

研究論文

負イオンを含むプラズマのプローブ理論

雨宮 宏

(理化学研究所)

(1996年7月2日受理)

Theory of Probe for the Plasma with Negative Ions

AMEMIYA Hiroshi

The Institute of Physical and Chemical Research, Wako 351-01, Japan

(Received 2 July 1996)

Abstract

The potential distributions in the sheath and presheath regions of spherical and cylindrical probes are investigated as a function of the negative ion density ratio in both radial and orbital motion models. The presheath is given by a plasma solution with the quasineutrality. The potential in the sheath and the current-voltage characteristics are obtained by solving Poisson's equation with the initial value given by the plasma solution. The current-voltage characteristics of the ion saturation region are derived from the above solutions.

The method for diagnostics by using the probe theory is suggested.

Keywords:

negative ion, probe, sheath, presheath, sphere, cylinder

1. はじめに

プローブ計測法はプラズマ中の電子密度, 電子温度, 空間電位, エネルギー分布の局所的測定法として広く用いられて来た。しかし, これは主に負イオンの存在しない場合であった。最近, プロセッシングプラズマにおいてはエッチング, デポジション等で負性ガスが用いられ, また, H⁻等の負イオン源でも負イオンの診断法が必要となって来ている。プローブには平板, 円筒, 球型があるが, プローブ特性に対する負イオン効果はいずれの型においても電子領域に対しては二種の負荷電粒子の電流の和で与えられるため簡単である。これに対し, 正イオン飽和領域はシース形成限界が負イオンの影響を受け従来のボーム速度が修正される他, シース内の電位分布がプリシースにおける負イオンの存在によって変わり電流-電圧特性が電位分布の関数となるため複雑である。平板型だけはイオン電流はボームによる[1]イオン音速で

決まるイオン束のみの関数である点で簡単化される。しかし, 平板型は有限イオン温度や軌道運動効果を含めることが難しいのと端効果, 擾乱が大きい。さらに, 計測には場合に応じて球や円筒型を用いる必要性があり, これらの場合には平板型の結果は適用できない。逆に, 平板型は球, 円筒型の極限とみなせるため, 球および円筒型のプリシースの解析はその結果を平板型に適用することができるので有用である。

従来, 球, 円筒型プローブに対する正イオン領域の取り扱い Allen らによる径方向運動モデル[2]と Bohm ら[3], Bernstein-Ravinowitz [4], Laframboise [5]による軌道運動モデルに分けられる。負イオンのない場合, Chen [6]により両モデルでの数値計算, 比較がなされた。負イオンのある場合, 先のレビューにおいては[7]理論的な取扱いが簡単であることから平板型プローブを取り扱ったが, 本論文ではより一般的なプローブ理論を

考えることを目的とする。

2. 径方向運動モデルの基本式

正イオン飽和領域の特性に対する負イオンの影響を考える。プローブの前面には正イオンシースが形成されている。電子、負イオンにとっては反発領域にありボルツマン分布に従うとする。すなわち、

$$\begin{aligned} n_e(V) &= n_{e0} \exp(-eV/\kappa T_e) \\ n_n(V) &= n_{n0} \exp(-eV/\kappa T_n), \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 e は電子の電荷、 n_{e0} は遠方のプラズマでの電子密度、 n_{n0} は負イオン密度で、中性条件として $n_{e0} + n_{n0} = n_0$ (n_0 : 正イオン密度、即ちプラズマ密度) が成り立つ。 T_e , T_n はそれぞれ電子温度、負イオン温度、 κ はボルツマン定数である。

一方、正イオンは無遠のプラズマにおいて、ほぼ熱エネルギーの1/3程度の小さい初期エネルギー V_0 (あるいは初期速度 v_0) を持っていて、プリシースからシースを経てプローブに向かって加速される。シースは径方向依存性のみをもつ一次元モデルで取り扱えるものとする、シース中では次のポアソン方程式が成り立つ。

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -e(n_p - n_e - n_n) / \epsilon_0. \quad (2)$$

ここで、 ϵ_0 は真空中の誘電率。

球プローブの場合には正イオン密度は

$$n_p(V) = \frac{I}{4\pi r^2 e (-2eV/M)^{1/2}}, \quad (3)$$

となる。ただしシース中では $V \gg V_0$ と仮定している。ここで、無次元化、 $\eta = -eV/\kappa T$, $\xi = r/(\lambda_D/2^{1/2})$, $\lambda_D = (\epsilon_0 \kappa T / n_0 e^2)^{1/2}$, $\alpha = n_{n0}/n_0$, $\gamma = T_e/T_n$ を行うと (2) 式は

$$\begin{aligned} \sqrt{\eta} \xi^2 \left\{ (1-\alpha) \exp(-\eta) + \alpha \exp(-\gamma\eta) \right\} \\ + 2 \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] = \frac{I}{I_\lambda}, \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ただし、 T は無次元化温度、 λ_D は変形デバイ長で電子デバイ長 $\lambda_{De} = (\epsilon_0 \kappa T_e / n_{0e} e^2)^{1/2}$, 負イオンデバイ長 $\lambda_{Dn} = (\epsilon_0 \kappa T_n / n_{0n} e^2)^{1/2}$ の関数で $\lambda_D^{-2} = \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Dn}^{-2}$, I_λ は規格化電流で次式で与えられる。

$$I_\lambda = 4\pi n_0 e \frac{\lambda_D^2}{2} \sqrt{\frac{2\kappa T}{M}}. \quad (5)$$

