The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

講座

プラズマにおけるカオス現象の観測と実験解析 I

2. プラズマにおけるカオス

2.1 プラズマにおけるカオス研究

小 森 彰 夫
(核融合科学研究所)
(1997年5月20日受理)

Review on Chaos in Plasmas
Chaos and Related Phenomena in Plasmas

KOMORI Akio
National Institute for Fusion Science, Toki, Gifu 509-52, Japan
(Received 20 May, 1997)

Abstract

A brief historical introduction is presented to recent experiments on chaos and related phenomena in plasma systems after a survey of the basic ideas of chaotic motions, routes to chaos, and so on. The nonlinearity of a potential drop such as a thick ion sheath is shown to play a key role in chaotic behavior in laboratory plasmas.

Keywords:
chaos, plasma system, route to chaos, nonlinearity, child-Langmuir ion sheath

2.1.1 諸言

生態学者 May [1]や数学者 Li と Yorke [2]によって明らかにされたカオスは，流体，化学反応，電気回路等の実験でその存在が確認されるや否や注目を集め，様々な分野で数多くの実験的，理論的研究が行われている[3-8]．カオスは，Li と Yorke の命名である[2]．

プラズマは自由度が大きいため，時間的にも空間的にも複雑な現象が起こり易く，非線形性による少数自由度系のカオスを実験的に実現することは難しいと考えられてきた．それにもかかわらず，少数自由度系のカオス現象が観測されたのは驚きである．初期の実験報告は，フラクタル次元やリヤプノフ指数が求められていないなど，カオスを検証した報告としては不十分な内容のものが多い．また，得られたカオスは普遍的な性質を持ってはいるが，その発生機構が明らかにされておらず，他の物理系を記述した方程式を念頭において説明されている．これらのことから，当初少数自由度系のカオスが本当に実現しているのかどうか疑問視する向きもあったが，最近の実験的理論的研究によりこれらの疑問も解消し，プラズマで非線形性による少数自由度系のカオスが実現していることに疑問の余地はなくなっている．

本節では，カオスの簡単な解説とプラズマにおけるカオス実験の歴史を述べ，第3章から始まる講座の全貌を理解していただけるように配慮した．また，次節にはカオスの解析に必要な物理量，すなわち，フラクタル次元やリヤプノフ指数の導出法などを示し，これらの導出法が本講座で何度も現われるのを避けるとともに，始めにカオスの同定法などを本節と併せて理解していただけるように考慮した．

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

2.1.2　カオスとカオスへのルート

カオスの定義は人により少しずつ異なってはいるが，一般に，カオスは有限個の変数が従う決定論的常微分方程式が生みだす非周期的運動と定義されている[9-11]．これを変数ベクトル $x(t)$ が張る p 次元空間，つまり，相空間における解の軌道で考えると，近接した2点から出発した軌道が，不安定で指数関数的に離れていくが，非線形性によりどこかで折り畳まれて有限領域に閉じ込められている時カオスという．したがって，力学系の解が不規則に振る舞い，相空間での軌道が不安定であることと同義である．

カオスが発生すると，非周期的運動であることから，パターンの繰り返しが見られず連続的なスペクトルを持つ波形が観測されることになる．逆にブロードな連続スペクトルが観測されることが，カオスであることの必要条件となっている．周期運動がカオスに遷移する時，驚くべきことにカオスへのルートは物理系に依存せず必ず固有の規則にしたがっており，その規則にはフラクタル構造に根ざした普遍量が存在している．これまでにプラズマで実験的に見いだされたカオスへのルートは，他の物理系と同様，下記のように3種類ある．

［周期倍分岐ルート］

安定な周期運動はパラメータの変化に伴い周期倍分岐を起こす．この倍分岐が連続して起こることにより，すなわち，周期倍分岐のカスケードを起こすことにより一周期アトラクタは，2，4，……，2^j とその周期を伸ばし，分岐が無限回発生することでカオスすなわちストレンジアトラクタへと遷移する．これは周期倍分岐ルートと呼ばれている[9-11]．ここで相空間の軌道が $t\to\infty$ につれて漸近する極限集合をアトラクタという．周期倍分岐のカスケードは，ノイズなどの影響で実際には8周期ぐらいまでしか観測されていない．これは，倍分岐が進むにつれて振幅が小さくなるとともに，倍分岐を起こす制御パラメータの間隔も小さくなり制御しにくくなるからである．この間隔の変化を表す間隔比は，周期倍分岐ルートに固有な値であって物理系に依存しない一定値4.6692016に収束することが知られている．この値はFeigenbaum定数と呼ばれている[3]．周期倍分岐ルートによるカオスの例をFig. 1に示す[12]．

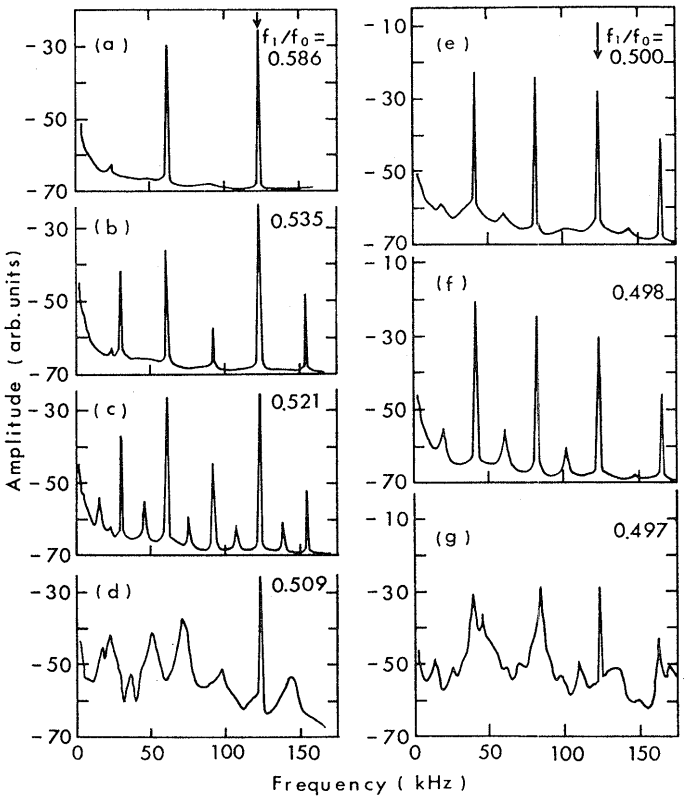

Fig. 1　(a)-(c) Frequency spectrum of the plasma current for successive period doublings; (d) Chaotic spectrum; (e), (f) Period tripling with additional period doubling; (g) Secondary chaotic spectrum [12].

