であり、磁気シャーを固定して考えると低ベータ近似で求められているように、ベータ値が低い時 ($|\Delta'| \ll 1$)、 $\hat{s} \sim s < 0$ であり、高 n バルーンモードは第 1 安定化領域に存在する。ベータ値の増大と共に局所磁気シャー $\hat{s}$ の絶対値は減少し消失するに至り、高 n バルーンモードは不安定となる。更にベータ値が増大すれば ($\Delta' < 0$ に注意)、逆符号を持った局所磁気シャー ($\hat{s} > 0$) が形成され第 2 安定化領域へ入る。磁気軸付近に反転磁気シャー ($s > 0$) をもつトカマクの場合、磁気軸付近は磁気シャー s が弱いため、具体的な配位において数値計算を行った場合、局所磁気シャーが消失することはなさそうである。

次にヘリオトロノ／トルサトロノ配位について考える。磁気軸付近のトカマク的な磁気シャー ($s < 0$) を持つ領域では通常のトカマクと同様の議論が適用できそうである。磁気軸から離れたヘリカル的な磁気シャー ($s > 0$) を持つ場合は、先の反転磁気シャーを持つトカマクの場合とは事情が異なる。その理由は Fig. 8 に示されているように磁気シャーの値が大きいからである。したがって、ヘリカル的な磁気シャー領域においても局所磁気シャーが消失することがシャフラノフシフトが大きいヘリオトロノ／トルサトロノ配位では起こり得ることになる。

以上は、ステラレータ展開に基づいた考察であったので、三次元効果も含めて局所磁気シャーを改めて考察する。フィルシュューシュリユータ電流は、粒子描写的には、トロイダルドリフトによる電子とイオンの荷電分離を相殺するように流れる電流と解釈される。他方、流体描写的には、シャフラノフシフトを伴う形で達成されたトロイダル MHD 平衡において、主半径方向の力のバランス(直線ヘリカルにはないトロイダルフォースバランス)に付随して準中性条件を満足するように流れる電流と考えて良いであろう。したがって、シ

ャフラノフシフトに付随して生ずる局所的な磁力線の分布の変化はフィルシュューシュリユータ電流によって支えられていると考えて良く、トロイダルフォースバランスを取るためトーラス外側のポロイダル磁場を局所的に強める働きを持つ。即ち、トーラス外側の局所回転変換を回転変換より強めるようにプラズマ中を流れる。ヘリカルコイルによる真空磁場は、プラズマに入れ物を提供しているに過ぎず、ベータ値が低い時は、局所磁気シャーの変動分（局所磁気シャーから平均的な磁気シャーを除いた成分： $\delta-s$ ）はヘリカルコイルのヘリシティから来る変調が主体であるが、ベータ値の増大と共に、シャフラノフシフトによって生み出されるトロイディシティによる変調が主体となると考えられる。ヘリカルコイルによるプラズマ断面の回転（Fig. 7）を考慮にいれても、基本的にシャフラノフシフトの方向はトーラス外向きであるから、程度の差はあれ、任意のポロイダル断面で局所磁気シャーは磁気シャーを弱める方向に作り出されると考えられる。

次に局所磁気曲率に関して考える。残念ながら、この場合には、局所磁気シャーを考察したときのようにステラレータ展開を用いることができない。その理由は、ステラレータ展開の場合、トロイダル方向に平均することによって真空ヘリカル磁場成分による平均的曲率のみを取り出すからである。ところが局所的な磁気曲率の重要性は磁気曲率 κ の表式

$$\kappa = \hat{n} \cdot \nabla \hat{n} = \frac{1}{B^2} \nabla_{\perp} \left(P + \frac{B^2}{2} \right) \quad (17)$$

および Fig. 7 から十分理解できる。ここで $\hat{n}$ は磁力線に添った単位ベクトル、 $\nabla_{\perp}$ は磁力線に垂直方向の勾配である。ヘリオトロン／トルサトロン平衡の場合、磁気曲率をその原因から2種類に分類することができる。1つは、トカマク同様トロイディシティによるものであり、他の1つは、ヘリカルコイルのヘリシティによるものである。考え易いように真空磁場で考察すると、トロイディシティの立場からは、トロイダル磁場成分が主半径に反比例することから、ポロイダル断