これら無次元化は元の論文[2]との比較の便宜上と負イオンのみの場合 ($\alpha = 0$) も考慮して行った。しかし、従来のように電子のデバイ長で規格化し $\xi = r/(\lambda_{De}/2^{1/2})$ とおき、 I_λ の表式の λ_D を λ_{De} で置き換えても以下の結果は形式的に変わらない。また、 λ_{De} 中の n_{0e} を n_0 としたデバイ長で規格化したと考えてもよい。

プリシースでは準中性条件が成り立つので、(4) 式の左辺の微分項を零と置くと

$$\sqrt{\eta} \xi^2 \{ (1-\alpha) \exp(-\eta) + \alpha \exp(-\gamma\eta) \} = 1. \quad (6)$$

ここで、 $\zeta = \xi/(I/I_\lambda)^{1/2}$ 。これは、規格化座標 (ζ, η) におけるプリシース解 (あるいはプラズマ解ともいう) である。この式は ζ が ∞ から減少しある点に達すると $d\eta/d\zeta \rightarrow \infty$ となる。この点がプリシース境界 (あるいはプラズマ境界ともいう) である。

(6) 式を ζ について微分し $d\eta/d\zeta \rightarrow \infty$ なる条件を求めると

$$\eta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \rho \exp[(1-\gamma)\eta]}{1 + \rho \gamma \exp[(1-\gamma)\eta]}. \quad (7)$$

を得る。ここで、 $\rho = \alpha/(1-\alpha)$ 。この関係式は以前に平板プローブや球プローブで得られた式と同様である [7,8]。 $\alpha = \beta = 0$ の場合には $\eta = 1/2$ となりボームの値 [1] となる。 α が 0 から増加するに従い η は 1/2 から $1/(2\gamma)$ に向かって減少する。非常に負性プラズマで α が 1 に近くなる場合は $V \gg V_0$ なる仮定は正確でなくなり、(7) 式の左辺の η を $\eta + \eta_0$ ($\eta_0 = eV_0/\kappa T_e$) で置き換えるのが妥当であろう。この時、 V_0 は $\kappa T_+ / 3$ 程度 (T_+ : 正イオン温度) であるから η は $\alpha = 1$ の極限において $1/(2\gamma) - (T_+ / T_n) / (3\gamma)$ に近づく。これは、正負イオン温度が等しい時 $1/(6\gamma)$ となる。

円筒プローブの場合には、 $V \gg V_0$ なる仮定においてシース中の正イオン密度は

$$n_p(V) = \frac{I}{2\pi r e (-2eV/M)^{1/2}}, \quad (8)$$

となる。この場合 V_0 は円筒面に垂直方向の初期エネルギーである。ポアソン方程式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -e(n_p - n_e - n_n) / \epsilon_0, \quad (9)$$

に対して先に述べたと同じ規格化を行うと

$$\sqrt{\eta} \xi \left[(1-\alpha) \exp(-\eta) + \alpha \exp(-\gamma\eta) \right] + 2 \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] = \frac{I}{I_\lambda}, \quad (10)$$

を得る. ここで I_λ は次式で与えられる.

$$I_\lambda = 2\pi n_0 e \frac{\lambda_D}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2kT}{M}}. \quad (11)$$

プリシース解は (10) 式の微分項を無視することにより得られ

$$\sqrt{\eta} \xi [(1-\alpha) \exp(-\eta) + \alpha \exp(-\lambda\eta)] = 1, \quad (12)$$

となる. ここで, $\zeta = \xi/(I/I_\lambda)$. (12) 式を ζ について微分し $d\eta/d\xi \rightarrow \infty$ なる条件を求めるとプリシース境界を決める式は (7) 式と同じ式となる.

3. 径方向運動モデルにおける数値解

3.1 プリシース解

球型プロブの場合, (6) 式を解くことによりプリシース解を得た. 典型的な例として, $\gamma = 10$ の場合の結果を Fig. 1 に示す. 負イオンの存在しない場合 ($\alpha = 0$) では $d\eta/d\xi = \infty$ となるプリシース境界の電位は $\eta = 1/2$ となり Allen らの結果 [2] が再現される. α の増加に伴いプリシース境界 $d\eta/d\xi = \infty$ の電位は減少して行くが, $\alpha = 0.5$ 付近でこの条件を満たす η の値は 3 通りある. この内, 無限遠からの解との連続性から最低値が物理的な唯一の解である.

同様の特性は円筒型の場合にも得られ, Fig. 2 にその

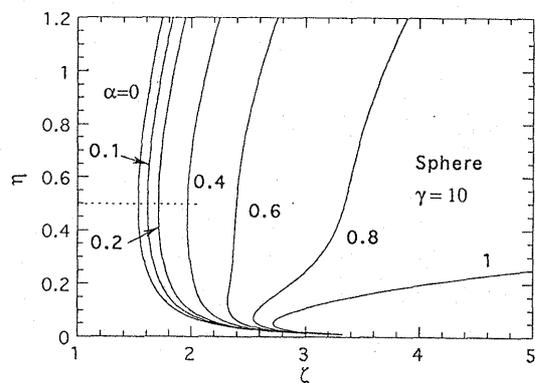


Fig. 1 Presheath solution of spherical case (radial motion model, $\gamma = 10$).