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

［準周期ルート］

準周期アトラクタは，プラズマにおけるトーラスの無理面，すなわち閉じた磁気面と同じ構造をしている．準周期アトラクタ上の軌道は，トロイダル方向に一周した後，出発点の近くに帰ってくるが，トロイダル方向とポロイダル方向の回転数の比 ρ が無理数となっているため，以後，一周するごとにトーラス上を埋め尽くしていく．この比 ρ が有理数の時，トーラス上に周期軌道が存在することになる．特に後者の場合，振動数が有理比となっていることから位相ロッキングと呼ばれている．詳しい説明は省略するが，準周期軌道がカオスに移る時，必ず位相ロッキングが起こる．これは準周期ルートと呼ばれている[11]．

［間欠的ルート］

周期倍分岐ルートでは徐々にアトラクタが複雑になってストレンジアトラクタに遷移するが，突然ストレンジアトラクタが発生する場合がある．すなわち，潜在的なカオスをともなった周期アトラクタが，サドルノード分岐と呼ばれる分岐で消滅するとストレンジアトラクタが発生する．これは間欠的ルートと呼ばれている[9-11]．間欠的ルートにはI，II，IIIと3つのタイプがあり，プラズマではタイプIの間欠的ルートが見いだされている．タイプIの間欠性は，周期運動に近いラミナー運動とバーストが交互に現れる非周期運動である[9-11]．遷移が発生するしきい値近傍では，ラミナー運動の時間がバーストの平均寿命より十分に長く，バースト間隔はタイプIに固有な確率分布をしている．したがって，時系列の周波数スペクトルを求めると，低周波部に $1/f$ ノイズが発生していることがわかる[13-15]．

2.1.3　カオスの同定

実験でカオスらしき波形，すなわち，パターンの繰り返しが見られず連続的なスペクトルを持つ波形が観測されたとしても，それが本当にカオスであるか否かは，カオスを特徴づける普遍量を求めることにより判定する必要がある．通常の実験では，制御パラメータを変えることにより，上述のようなカオスに至るルートを探しだすことが可能である．このルートが明らかに存在し，これを経て到達した状態がブロードな連続スペクトルで特徴づけられる時，カオスが発生している可能性がある．したがって，上述のカオスに至るルートの存在はカオスの同定に大きな役割を果たしている．しかし，プラズマの場合，不安定化可能なモードの数が多いため，この方法ではカオスと同定できない場合がある．例えば，モード数が4で周波数が f_1 の振動がまず観測され，パラメータを変えることによってモード数が2で周波数が $f_1/2$ の振動が加わった場合，スペクトル上周期倍分岐と区別することができないが，これはもちろん周期倍分岐ではない．したがって，カオスを同定するには，カオスを特徴づける物理量を求める必要がある．

カオスを特徴づける物理量は，時系列を処理して得られる二次的な量である．これらの物理量の内，比較的容易に求められるものにアトラクタの相関次元とリヤプノフ指数がある．相関次元は非整数となることが多いが，非整数の次元を持つことはカオスの十分条件であっても必要条件ではない[9-11]．また，相関次元は相空間におけるいわゆるハウスドルフ次元の下限値となっている[9]．カオスであることは，リヤプノフ指数の内，正のものが1つ以上あることと同義である[9-11]．今軌道上の点 x_i の周囲に半径が無限に小さい球を考える．この球は軌道に沿って変形し，不安定方向には伸び安定方向には縮む．したがって，p 次元の楕円体となる．この楕円体の伸び縮みの指数関数的な平均拡大率あるいは平均縮小率がリヤプノフ指数である．p 次元相空間には p 個の基底ベクトルが一般に存在するため，各ベクトル方向の無限に近接した2点から出発した軌道を考えると p 個のリヤプノフ指数 λ_i が得られる．リヤプノフ指数の最大値を λ とすると，安定な周期軌道では $\lambda=0$ である．$\lambda>0$ の場合，軌道は不安定でカオスが発生していることを示している．この時，軌道の少なくとも一方向の初期値のずれは平均として指数関数的に増大している．

相関次元とリヤプノフ指数は，カオスを同定するための非常に重要な物理量であるが，これらを正しく求めるにはそれなりの技術が必要である．このため，相空間における軌道の再構成法[16,17]と相関次元[18]およびリヤプノフ指数[19]の導出法を次節に示すことにした．軌道の挙動は，その概要を相空間上のアトラクタの構造から知ることができるため，軌道の再構成法はカオスの同定に有効な手段となっている．したがって，カオスの同定は，相空間上のアトラクタの構造，カオスに至るルート，ブロードな連続スペクトル，相関次元およびリヤプノフ指数を求めて行うのが，比較的容易に行えて最も信頼できる方法である．

プラズマ閉じ込め装置では，制御パラメータを自由に変えられないため，カオスに至るルートを求めることは多くの場合ほとんど不可能である．したがって，カオスの同定は，相空間上のアトラクタの構造，相関次元およびリヤプノフ指数で行うことになる．プラズマ閉じ込め

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

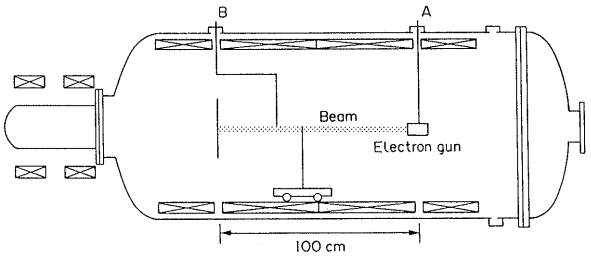

Fig. 2　Schematic of the experimental apparatus used by R. W. Boswell [23].