面で、トーラス内側が局所的に良い曲率に、トーラス外側が局所的に悪い曲率に対応する。Fig. 7から連想できるように、 $L=2$ ヘリオトロン／トルサトロン平衡の磁気面は、大ざっぱに言ってトロイダル方向に回転する楕円で作られており、楕円の長軸側では磁気面方向に磁場強度は減少し、反対に楕円の短軸側では磁気面方向に磁場強度は増大する。それ故、ヘリシティの立場からみれば、ポロイダル断面で、楕円の長軸側が局所的に悪い曲率に、短軸側が局所的に良い曲率に対応する。したがって、ヘリシティによる局所磁気曲率の影響は、強い真空磁場配位依存性を持つことになる。例えば、楕円度の大きい真空磁場配位程その影響は大きくなろう。両者を重ねて考えると、主半径方向に楕円の長軸が一致するポロイダル断面（Fig. 7の上図）のトーラス外側が局所的に最も悪い磁気曲率を持つことになり、逆に、主半径方向に楕円の短軸が一致するポロイダル断面（Fig. 7の下図）のトーラス外側では、トロイディシティによる悪い曲率とヘリシティによる良い曲率が相殺しあうことになる。Fig. 7の真空磁場では、上図のトーラス外側は全ての磁気面で局所的に悪い曲率を持ち、下図のトーラス外側では、磁気軸付近を除いて局所的に良い曲率を持つ。

このトロイディシティおよびヘリシティによる局所磁気曲率は、プラズマベータ値と共に大きく変化する。たとえ反磁性効果による磁場強度の変化が小さい場合においても、(17)式に現れる演算 $\nabla_{\perp}$ から理解できるように、Fig. 7に示されるようなシャフラノフシフトによる磁気面形状の変形（楕円度および三角度等）が極めて大きい場合には局所磁気曲率が大きく変動するからである。したがって、シャフラノフシフトの大きさに影響を与える真空の回転変換および圧力分布（ピークかフラットか）に対する依存性が大きい。Fig. 7の有限ベータ平衡では、ヘリシティによる局所磁気曲率の影響は、トカマク的な磁気シャー（ $s < 0$ ）を持つ磁気軸付近では小さく、ヘリカル的な磁気シャー（ $s > 0$ ）を持つプラズマ周辺で大きい。

5.5 $L=2$ 無電流ヘリオトロソ／トルサトロソにおけるバルーニングモードの性質

以上の $L=2$ 無電流ヘリオトロソ／トルサトロソ平衡の局所磁気シャーおよび局所磁気曲率に関する考察をまとめると以下ようになる。

- ・シャフラノフシフトの増大に伴い、トラス外側の局所磁気シャーは磁気シャーの符号に依存せず磁気シャーより小さくなり、局所磁気シャーがほぼ消失することが、トカマク的な磁気シャー ($s < 0$) を持つ磁気軸付近でも、また、ヘリカル的な磁気シャー ($s > 0$) を持つプラズマ周辺でも起こり得る。局所磁気シャーの磁力線に添った積分が磁力線変形による張力という形で高 n バルーニングモードに安定化効果を与えるため、高 n バルーニングモードの安定化効果は減少、または、極めて小さくなることがトカマク的な磁気シャー領域でもヘリカル的な磁気シャー領域でも起こり得る。
- ・高 n バルーニングモードの駆動項に関連する局所磁気曲率は、トロイディシティーによるものとヘリカルコイルのヘリシティーによるものの2種類あり、ヘリシティーによる局所磁気曲率は真空磁場配位依存性を持つ。 $L=2$ ヘリオトロソ／トルサトロソ配位の場合、楕円断面の長軸が主半径方向を向くポロイダル断面で両者の悪い曲率が重畳し、楕円断面の短軸が主半径方向を向くポロイダル断面では両者の曲率は相殺する。トロイディシティーおよびヘリシティーによる局所磁気曲率は、シャフラノフシフトによる磁気面変形により大きく変化するから、シャフラノフシフトに影響を与える真空の回転変換および圧力分布に対する依存性が大きい。一般的には、考察の対象とした平衡のように、ヘリシティーによる局所磁気曲率はトカマク的な磁気シャー ($s < 0$) を持つ磁気軸付近では小さく、ヘリカル的な磁気シャー ($s > 0$) を持つプラズマ周辺で大きい。