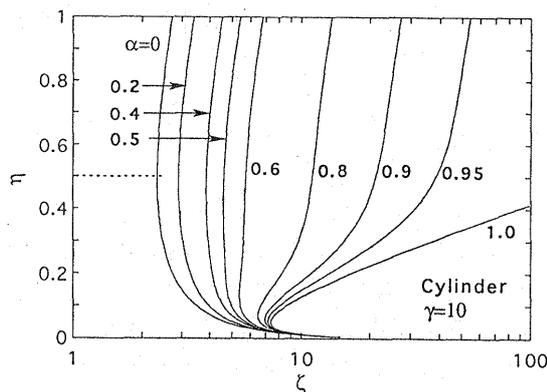


Fig. 2 Presheath solution of cylindrical case (radial motion model, $\gamma = 10$).

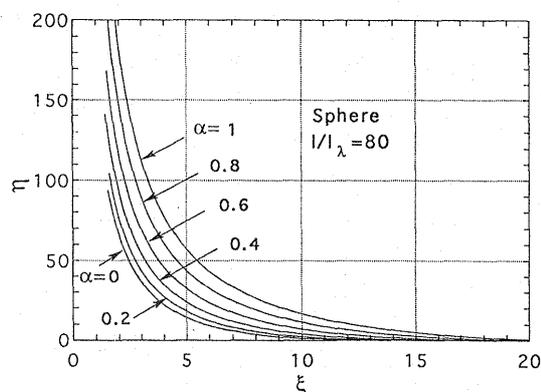


Fig. 3 Potential distribution η - ξ in the sheath of spherical case (radial motion model, $I/I_\lambda = 80$, α : parameter).

例を示す. プリシース境界の値は球型の場合と同じであるが, 幾何学的効果のためその位置はずれる.

3.2 シース解

シース内の電位分布は初期値をプラズマ解からの電位勾配で与えることにより数値計算した. 即ち, (6) 式より規格化された電界は

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{-4(I/I_\lambda) \sqrt{\eta}/\eta}{(I/I_\lambda) \sqrt{\eta} - 2\xi^2 \eta [(1-\alpha) \exp(-\eta) + \alpha \gamma \exp(-\gamma\eta)]}, \quad (13)$$

となる.

Fig. 3 に電位分布を $I/I_\lambda = 80$ の場合について α をパラメータとして示す. $\alpha = 0$ の場合は従来 [2] に一致するが, α が増加するに伴い η はより高い値にずれていく. これは, 負イオンの温度が低く負イオンがシース端から極くわずかしかり込まないので正イオンに対する中和効果が効き難くなるためである. 実際, 電位分布を計算すると, $\eta > 5$ では電子および負イオンの影響は

非常に少なく (4), (10) 式はそれぞれ近似的に単極性シースの式に移行し

$$2 \left\{ \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{n}{\xi} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right\} = \frac{I}{I_\lambda}$$

となる (ここで, $n = 1, 2$ はそれぞれ円筒, 球に対応する). これは, Child-Langmuir の3/2乗則を得る式で, 従来よくシースの厚さを評価するのに用いられた. しかし, シース解を得る上で初期値および $\eta < 5$ での電子, 負イオン密度は重要で, 3/2乗則による電位分布との差は大きい. α が非常に1に近い場合や $T_n/T_e \gg 1$ の時でもシース端での負イオンの寄与を無視できない.

Fig. 4 に $\alpha = 0.9$ の場合の電位分布を I/I_λ をパラメータとして示す. これら曲線群において一定の ξ における η をプロットすると電圧-電流特性が得られる.

Fig. 5 はこのようにして得られた規格化電流-電圧特性を $\xi_p = r_p/\lambda_D$ をパラメータとして示したものである. ここで, r_p はプローブ半径, ξ_p は規格化プローブ

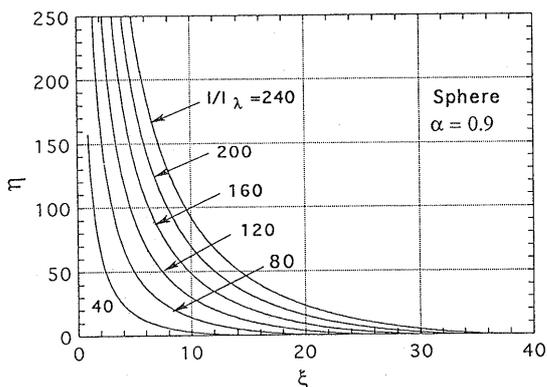


Fig. 4 Potential distribution η - ξ in the sheath of spherical case (radial motion model, $\alpha = 0.9$, I/I_λ : parameter).