装置に励起される不安定波あるいは振動の相関次元は比較的高いと考えられるが，相関次元が高いと長い時系列データを処理する必要があり，これらの物理量は求めにくくなる[20]．このため，プラズマ閉じ込め装置に励起されるカオスの同定は慎重に行う必要がある．最近，このような状況を鑑み，ウェーブレット解析とバイスペクトル解析を組み合わせたカオスの解析法が提案されている[21]．この方法を筆者は試していないが，文献で見る限り，カオス同定の必要条件であっても十分条件にはなりえないと考えている．十分条件としての数学的な証明がなされていないからである．

2.1.4　プラズマにおけるカオス実験

（1）実験室プラズマにおける研究

プラズマにおけるカオス実験の起源は，1927年に発表されたVan der PolとVan der Markのネオン球による実験にまでさかのぼることができる[22]．彼らは，ネオン球と発振器を直列につなぎこれに並列にコンデンサを取りつけてコンデンサの容量を連続的に変化させ，発振器の周波数f_1と回路の周波数fとの関係を調べている．この実験で，コンデンサの容量の増加にともなってfがf_1/j (j = 2, 3, 4, ...)へと次々に移ること，fが変化する前に不規則な雑音が発生することなどが明らかにされている．当時カオスという言葉で呼ばれていなかったが，この不規則な雑音は今でいうカオスと考えられている．

最近の一連の実験の始まりは，1985年に発表されたBoswellの論文である[23]．Fig. 2はBoswellが用いた実験装置の概略を示している．プラズマは直径が1 cmの電子ビームで生成される．加速電圧は50～400 Vで，電子ビーム源とこれから約1 m離れた接地された銅板との間に印加されている．Fig. 3に示したように，ビーム電流が3～20 μAの領域ではイオンプラズマ周波数f_{pi}の振動が観測される．ビーム電流をこれより増加させると周期倍分岐が起こる．さらにビーム電流を上げていくと，$f_{pi}/4$，$f_{pi}/8$, …の振動が次々に現れる周期倍分岐のカスケードが起こり，遂にはカオスとなる．この時，スペクトルは連続的なものとなる．Fig. 3の影の部分が，周期倍分岐のカスケードが起こりカオスが発生している領域を表している．ビーム電流をさらに上げると$f_{pi}/3$と$2f_{pi}/3$の振動が現れ，いわゆる窓が観測される．この振動も周期倍分岐のカスケードを経て再びカオスとなる．

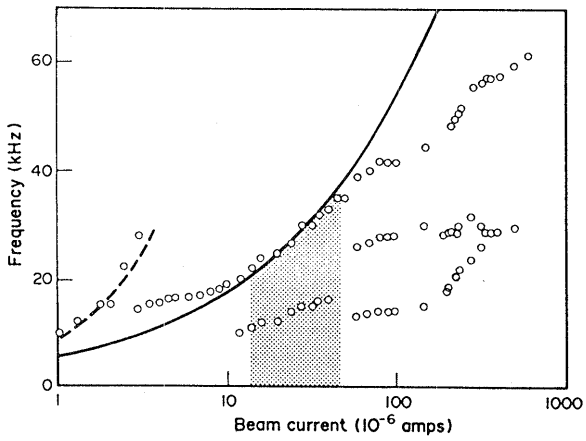

Fig. 3　Variation of the dominant frequencies as the beam current is increased. Solid line represents the ion frequency for the neutralized electron beam. Shaded region shows where the oscillations are essentially chaotic [23]. In this figure, however, only the first subharmonic is shown at half of the ion frequency, and a period-doubling sequence is not depicted in the shaded region.

Boswellの場合，カオスを観測した30分後にまったく同じ実験を行っても，カオスが観測されなかった[23]．この時は，ビーム電流に依らず$f_{pi}/2$の振動が常に観測されている．この原因はカオスの初期条件敏感性にあると説明されている[9-11]．また，Boswellが観測したイオンプラズマ周波数の振動はKelvin-Helmoltz不安定性であると結論づけられているが，実験的に検証されてはいない．この実験は，観測された振動の同定問題に加えてリヤプノフ指数が求められていないなど，カオス実験としては不備な点も多いが，発表されたデータを見る限り周期倍分岐ルートのカオスが起こっていると思われる．

Boswellの実験に続き，不安定波がやはり周期倍分岐ルートによりカオスとなる実験がBraunらによって報告されている[24]．この実験の特徴は，ヘリウム放電管を用いて簡単にカオスを発生させていることである．ほぼ同時期ではあるが，この実験以降簡単な放電回路を用いた研究が数多く発表されるようになった．Braunらの実験では，グロー放電領域で放電電流を適当に選ぶと，

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

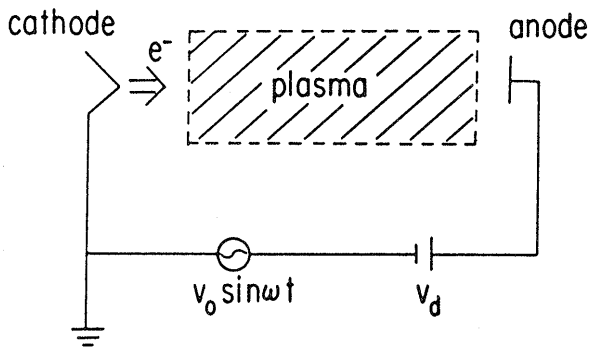

Fig. 4　Schematic of the experimental apparatus used by P. Y. Cheung *et al.* [26].