以上の性質から、ヘリシティーによる局所磁気曲率の度合いに依存して、 $L=2$ 無電流ヘリオトロソ／トルサトロソ平衡は、高 n バルーニング

モードに対して極めてトカマク的と成る場合（ヘリシティーによる局所磁気曲率の影響が弱い場合で、圧力分布等にも依存するが磁気軸付近で起こり易い）と、極めてヘリカル的に成る場合（ヘリシティーによる局所磁気曲率の影響が強い場合で、プラズマ周辺で起こり易い）とが考えられる。この事実は、高 n バルーニングモードの性質に以下のように現れる。高 n バルーニングモードの計算は、Fig. 7 のプーザー座標系 (ψ, θ, ξ) と

$$\eta = \theta, \quad \alpha = \xi - q\theta \quad (18)$$

成る関係を持つ磁力線座標系 (ψ, η, α) で計算される。ここで η の定義域は、 $-\infty < \eta < \infty$ であり、バルーニング空間と呼ばれる[14]。非軸対称系では、高 n バルーニングモードの成長率 γ は

$$\gamma = \gamma(\psi, \theta_k, \alpha) \quad (19)$$

と、3パラメータの関数となる。第1パラメータは磁気面のラベル、第2パラメータは動径方向の波数、第3パラメータは磁力線のラベルである。動径方向の波数は、局所磁気シャーの磁力線に添った積分の積分定数と考えてもよく、(15)式を用いれば、

$$\int s d\eta = s(\eta - \theta_k) - \Delta' \left[1 - 3s + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right] \sin \eta \quad (20)$$

のように現れる。したがって、(15)式で表される局所磁気シャーがトラス外側の $\eta = 0$ ($\theta_s = 0$ に対応) で弱くなる時、 $\theta_k = 0$ 付近で安定化効果は極小値を持つ。軸対称のトカマクの場合には磁力線は全て等価であるので、成長率は α 依存性を持たないが、ヘリカル系の場合成長率の α 依存性に依じて高 n バルーニングモードを以下のように2種類に大別できる。

ヘリシティーによる局所磁気曲率の影響が弱い場合（例えば、Figs. 7, 8 の有限ベータ平衡のトカマク的な磁気シャーを持つ磁気軸付近）、高 n バルーニングモードの成長率に対する α 依存性、即ち磁力線依存性は極めて弱く、 $\gamma \sim \gamma(\psi, \theta_k)$ であり、トカマク的な高 n バルーニングモードの性質を示す。即ち、不安定領域は $\theta_k = 0$ 、それ故、

トラス外側付近に局在化するが、トロイダル方向には局在化せず、トロイダル方向には安定領域が現れない。

対照的に、ヘリシティーによる局所磁気曲率の影響が強い場合には(例えば, Figs. 7, 8 のヘリカル的な磁気シャーを持つプラズマ周辺, または, 参考文献[15]のヘリカル的な磁気シャー領域の対称モード), その成長率は強い α 依存性を示し, 先の議論から容易に想像できるように高 n バルーニングモードは $\theta_k = 0$ および $\alpha = \frac{2m\pi}{M}$, したがって,

Fig. 7 の上図のトラス外側でトロイディシティーによる局所的に悪い磁気曲率とヘリシティーによるそれとが重畳する所: ($\theta = 0, M\zeta = 2m\pi$) 付近で不安定となり, $\theta_k = 0$ および $\alpha = \frac{(2m+1)\pi}{M}$,

即ち, Fig. 7 の下図のトラス外側でトロイディシティーによる局所的に悪い磁気曲率とヘリシティーによる局所的に良い磁気曲率とが相殺する所: ($\theta = 0, M\zeta = (2m+1)\pi$) 付近で安定となる. ここで, M はヘリオトロン/トルサトロン系のトロイダルピッチ数であり, 平衡量はトロイダル方向にピッチ数 M の周期性を持つ. 即ち, トカマクとは異なり, 磁力線のラベルに依存して安定・不安定領域が存在し, 各トロイダルピッチ毎にトラス外側に不安定領域と安定領域が交互に現れ, 高 n バルーニングモードはトロイダル方向のみならず, トロイダル方向にも局在化することになる.