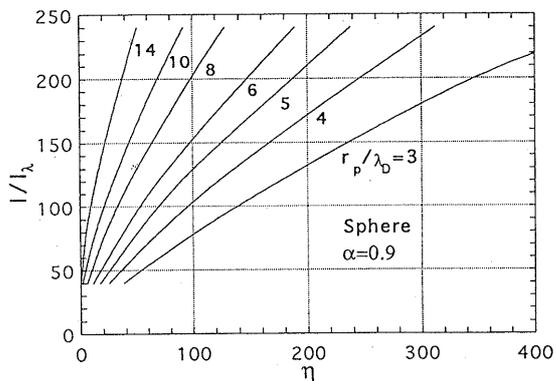


Fig. 5 Normalized current-voltage characteristic of spherical case (radial motion model, $\alpha = 0.9$, $\xi_p = r_p/\lambda_D$: parameter).

半径である. 一定の電圧範囲 $0 < \eta < 200$ において電流 I/I_λ は Fig. 6 に示す $\alpha = 0$ の場合に比べ減少する. すなわち, 負イオン含有プラズマにおけるプローブ特性の正イオン飽和電流は負イオンの存在によって減少することになる. ξ_p が大きい時は電流は電圧に対して湾曲しているが, ξ_p が小さくなるに従い η に対して直線的になる傾向がある. これは, プローブバイアスが深くなるにつれて球の実効的な表面積が電圧に対して線形的に増加することを表している.

円筒プローブの場合の電位分布はプリシース解から得た電界

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{-2(I/I_\lambda)\sqrt{\eta}/\eta}{(I/I_\lambda)\sqrt{\eta} - 2\xi^2\eta\{(1-\alpha)\exp(-\eta) + \alpha\gamma\exp(-\gamma\eta)\}}$$

を初期値として (10) 式を数値計算することにより得た.

Fig. 7 は, $I/I_\lambda = 10$ の場合について α をパラメータとした電位分布を示す. 現実の測定範囲 $0 < \eta < 300$

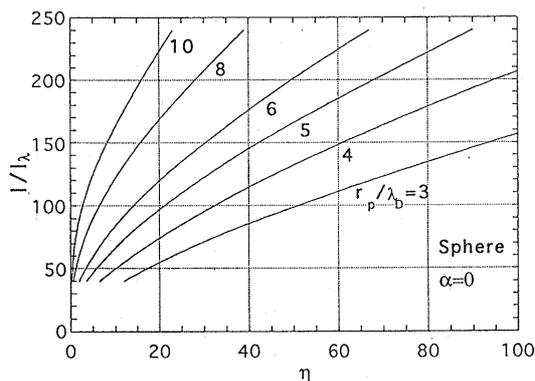


Fig. 6 Normalized current-voltage characteristic of spherical case (radial motion model, $\alpha = 0$, $\xi_p = r_p/\lambda_D$: parameter).

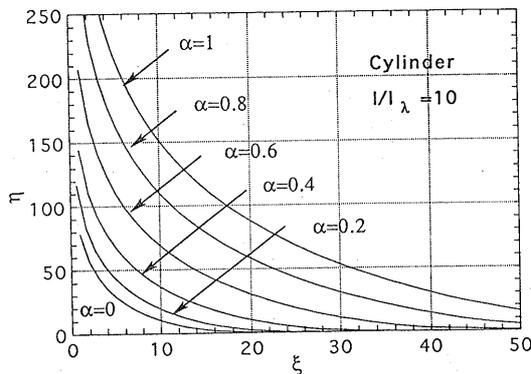


Fig. 7 Potential distribution η - ξ in the sheath of cylindrical case (radial motion model, $I/I_\lambda = 10$, α : parameter).

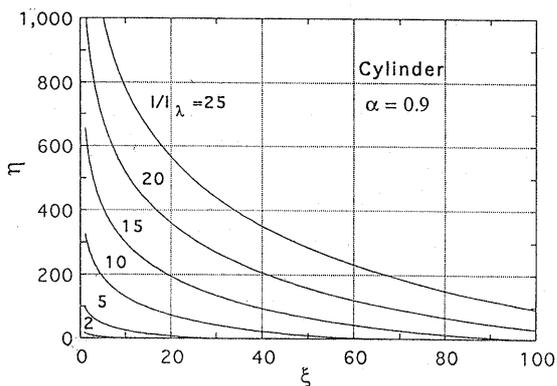


Fig. 8 Potential distribution η - ξ in the sheath of cylindrical case (radial motion model, $\alpha = 0.9$, I/I_λ : parameter).

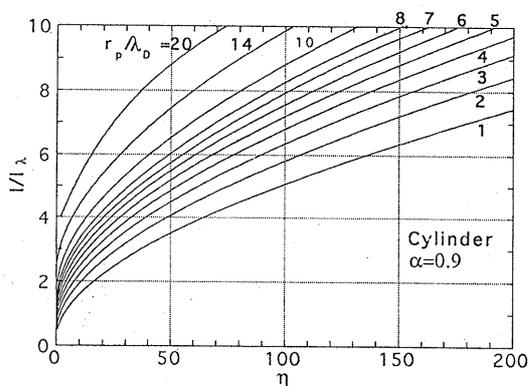


Fig. 9 Normalized current-voltage characteristic of cylindrical case (radial motion model, $\alpha = 0.9$, $\xi_p = r_p/\lambda_D$: parameter).