周波数が190 kHz程度の電離波動の一種と思われる自励振動が発生する．放電電流を徐々に増加させると，この振動の周期倍分岐のカスケードが起こりカオス状態となる．ただし，Boswellの実験同様カオスであるか否かは確認されていない．電離波動の分岐現象の研究は，大江らによって我が国でも行われている[25]．電離波動がカオスとなる最近の実験結果は，本講座の**4.1**（9月号）で紹介していただくことになっている．

外部周期振動を用いた実験はCheungらにより1988年に報告されている[26]．Fig. 4はCheungらが用いた実験装置の概略を示している．この回路は，熱陰極による放電部をネオン球に置き換えコンデンサを加えれば，Van der PolとVan der Markの回路と基本的に同じである．この実験で，周期運動からカオスへの遷移時にタイプIの間欠性が見いだされている．

外部周期振動が周期倍分岐ルートによりカオスとなる実験は大野らにより1989年に報告されている[12]．大野らは，Fig. 5に示したようなダブルプラズマ装置をメッシュで仕切り，領域Tに領域Dより密度の高いプラズマを生成することによりカオス実験を行っている．プラズマはヒータと壁との間で直流放電により生成される．また，カオスは，メッシュと領域Tのプラズマ中に置かれたステンレス製のターゲットとの間に直流電圧と周期振動電圧を印加することにより励起される．まず，ターゲットとメッシュとの間にターゲットが正，メッシュが負となるように直流電圧を印加し，電流を流すとコヒーレントな不安定波が励起される．直流電流J_0，メッシュとターゲット間の電圧V_0，メッシュ前面のイオンシースの幅dの間にはチャイルドラングミュア則が成り立っている．不安定波が励起されている時，メッシュに正弦波を印加するとメッシュとターゲット間のプラズマ電

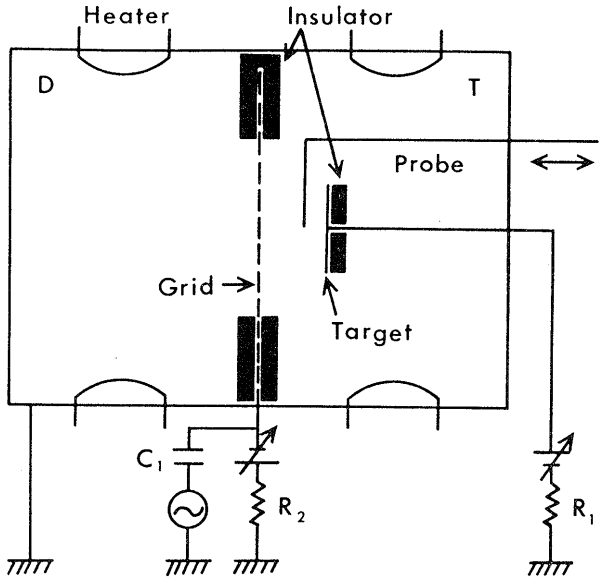

Fig. 5　Schematic of the experimental apparatus used by N. Ohno *et al.* [12].

流$J(t)$の揺動から不安定波が消え，外部振動が残る．外部振動の周波数f_1（$=\omega_1/2\pi$）を不安定波の周波数f_0の約半分の値まで下げていくと，f_1の振動に加えて$f_1/2$の振動が観測され，周期倍分岐が起こる．これをFig. 1(a)に示す．さらにf_1を下げていくと，4周期，8周期，…の振動が次々に現れる周期倍分岐のカスケードが起こり，遂にはカオスとなる．スペクトルは連続的なものとなり[Fig. 1(d)]，波形にはパターンの繰り返しが見られなくなる．f_1をさらに下げると3周期の振動が現れ，再び周期倍分岐のカスケードを経てカオスとなる．

大野らは不安定波が励起されている系にやはり外部周期振動を印加することにより，準周期ルートによるカオスを発生させることに成功している[27]．この実験は，本講座の**3.2**（8月号）で紹介していただくことになっている．Weixingらは，自励振動が準周期ルートによりカオスとなる実験を報告している[28]．しかし，Weixingらの実験は，彼らの前にFanらが外部周期振動を用いて行った実験とほぼ同じものである[29]．彼らの実験装置では，外部から振動を特に加えなくても，2種類あるいは3種類の振動が観測されている．Fanらは，これらの振動がフィラメント電源のリップルとその高調波によって励起されていると考え，外部振動によるカオスとしたが[29]，Weixingらは特に振動を印加していないのだから自励振動のカオスであるとした[28]．これは観測した振動がどのような振動なのかどちらも同定していないことに原因がある．Fanらが観測した100～850

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

kHzの振動が電源の50 Hzのリップルとその高調波によって励起されているとすると，無数に振動が励起されることになり，少数自由度系のカオスとはとても言い難いことになる．このことからも明らかなように，不安定波あるいは振動を正確に同定することがカオス判定の非常に重要な要素となっている．しかし，特に初期のカオス実験では，この例のようにほとんど同定が行われていないのが実情である．

以上のように，実験室プラズマでは，他の物理系と同様，周期倍分岐ルート，準周期ルート，間欠的ルートの3種類のルートがこれまでに見いだされている．

（2）トーラスプラズマにおける研究

Sawleyらは，トーラスプラズマの不安定波をカオスの手法を用いて解析し，結果を1987年に発表している[30]．Sawleyらは，TCAトカマクプラズマを磁気プローブ，トリプルプローブ，CO_2レーザーで計測し，種々の実験条件下でkHzからMHzに及ぶブロードな不安定波をそれぞれ観測している．しかし，これらのデータからは次元の低いアトラクタが存在する証拠を得られていない．このため，TCAトカマクの揺動の相関次元は10以上の高い値となっているか，相関次元が意味を持たないような状態となっているとの結論が下されている．

TFRトカマクでは，BarkleyらによりCO_2レーザー散乱で得られるある特定の波数の揺動の相関次元を求める研究が行われた[31]．この研究で，波数が6 cm^{-1}と18 cm^{-1}の揺動の場合，相関次元はそれぞれ2.6 ± 0.2と3.2 ± 0.2であることが明らかにされている．CO_2レーザー散乱法では全波数を含む揺動が得られないことから断言することはできないが，これらの値は揺動になんらかの低次元構造が存在する可能性を示唆している．

Budaeらは，TEXTORの境界プラズマの揺動をラングミュアプローブで測定し，相関次元を求めている[32]．その結果，アタッチトプラズマと呼ばれる放電の場合，相関次元は12～16で，デタッチトプラズマと呼ばれる放電の場合，6～7であることが明らかになっている．この値の違いは，後者がより自由度の小さい，よりカオス的でない状態になったためであると説明されている．同時に，周波数スペクトルは，ブロードなものから～20 kHz以下の低周波，狭帯域のものに変わっていることが示されている．これらの記述は，著者の意図に反して，得られた現象がカオスとは関係のないことを示している．より多数の波動が励起することにより周波数帯域が広がるのは当然で，線形現象の範囲で説明することができる．カオスの特徴は，数少ない波動でブロードな連続スペクトルが得られることにある．さらに，電場によるHモードの場合，揺動の振幅が減少し相互相関もなくなること，相関次元は15から30に増加することなどが報告されている．振幅が小さくなって相関次元が大きくなったのは，バックグランドのランダムノイズを解析したために起こった可能性がある．この論文は，正しく相関次元を求めてはいるが，解釈が違っている可能性がある．