今後の課題として, CAS3D[20]等の三次元安定性コードを利用して有限のトロイダルモード数を持つバルーニングモードの解析を進め, 不安定となる擬似的モードのトロイダルモード数から有限ラマ半径等の効果を評価することが必要となろう. CHS の高ベータ実験における最大達成ベータ値 ($\beta_{\max} = 2.1\%$) が特に MHD 的な要素によって決定されていないという実験的事実[12] (このベータ値の平衡は理想交換型モードに対しては第2安定化領域に達しており, 最大ベータ値達成の前後で MHD 擾乱に特に変化がない) と理論との整合性等を検討して行くことにより, ヘリオトロン/トルサトロン配位に対するバルーニングモードの性質をより明らかにすることが可能になると考えられる.

参考文献

- [1] 若谷誠宏他, プラズマ・核融合学会誌 **63**, 334 (1990).
- [2] K. Harafuji, T. Hayashi and T. Sato, J. Comput. Phys. **81**, 169 (1989); T. Hayashi, Theory of Fusion Plasmas, EUR 12149 EN (1989) 11.
- [3] T. Hayashi, A. Takei and T. Sato, Phys. Fluids B **4**, 1539 (1992); T. Hayashi, T. Sato and A. Takei, Phys. Fluids B **2**, 329 (1990); T. Hayashi, Theory of Fusion Plasmas, EUR 12149 EN (1992).
- [4] J. R. Cary and M. Kotschenreuther, Phys. Fluids **28**, 1392 (1985).
- [5] C. C. Hegna and A. Bhattacharjee, Phys. Fluids B **1**, 392 (1989); Y. Nakamura, M. Wakatani, C. Hegna and A. Bhattacharjee, Phys. Fluids B **2**, 2528 (1990); A. Bhattacharjee, T. Hayashi, C. Hegna, N. Nakajima and T. Sato, Phys. Plasmas **2**, 883 (1995).
- [6] T. Hayashi, T. Sato, P. Merkel, J. Nuehrenberg and U. Schwenn., Phys. Plasmas **1**, 3262 (1994).
- [7] S. Hamada, Nucl. Fusion **2**, 23 (1962).
- [8] M. Wakatani, H. Shirai and M. Yamagiwa, Nucl. Fusion **24**, 1407 (1984); M. Wakatani, Y. Nakamura and K. Ichiguchi, Fusion Engineering and Design **15**, 395 (1992).
- [9] Y. Ishii, K. Watanabe and M. Wakatani, Plasma Phys. Control. Fusion **36**, 2045 (1994).
- [10] T. Hayashi, N. Nakajima and T. Sato, Fusion Tech., Trans. **27**, 182 (1995).
- [11] T. Hayashi, T. Sato, H. Gardner and J. Meiss, Phys. Plasmas **2**, 752 (1995).
- [12] S. Okamura *et al.*, Nucl. Fusion **35**, 283 (1995).
- [13] R. L. Dewar and A. H. Glasser, Phys. Fluids **26**, 3038 (1983).
- [14] R. D. Hazeltine and J. D. Meiss, Phys. Reports **121** 1 (1985).
- [15] W. A. Cooper, S. P. Hirshman and D. K. Lee, Nucl. Fusion **29**, 617 (1989).
- [16] J. M. Greene and J. L. Johnson, Plasma Phys. **10**, 729 (1968).
- [17] A. H. Boozer, Phys. Fluids **23**, 904 (1980).
- [18] J. M. Greene and J. L. Johnson, Phys. Fluids **4**, 875 (1961).
- [19] B. Coppi, A. Ferreira, J. W. -K. Mark and J. J. Ramos, Nucl. Fusion **19**, 715 (1979).
- [20] C. Schwab, Phys. Fluids B **5**, 3195 (1993).