を考慮すると I/I_λ の値は球型に比べ小さくなるが、これは幾何学的効果と規格化によるものである。

Fig. 8 は $\alpha = 0.9$ の場合の I/I_λ をパラメータとして示す。これら曲線群において一定の ξ における η をプロットすると電圧-電流特性が得られる。

Fig. 9 に以上により得られた規格化電圧-電流特性を $\xi_p = r_p/\lambda_D$ をパラメータとして示す。 ξ_p が小さくなるに従い η に対して放物線的になる傾向がある。これはプローブバイアスが深くなるにつれて円筒の実効径が電圧の平方根に比例して増加することを表している。

4. 軌道運動モデル

径方向運動モデルでは正イオン温度は零か有限であってもプリシース境界電位に対応する値よりはずっと小さく、角運動量が零であると仮定した。より現実的には正イオンが有限温度 ($\beta = T_+/T_e$) をもつとすると、プリシースにおいてイオンは角運動量をもつ。このためプ

ローブ表面で正イオンの径方向速度が零となるインパクトパラメータ $h = r_p(1-eV_p/V_0)^{1/2}$ が存在する。イオンがプローブに向かって加速されていくとき、 $r > r_p$ なる点 ($r, -V$) に達するためのインパクトパラメータ $r(1-eV/V_0)^{1/2}$ は常に h よりも大きいとは限らず、ある電位において最小値をとる可能性がある。この点がいわゆる吸収半径 r_A に対応する。 r_A はイオン電流の値によりプリシース付近からプローブまでにわたって分布する。 $r_A > r_p$ の場合、プローブ電流は実際の半径 r_p でなく r_A で決まる。 r_A に達しないイオンは再びプラズマに追い返されるので密度に対し 2 倍の寄与をする。一方、 r_A に達するイオンは電流となりその寄与は 1 倍である。その結果、吸収半径の内外でシース中のイオン密度の式が異なる。負イオンのない場合、最初 Bohm ら [3] によって解析され、後に Bernstein-Rabinowitz [4], Laf-ramboise [5], Chen [6] らにより数値計算された。ここでは、これを負イオンの存在する場合に拡張することにより有限正イオン温度効果を考察する。

球プローブではポアソン方程式は上と同様の規格化により次式で与えられる。

$$2 \left\{ \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right\} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\eta}{\beta} \right)^{1/2} \pm \left(1 + \frac{\eta}{\beta} - \frac{4I/I_\lambda}{\beta^{1/2} \xi^2} \right)^{1/2} \right] - F(\eta). \quad (15)$$

ここで、右辺の正イオン密度の項は $\xi > \xi_0$ であるか $\xi < \xi_0$ であるかにより \pm をとる。これは、正イオンの吸収径の内外での密度への寄与が異なることによる。ここで、 ξ_0 は

$$1 + \frac{\eta}{\beta} - \frac{4I/I_\lambda}{\beta^{1/2} \xi^2} = 0, \quad (16)$$

の解である。また、 F は負の荷電粒子の密度で

$$F(\eta) = (1-\alpha) \exp(-\eta) + \alpha \exp(-\lambda \eta), \quad (17)$$

である。

プリシース解は (15) 式の左辺を零と置くことにより

$$\beta^{1/2} \xi^2 F \left[\left(1 + \frac{\eta}{\beta} \right)^{1/2} - F \right] = 1, \quad (18)$$

を得る。ここで、 $\xi = \xi/(I/I_\lambda)^{1/2}$ 。

Fig. 10 に $\beta = 0.01$ の場合のプリシース解を α をパラメータとして示す。 $d\eta/d\xi \rightarrow \infty$ なる点は $\alpha = 0$ において $1/2$ より高く 0.576 となり負イオンのない場合の値 [2]

に一致する (プリシース境界の値は $\alpha = 0$ の時は β の値とともに増加する). 径方向モデルの場合と同様, $\alpha = 0.5$ の付近で $d\eta/d\xi = \infty$ の条件を満たす η の値は3通りとなるが, この内最低値がシース解とつながる物理的な唯一の解である.

Fig. 11 は $\alpha = 0.9$ の場合のプリシース解を β をパラメータとして示す. β の増加に伴いプリシース境界は ξ の小さい方向にずれるがその電位の変化は比較的小さい.

円筒型の場合はポアソン方程式は

$$2 \left\{ \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right\} = \{0,1\} \pm \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \left\{ \frac{\pi I/I_\lambda}{\xi(\eta+\beta)^{1/2}} \right\} - F(\eta), \quad (19)$$

となる. ここで, 右辺の正イオン密度の項は $\xi < \xi_0$ か $\xi > \xi_0$ かにより $0,1$ および \pm をとり, ξ_0 は

$$1 - \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \left\{ \frac{\pi I/I_\lambda}{\xi(\eta+\beta)^{1/2}} \right\} = 0, \quad (20)$$

の解である. プリシース解は (19) 式で微分項を零と置くことにより次式で与えられる. ($\zeta = \xi/(I/I_\lambda)$)

$$\zeta = \frac{\pi}{(\eta+\beta)^{1/2} \sin\{\pi(1-F)\}}. \quad (21)$$

Fig. 12 は $\beta = 0.01$ 場合の円筒型のプリシース解を α をパラメータとして示す. プリシース境界の電位は球型に比べて高くなり, $\alpha = 0$ の場合は2倍 ($\eta = 1$) となる. 球型の場合と同様, $\alpha = 0.5$ の付近で $d\eta/d\xi = \infty$ の条件を満たす η の値は3通りとなるが, シース解とつながる物理的な解として最低値が唯一の解である.