小森らは，コンパクトヘリカルシステム(CHS)の周辺プラズマの揺動をリチウムビームプローブで測定し[33]，相関次元とリヤプノフ指数を求めている[34]．この実験で，CHSの周辺プラズマの揺動の相関次元は～8.5以下と比較的低いこと，加熱方法によってその値が変わることなどが示されている．また，放電に依っては最大リヤプノフ指数が正となり，カオス状態となることが明らかにされている．上述のように，トーラスプラズマでカオスの発生を確認した実験はこれまで報告されていないため，これがトーラスの周辺プラズマでカオスを同定した初めての実験となっている．この実験については**6.1**（11月号）で詳しく述べることにする．また，最近，小越らはTEXTORプラズマの振る舞いをECEを用いて計測し，解析を行っているが，これについては**6.2**（11月号）で紹介していただくことになっている．

2.1.5　カオスの励起機構

本節で紹介した実験室プラズマのカオス実験を整理してみると，プラズマのカオスは直流放電，つまり，プラズマの生成に関係して発生しているのではないかという考えが浮かぶ．実際，文献にあげたほとんどの実験で，プラズマを生成するための放電回路とカオスが発生する回路が一致しており，外部励起，自励に依らず放電電流の揺動成分がカオスとなっていることに気がつく．しかし，放電それ自体はカオスの発生にかかわっていない．これをダブルプラズマ装置を用いた大野らの実験で説明しよう[12]．この実験では，Fig. 5に示したようにプラズマはヒーターと壁との間で直流放電により生成される．また，カオスは領域Tのプラズマ中に置かれたステンレス製のターゲットとメッシュとの間に直流電圧と周期振動電圧を印加することにより励起される．したがって，プラズマを生成するための放電回路とカオスを発生させるための回路をある程度分離することに成功しており，実験結果はカオスの発生が放電と直接関係ないことを示している[12]．

不安定波あるいは振動を正確に同定することは，先にも述べたように，カオス判定の非常に重要な要素となっ

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

ている．例えカオス的な振る舞いをしていても，自由度の大きい，すなわちモード数の多い波動あるいは振動の場合，通常カオスにはなりにくい．この例として，坂和らの研究が**4.2**(9月号)で紹介されることになっている．カオスに関連した不安定波，振動が同定された数少ない例として，大野らの実験をあげることができる[35]．大野らの実験で，不安定波は領域Tの空間電位が領域Dの空間電位より数V高い時に励起される．また，不安定波の周波数f_0は$(eV_0/m_i)^{1/2}/d$に比例しており，f_0はイオンシースにおけるイオンの通過時間に関係している．これらは，イオンシースに入射したイオンがメッシュ近傍で反射し，正帰還によって周波数f_0の共鳴を起こしていることを示している．一方，Fig. 5に示した回路から明らかなように，プラズマ電流が増加すると回路の抵抗の電圧降下が大きくなりメッシュとターゲット間の電圧は減少する．したがって，プラズマの電圧電流特性は負性抵抗を示すことになる．この負性抵抗は，シース幅が変化することにより生じたもので，共鳴，すなわち，共振回路の抵抗を打ち消し不安定波を励起する役割を果たしている．この不安定波は，電流で形成されたイオンシースにおけるイオンの運動と1対1に対応しており，不安定化可能なモードの数は最小値に抑えられている[12,35]．この例のように，実験室プラズマでは，意図したかどうかにかかわらず，プラズマ中に励起される不安定波あるいは外部振動のモードの数を制限することにより，カオス状態を実現することに成功していると考えられる．たとえば，文献としてこれまであげた論文の内[12,15,22-29]，磁場を使用しているのは一例だけで[23]他の論文では磁場が用いられていない．これは，磁場中で現れる種々の不安定波を抑制していることにほかならない．

実験的に見いだされたカオスの発生機構はほとんど解明されていないが，イオンシースに関係して発生するカオスについてはその発生機構が明らかになっている．大野らは，不安定系に外部周期振動を印加することによりカオスを発生させているが[12]，小森らの研究で，安定系に外部振動を印加しても，やはり周期倍分岐ルートによりカオスが発生することが示されている[36]．このカオス発生の原因は，電位井戸と考えることのできるメッシュのまわりのイオンシースの非線形性である.つまり，イオンシースの電位は前に述べたようにチャイルドラングミュア則で記述されるため，非線形性が強く，この電位井戸におけるイオンの運動がカオスを発生させている．この場合，メッシュとターゲット間を流れる直流電流は，外部周期振動とイオンとの間で強い相互作用が生じるように，幅の広い電位井戸を形成する働きをしている．河野らは，小森らの実験をモデル化してカオスを生みだす常微分方程式を導き，実験結果を説明することに成功している[37,38]．詳細は，実験結果とともに本講座の**3.1**で紹介していただくことになっている．大野，小森ら以外のほとんどすべての実験室プラズマでは直流放電回路そのものを用いてカオスを発生させている．陰極前面の陰極降下が通常強い非線形性を持っていることを考慮すると，これらのカオスの発生原因も陰極降下や移動電気二重層など，電位降下の非線形性にあると思われる．

Greinerらは，Fig. 6に示した実験装置でカオス実験を行い，不安定波が励起されること，不安定波が励起されていない時外部周期振動を印加すると周期倍分岐ルートによりカオスが発生すること，シミュレーションにより不安定波の励起機構とカオスの発生機構を説明できることなどを報告している[39]．このタイプの装置では，Fig. 7の中央に示したように放電電圧－放電電流特性がヒステリシスを描くことが知られている．放電電圧をこ

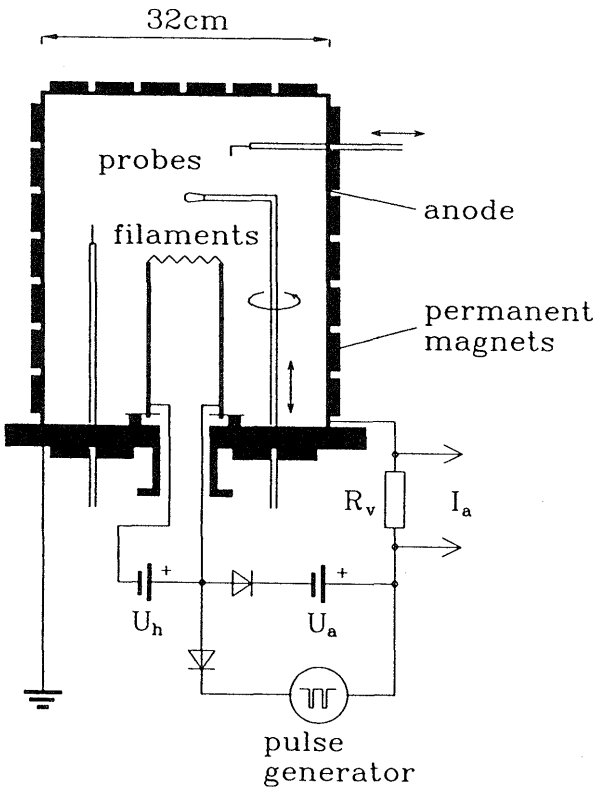

Fig. 6　Schematic of the experimental apparatus used by F. Greiner *et al.* [39].

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

の中央の図のcあるいはdの値に設定するとFig. 7(c)あるいは(d)のように振動が発生する．Greinerらは，この振動の発生機構が，Fig. 7(b)のような電位分布をした陽極グローモードにおけるイオンの振る舞いで説明できることをPIC-MCCコード[40]を用いたシミュレーションで示している．カオスは，放電電圧をcあるいはdより低い不安定波が励起しない値に設定し，周波数が$\sim 2f_0$で振幅がaに達するような外部振動を加えた時に発生する．この場合，不安定波の励起機構が，大野らの実験同様，カオスの発生に重要な役割を果たしている[12]．大野らがカオスを発生させるため$\sim f_0/2$の外部振動を印加したのに対して，Greinerらは$\sim 2f_0$の外部振動を印加した点が異なっているが，アイデアは大野らの実験と同じである．Greinerらは，PIC-MCCコードを用いたシミュレーションでも実験に近い条件下でカオスが発生することを確認している．

Capeauらは，Greinerらとほぼ同じ装置を用いて，不安定波が周期倍分岐ルートを経てカオスになることを1995年に報告している[41]．Capeauらは，Fig. 7の中央の図のaに放電電流を設定しても不安定波が励起されること，不安定波は放電電流を増加させると周期倍分岐ルートによりカオスとなることなどを示した．この不安定波は，Greinerらの主張する励起機構では説明できず，様々な励起機構が検討されている．いずれにせよ，これらの研究結果はカオスの発生原因が電位降下の非線形性によるものであることを示唆している．1992年にKlingerらが発表したドリフト波に関連したカオスは，Fig. 8に示した装置図から明らかなように，磁場方向に加えられた電圧によって発生している[42]．Klingerらによると，カオスはドリフト波と移動電気二重層の相互作用で発生している．したがって，移動電気二重層の非線形性がカオス発生の原因となっている可能性がある．

放電回路にカオスが発生する実験では，多くの場合ヒステリシスの存在が記述されている[26,28,39,41]．このため，ヒステリシスがカオス発生の必要条件のように思われがちであるが，Capeauらの例のように，ヒステリシスはカオスの発生に直接関係していない[41]．カオスの発生原因を解明できないため，有名な非線形現象であるヒステリシスに言及することにより，ヒステリシスが原因でカオスが発生しているような印象を与えようとしている論文も見受けられる．

本講座の**5.1**と**5.2**（10月号）で紹介していただくことになっているが，ビーム・プラズマ系で，最近，周期倍分岐[43]とカオス[44]の実験が行われている．これらの研究は最近行われたことでもあり，詳しくコメントすることは控えるが，今後，研究を発展させるにあたって以下の点を考慮していただければと思う．ビーム・プラズマ系では，ダブルプラズマ装置のプラズマ中に置かれたメッシュに電圧をかけることによってビームが生成される．したがって，非線形現象の原因は，これまでのカオ