これらプリシース解を初期値としてシース解を求めた. 数値計算はまず種々の η の初期値を与え対応するプリシース解の ξ から出発してポアソン方程式を解き吸収半径の位置 ξ_A とその電位 η_A を見い出した. ξ_A, η_A を決定する η の初期値精度は 10^{-6} 以下とした. 吸収半径より小さい ξ でのシース解を片方の符号のポアソン方程式についてプローブ半径がデバイ長に等しい限界, $\xi = 1$ まで解いた. $\xi = 1$ はプローブ測定が物理的に意味をもつ一つの限界とみなせる.

Fig. 13 に $\beta = 0.01$ 場合の球型プローブの軌道運動モデルのシース解を $I/I_\lambda = 80$ について α をパラメータとして示す. $\alpha = 0$ の場合は従来の解に一致した. この図と Fig. 4 の球型径方向モデルのシース内電位分布とを

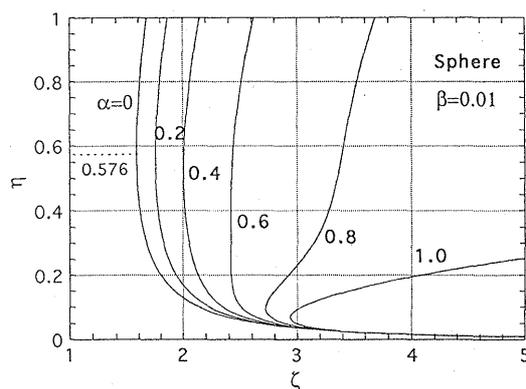


Fig. 10 Presheath solution of spherical case (orbital motion model, $\beta = 0.01$, α : parameter).

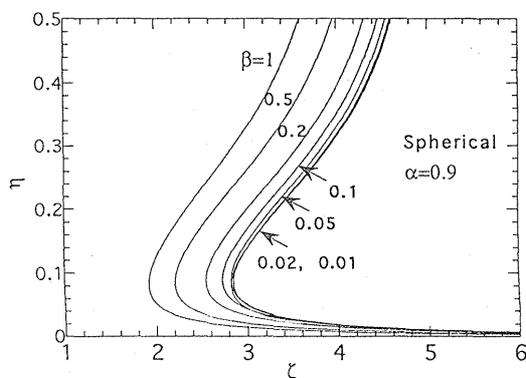


Fig. 11 Presheath solution of spherical case (orbital motion model, $\alpha = 0.9$, β : parameter).

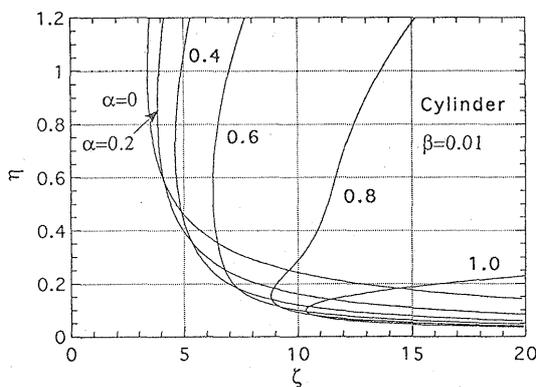


Fig. 12 Presheath solution of cylindrical case (orbital motion model, $\beta = 0.01$, α : parameter).

比較すると各 α において軌道運動モデルの η の方が若干高いがその差異は数%以下であることがわかる. 要するに β が小さい場合には, モデルによる差異は非常に少ないことがわかる.

Fig. 14 に球型プローブの軌道運動モデルの $\alpha = 0.5$

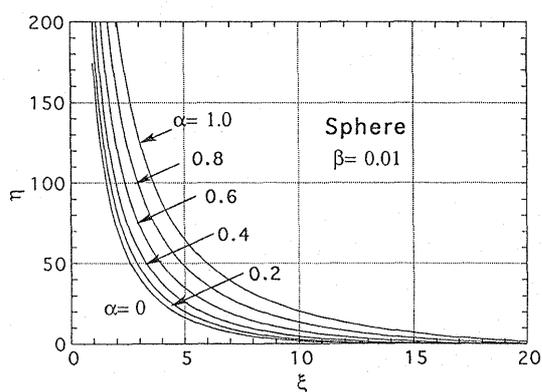


Fig. 13 Sheath solution of spherical case (orbital motion model, $\beta = 0.01$, $l/l_\lambda = 80$, α : parameter).