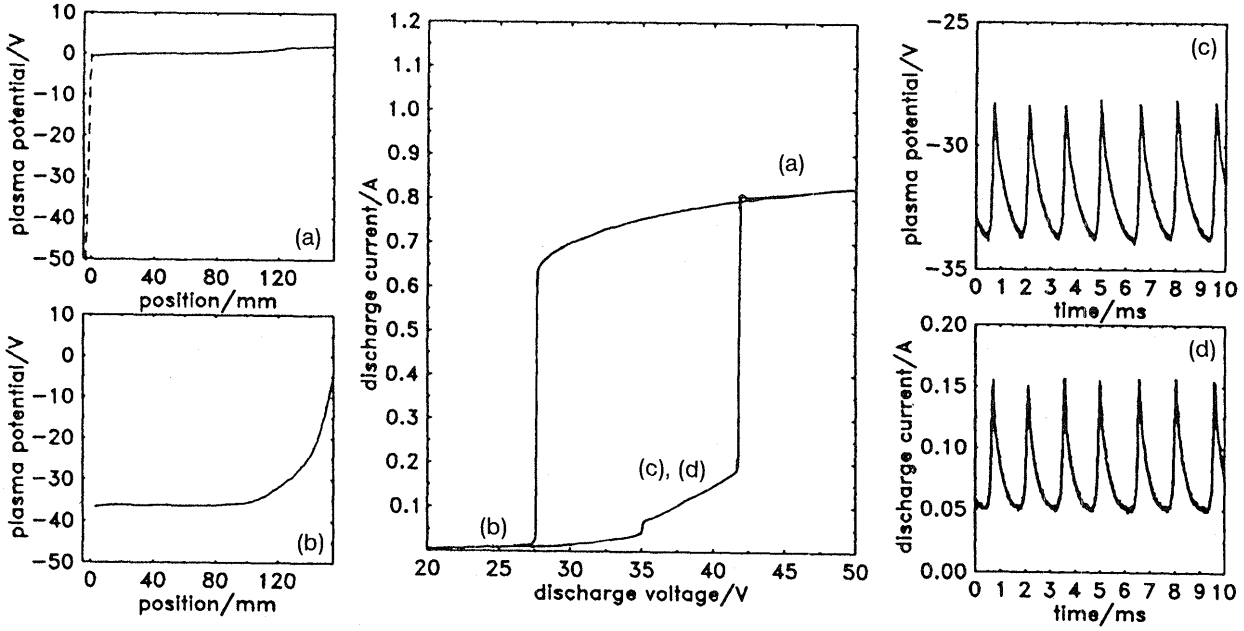

Fig. 7　Center panel: $I(U)$ hysteresis curve. Plasma potential distribution of the (a) temperature-limited mode and (b) anode-glow mode. (c), (d) Experimentally obtained self-oscillations of plasma potential and discharge current [39].

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

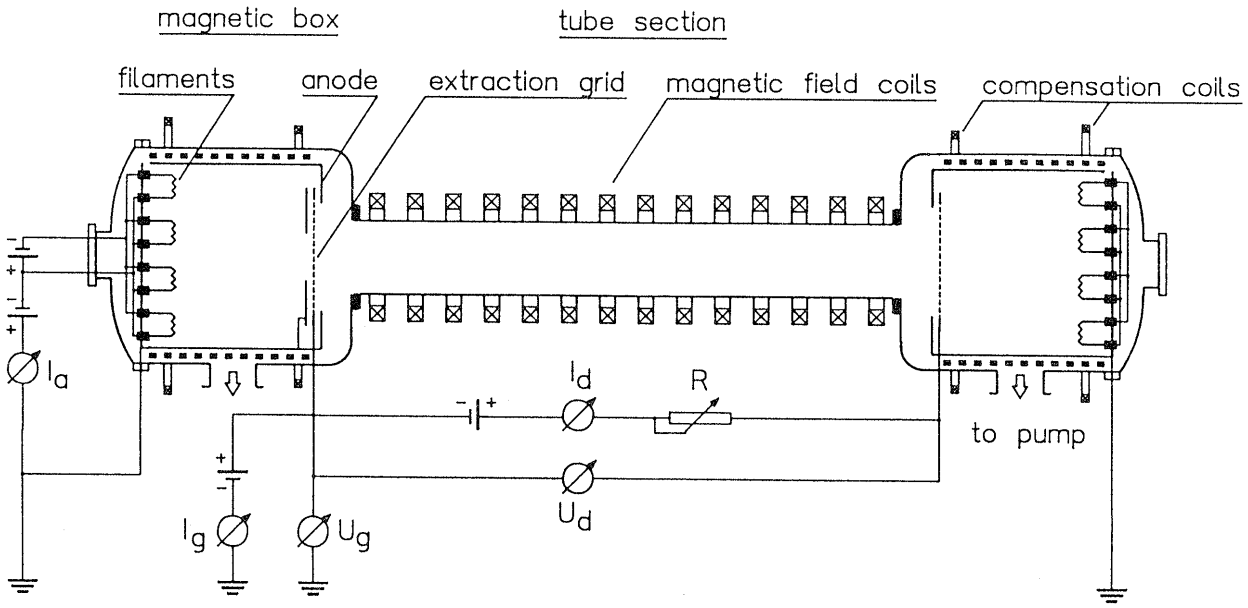

Fig. 8　Schematic of the experimental apparatus used by T. Klinger and A. Piel [42].

ス同様，メッシュまわりの電位の非線形性にある可能性がある．すなわち，プラズマと外部電気回路はつながっているため，たとえば外部素子の非線形性によってもカオスを発生させることが可能である．このため，実験の解析にあたっては，全実験回路の内，最も非線形性の強い部分をまず考慮する必要があると思われる．Fan らが電源のリップルとその高調波によってカオスが励起すると考えたのは極端な例としても，カオスの原因をプラズマ以外のところに求めた発想は間違っていない[29]．

トーラスプラズマにおけるカオスの発生機構を解明した実験はまだ報告されていない．最近，藤沢らは重イオンビームを用いて CHS の電位を計測し，電位分布が短時間で大きく変化することを見いだしている[45]．CHS におけるカオスの発生も，実験室プラズマ同様，このような電位分布の非線形性に原因があるのか，他の非線形性に依るのか今後の研究が待たれるところである．また，トーラスプラズマでは，カオスの発生が輸送過程にどのような影響を及ぼすのかといった面白い問題が手をつけられずに残されている．後者に関係した理論的研究は最後に**6.3**（11月号）で紹介していただくことになっている．

2.1.6　結び

本節では，プラズマにおけるカオス実験の発展の歴史をカオスの定義や励起機構を含めて簡単に紹介した．これにより，第3章から始まる講座の全貌と位置づけが理解し易くなることを期待している．

プラズマ実験でも，他の物理系同様，カオスへの3種類のルートがこれまでに見いだされ，カオスが発生するプラズマ装置－プラズマ実験系も多様化しつつある．これにともない，プラズマで非線形性による少数自由度系のカオスが実現していることに疑問の余地はなくなっている．とはいえ，カオスの発生原因が明らかとなった実験は数例しか報告されていない．カオスの実験的研究は今後ますます多様化すると思われるが，単にカオスが発生することだけを示すのではなく，発生原因まで究明した実験が望まれるところである．イオンシースに関係したカオスの研究は，カオスの発生原因が明らかとなった数少ない例である．この研究では，実験をモデル化してカオスを生みだす常微分方程式を導き，実験結果を説明することに成功している．波動系のカオスの理論的研究はこれまで現実に対応する実験がなかったため，これが波動系の理論と実験が結びついた初めての研究となっている．

本節で明らかなように，プラズマ実験におけるカオスの励起と同定というカオス研究の第一段階は終わったといえる．次の段階として，プラズマの特徴を生かしたカオス研究を行うことが，物理学におけるプラズマの地位をさらに高めるためにも必要である．また，カオスとプラズマ輸送の関係など，カオスがプラズマに与える影響

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research

を研究することも重要な研究課題の一つである．いずれにせよ，本講座が次の研究段階に進むための一助になることを願っている．

本講座を企画するにあたり，相談に乗っていただいた名古屋大学の大野哲靖氏と中央大学の河野光雄氏に感謝いたします．また，本講座を開設する機会を与えて下さった核融合科学研究所の山田弘司，洲鎌英雄両氏に感謝いたします．

参考文献

[1] R. M. May, Science **186**, 645 (1974).
[2] T. Y. Li and J. A. Yorke, Amer. Math. Monthly **82**, 985 (1975).
[3] M. J. Feigenbaum, J. Stat. Phys. **19**, 25 (1978).
[4] B. A. Huberman and J. P. Crutchfield, Phys. Rev. Lett. **43**, 1743 (1979).
[5] P. S. Linsay, Phys. Rev. Lett. **47**, 1349 (1981).
[6] H. Nakatsuka, S. Asaoka, H. Itoh, K. Ikeda and M. Matsuoka, Phys. Rev. Lett. **50**, 109 (1983).
[7] A. Brandstäter, J. Swift, H. L. Swinney, A. Wolf, J. D. Farmer, E. Jen and P. J. Crutchfield, Phys. Rev. Lett. **51**, 1442 (1983).
[8] S. D. Brorson, D. Dewey and P. S. Linsay, Phys. Rev. A **28**, 1201 (1983).
[9] P. Bergë, Y. Pomeau and C. Vidal, Order within Chaos (Wiley, New York, 1986).
[10] 森　肇 他：月刊フィジクス 52, (1985).
[11] 徳永隆治 他：カオス－カオス理論の基礎と応用，合原一幸編著（サイエンス社，東京，1990）．
[12] N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai, J. Phys. Soc. Jpn. **58**, 28 (1989).
[13] A. Ben-Mizarchi, I. Procaccia, N. Rosenberg and A. Schmidt, Phys. Rev. A **31**, 1830 (1985).
[14] H. Mori, H. Okamoto, B. C. So and S. Kuroki, Prog. Theor. Phys. **76**, 784 (1986).
[15] A. Komori, N. Ohno, T. Yamaura and Y. Kawai, Phys. Lett. A **170**, 439 (1992).
[16] F. Takens, *Dynamical Systems and Turbulence*, edited by D. A. Rand and L. S. Young (Springer-Verlag, Berlin, 1981) p.366.
[17] N. H. Packard, J. P. Crutchfield, J. D. Farmer and R. S. Shaw, Phys. Rev. Lett. **45**, 712 (1980).
[18] P. Grassberger and I. Procaccia, Phys. Rev. Lett. **50**, 346 (1983).
[19] S. Sato, M. Sano and Y. Sawada, Prog. Theor. Phys. **77**, 1 (1987).
[20] J. -P. Eckmann and D. Ruelle, Physica D **56**, 185 (1992).

著者 Email　Komori@LHD.nifs.ac.jp

[21] B. Ph. van Milligen, C. Hidalgo and E. Sánchez, Phys. Rev. Lett. **74**, 395 (1995).
[22] B. L. Van der Pol and J. Van der Mark, Nature **120**, 363 (1927).
[23] R. W. Boswell, Plasma Phys. **27**, 405 (1985).
[24] T. Braun, J. A. Lisboa, R. E. Francke and J. A. C. Gallas, Phys. Rev. Lett. **59**, 613 (1987).
[25] K. Ohe and S. Takeda, J. Plasma Phys. **23**, 21 (1980).
[26] P. Y. Cheung, S. Donovan and A. Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **61**, 1360 (1988).
[27] N. Ohno, A. Komori, M. Kono and Y. Kawai, Phys. Fluids B **5**, 796 (1993).
[28] D. Weixing, H. Wei, W. Xiaodong and C. X. Yu, Phys. Rev. Lett. **70**, 170 (1993).
[29] S. H. Fan, S. Z. Yang, J. H. Dai, S. B. Zheng, D. P. Yuan and S. T. Tsai, Phys. Lett. A **164**, 295 (1992).
[30] M. L. Sawley, W. Simm and A. Pochelon, Phys. Fluids **30**, 129 (1987).
[31] H. J. Barkley, J. Andreoletti, F. Gervais, J. Olivain, A. Quemeneur and A. Truc, Plasma Phys. and Control. Fusion **30**, 217 (1988).
[32] V. Budaev, G. Fuchs, R. Ivanov and U. Samm, Plasma Phys. and Control. Fusion **35**, 429 (1993).
[33] A. Komori, K. Yamagiwa, O. Mitarai, H. Yamaoka, K. Kadota and J. Fujita, Rev. Sci. Instrum. **57**, 151 (1986).
[34] A. Komori, T. Baba, T. Morisaki, M. Kono, H. Iguchi, K. Nishimura, H. Yamada, S. Okamura and K. Matsuoka, Phys. Rev. Lett. **73**, 660 (1994).
[35] N. Ohno, A. Komori, M. Tanaka and Y. Kawai, Phys. Fluids B **3**, 228 (1991).
[36] A. Komori, M. Kono, T. Norimine and Y. Kawai, Phys. Fluids B **4**, 3573 (1992).
[37] M. Kono, H. Nakashima and A. Komori, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 407 (1992).
[38] M. Kono and A. Komori, Phys. Fluids B **4**, 3569 (1992).
[39] F. Greiner, T. Klinger, H. Klostermann and A. Piel, Phys. Rev. Lett. **70**, 3071(1993).
[40] C. K. Birdsall, IEEE Trans. Plasma Sci. **19**, 65 (1991).
[41] C. A. Capeau, G. Bachet and F. Doveil, Phys. Plasmas **2**, 4650 (1995).
[42] T. Klinger and A. Piel, Phys. Fluids B **4**, 3990 (1992).
[43] N. Hayashi and Y. Kawai, Phys. Plasmas **3**, 4440 (1996).
[44] T. Ueki, Y. Nishida and N. Yugami, Phys. Rev. Lett. **76**, 4171 (1996).
[45] A. Fujisawa *et al.*, in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1996, Montreal (IAEA, Vienna, to be published), F1-CN-64/C1-5.

NII-Electronic Library Service