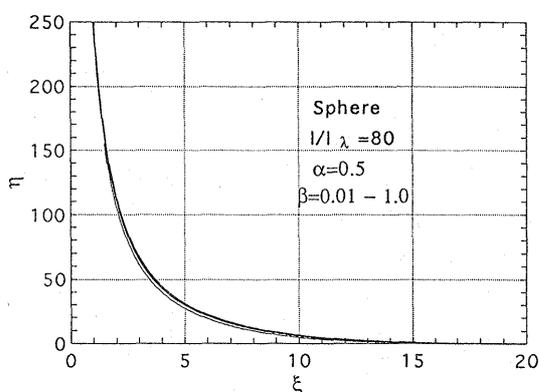


Fig. 14 Sheath solution of spherical case (orbital motion model, $\alpha = 0.5$, β : parameter).

におけるシース解を β をパラメータとして示す。図から β の依存性は少ないことがわかる。 β の依存性を詳しく見るために一部を拡大して計算すると、 β が 0.01 から 0.2 までは一定 ξ における η の値は増加するが、 $\beta > 0.2$ では逆に減少することがわかった。 $\beta = 1$ の場合、 $\xi_p = 1.45$ 辺りで (15) 式右辺 [] 項内の第 2 項が負となりこれ以下の ξ に対する解析は可能でなくなる。これは、捕捉粒子 [4] (r_A 以下にまで到達するがプロープには到達しない粒子) の発生を示唆し、捕捉粒子で修正された密度分布と電流 I により解き直さねばならない。小さい ξ での解を得るには I をより小さく選ばねばならない。 $\xi < 1$ となると $1/\xi$, $1/\xi^2$ を含む項が大きくなるので、数値計算の精度上の問題も考えられるが、 $\xi \sim 1$ ではまだそれには至らない。

5. 検討

5.1 モデルの妥当性

径方向モデルによる取扱いでは正イオン温度は零では

ないが中心方向と直角方向の速度は無視したので角運動量が零である。温度が有限である時は当然角運動量も有限であるから軌道運動モデルの方が正しいと考えられる。従来の結果によると、負イオンのないプラズマでは β は一定電圧において正イオン電流を減少させる効果をもつ。これは、軌道効果によりプロープからそれてしまうイオンがあるからである。軌道運動モデルで角運動量を零 ($\beta = 0$) とした極限は球型プロープの場合には径方向モデルに近づく。しかし、円筒型ではプロープ電圧が負に深く ξ_p が小さい場合、 β が零、有限にかかわらず β 依存性がなくなる。これは軌道運動極限といわれるがこの傾向は径方向モデルにはなく、実験でも例は稀である。最近の負イオンのない場合の円筒型プロープの実験と理論との比較によれば、現実に β は有限であるにもかかわらず、実験は径方向モデルに良く合うという結果が指摘されている [9]。軌道運動モデルの成り立つ条件として、平均自由行程がインパクトパラメータ h よりも大きいことが必要である (Chen [6], Allen [9]) が、この条件は正イオン温度が低い程厳しくプリシースでの方向転換による影響は低圧でも h が大きい程無視できない。(プリシース長) \gg (シース長) であることを考慮すると衝突の影響は主としてプリシースで起こる。軌道運動モデルは衝突に敏感で、吸収径内外で少しでも軌道が乱されると r_A 自体や密度分布が大きく影響される。これに反し径方向モデルでは正イオン温度がほとんど零とみなされる。プリシース内ではプラズマ境界付近以外ほぼイオンは静止状態に近いので衝突しても方向転換はあまり認識されない。したがって、通常の $T_e \gg T_+$ のプラズマでは径方向モデルの方が実験への適用性がよいと考えられる。

負イオンがあると α の増加に伴いプリシース端電位が低くなり $\alpha > 0.5$ では $\alpha T_e/e$ より非常に低くなり $\alpha T_n/e$ に近くなるから β 効果がより顕著になると推定される。しかし、Fig. 14 のシース解の結果は β 依存性は比較的小さいことを示している。このことからデバイ長程度の極端に小半径のプロープを用いない限り径方向モデルによる解析結果は広い範囲での正イオン特性を与える。数値計算は特に半径の小さいプロープの場合でも径方向モデルの方が容易であることも有利である。

5.2 診断への適用

以上の理論からプラズマパラメータを得る原理について考察する。1. で述べたように、電子領域でのプロープ電流は電子および負イオン電流それぞれの和からなると考えてよい。さらに、余程 α が 1 に近くない限り負

イオン電流の寄与は非常に少ない。電子と負イオンの飽和電流が同程度となる限界は

$$\rho = \alpha/(1-\alpha) = (T_e M_n / T_n m)^{1/2},$$

で、酸素の場合 $\gamma = 10$ において $\rho \sim 764$ となる。それゆえ負イオン電流を無視できる範囲の α では電子電流飽和値 I_e は

$$I_e = (1-\alpha)n_0 e 2^n \pi r_p^n \sqrt{\frac{\kappa T_e}{2\pi m}}, \quad (22)$$

電子反発領域の電流値 $I_e(V)$ は

$$I_e(V) = (1-\alpha)n_0 e 2^n \pi r_p^n \exp(-eV/\kappa T) \sqrt{\frac{\kappa T_e}{2\pi m}}, \quad (23)$$

となる。ここで、 $n = 1, 2$ はそれぞれ円筒、球に対応する。負イオン密度比 α が 1 にあまり近くない場合、従来法で電子電流反発領域から電子温度を決定できる。

3., 4. で得られた規格化電流-電圧を利用することによりプラズマ密度 n_0 と負イオン密度比 α を決定する方法を考える。ここで、規格化は $\lambda_{De0} = (\epsilon_0 \kappa T_e / n_0 e^2)^{1/2}$ で行ったとする。負イオンのない場合と同様[6]、定義(5)、(11)により球プローブでは I_λ 、円筒プローブでは $\xi_p I_\lambda$ は電子温度のみの関数である ($\xi_p = r_p / \lambda_{De0}$)。そこで、各プローブにおいて $I/I_\lambda - \eta$ ないし $\xi_p I/I_\lambda - \eta$ 特性で実験と最も良く合う ξ_p を決定することにより n_0 が求まる。ただし、 β が 1 に近かったり ξ_p が小さい場合シース内での正イオン捕捉効果が現われることに注意することが必要である。

診断において重要なパラメータの一つは浮遊電位で、空間電位からの差を浮遊電位差 V_f と定義する。規格化浮遊電位差 $\eta_f (= eV_f / \kappa T_e)$ は (23) 式の $I_e(V)$ を正イオン電流 I と等しいと置いて得られ

$$\eta_f = \frac{1}{2} \text{Ln} \left(\frac{M}{2\pi m} \right) + \text{Ln}(1-\alpha) + \text{Ln} \left[2^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{r_p}{\lambda_{De0}} \right)^n \frac{I_\lambda}{I} \right], \quad (24)$$

となる。第1項は従来の負イオンのない場合の値、第2項は負イオンによる修正項、第3項は幾何学的寸法による補正である。実験的に浮遊電位に相当する I/I_λ の値は ξ_p に対する電流-電圧特性から決定できる。したがって、(24) 式を用いて α を決定できる。

診断において他の重要なパラメータは電子/正イオン

飽和領域の電流比 R である。 R は (22) 式と $I/I_\lambda(\eta)$ から次式で与えられる。

$$R = \frac{(1-\alpha) \left(\frac{M}{2\pi m} \right)^{1/2} 2^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{r_p}{\lambda_{De0}} \right)^n}{I(\eta)/I_\lambda}. \quad (25)$$

この場合、 I は η の関数である。 ξ_p , T_e 、実験で得られた R , $I(\eta)$ の値から α が決定できる。

プラズマ密度が高い場合や平板プローブでは、シース厚さが薄い場合の極限と考えることができる[7]。負イオンのある場合にもこれを適用して径方向モデルでのプリシース解を用いると、 $2^{(n-1)/2} \xi_p^n / (I/I_\lambda)$ は 1 に近い一定値 γ となる (Fig. 1, 2 参照)。すなわち、

$$I = n_0 e A \gamma^{-1} \sqrt{\frac{\kappa T_e}{M}}, \quad (26)$$

を得る。ここで、 A はプローブ表面積。

一方、軌道運動モデルでは、吸収径がプリシース内にあるから球、円筒プローブの場合、(16)、(20) の条件をそれぞれ (18)、(21) に代入すると、 $\eta(r_A)$ を決定する式は球では $F = (1 + \eta/\beta)^{1/2}/2$ となり (26) 式に対し β に依存した補正が入るが、円筒では $F = 1/2$ となり補正は β に依存しない。

6. まとめ

負イオンを含むプラズマのプローブ特性特に正イオン電流を球、円筒型について径方向および軌道運動モデルを用いて理論的に考察した。正イオン温度/電子温度が 1 に較べ小さく、プローブ半径/デバイ長比が 1 に較べ大きい場合前者のモデルが実験に近いことを指摘し、プラズマパラメータの計測法を示唆した。しかし、正イオン温度/電子温度が 1 に較べ小さいとはいえない条件では後者のモデルによらねばならない。この場合、プローブ半径/デバイ長が 1 に近くなると捕捉イオンが生じることがあり、この効果を利用した新たな診断法が期待される。

謝辞

本研究の遂行に当たり有益な示唆および討論に対しオクスフォード大学 J. E. Allen 教授および Dr. B. M. Annaratone に感謝する。

参考文献

- [1] D. Bohm, *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields*, chap. 3, eds. A. Guthrie and R. K. Wakering (McGraw Hill, New York, London, 1949).
- [2] J. E. Allen, R. L. F. Boyd and P. Reynolds, Proc. Phys. Soc. **70**, 297 (1957).
- [3] D. Bohm, E. H. S. Burhop and H. S. Massey, *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields*, chap. 2, eds. A. Guthrie and R. K. Wakering (McGraw Hill, New York, London, 1949).
- [4] I. B. Bernstein and I. N. Rabinowitz, Phys. Fluids **2**, 112 (1959).
- [5] J. G. Laframboise, 1966, Univ. Toronto, I. A. S. Report No. 100.
- [6] F. F. Chen, Plasma Phys. (J. Nucl. Energy C) **7**, 47 (1965).
- [7] H. Amemiya, J. Phys. D (Appl. Phys.) **23**, 999 (1990).
- [8] N. st. J. Braithwaite and J. E. Allen, Phys. D (Appl. Phys.) **21**, 1733 (1988).
- [9] J. E. Allen, Physica Scripta **45**, 497 (1992).