

講座

高出力超短パルス電磁波とプラズマの相互作用 V

5. プラズマにおける加速現象の基礎

5.1 粒子加速の基礎

杉原 亮

(名古屋大学理学研究科)

(1997年6月2日受理)

Introduction to Acceleration Phenomena in Plasma
Introduction to Particle Acceleration

SUGIHARA Ryo

Graduate School of Science, Nagoya University, Nagoya 464-01, Japan

(Received 2 June 1997)

Abstract

We first discuss mechanisms of charged particle acceleration in an electromagnetic wave and seek conditions of effective acceleration. Then in the light of the conditions, various plasma acceleration schemes, including beat wave acceleration, wakefield acceleration and Surfatron acceleration, are reviewed. The wave breaking limit or the maximum amplitude of the plasma wave is discussed in nonrelativistic and relativistic situations.

Keywords:

particle acceleration mechanism, effective acceleration conditions, beat wave acceleration, wakefield acceleration, Surfatron acceleration, wave breaking limit

荷電粒子の加速現象は、何らかの方法で粒子にエネルギーを定常的に、または平均として定常的に与えることによって起こる。ヴァン・デ・グラフの加速器は前者であり、通常の線形や円形の加速器は後者である。この章ではまず効率よく加速が起こるための条件を調べる。そして、求めた条件を下敷きにして、比較のために通常の線形加速器を紹介し、さらに考えられている代表的なプラズマ加速器を紹介しながら、それらの特色を見ることにする。そして、最後にプラズマ加速器にとって本質的に重要なプラズマ波の最大振幅を求めてみる。

1. 波による粒子の加速

まず、「加速」という言葉に少し注釈を付けておきたい。粒子は加速されると限りなく光速 c に近づく。しかしな

がら光速を越えることはない。電子などは容易に c の 99.99% に到達する。大事なことは「加エネルギー」である。エネルギーの増大に上限はない。加速器の目的は粒子のエネルギーの増大、すなわち、相対論的な量であるローレンツ因子 $\gamma \equiv (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ の増大である。速さでいえば、わず 10 万分の 1 の増加が、エネルギーでいえば 100 倍の増加ということは普通に起こることである(例: 電子エネルギー約 100 MeV の時)。よって、以下、加速という言葉が出てきたら、「加エネルギー」のことであると理解していただきたい。また、考えている電子の初期の速さは、 γ が数 10 程度になるくらい、 c に極めて近いとする。

さて、粒子の加速は、粒子に力を加えて引っ張ることによって起こる。電子は電荷が負であるので、電場の向いている方向と逆の方向に加速される。このため、やや

もすると混乱を招く。それを避けるために、ここでは、加速される粒子として陽電子を使うことにする。加速の本質はどちらの粒子に対してもまったく同じである。いま、電荷を $e (> 0)$ 、電場をベクトル表示で $\mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t)$ とする。すると、エネルギー $W \equiv mc^2\gamma$ の時間変化は相対論的な運動論から

$$dW/dt = e\mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \cdot \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

と書き表せる。(1) 式から任意の時間 τ の間のエネルギーの増分 ΔW は

$$\Delta W = e \int_0^\tau \mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \cdot \mathbf{v}(t) dt \quad (2)$$

である。いま、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ は一様で、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = e_z E_L (e_z$ は z 方向の単位ベクトル)、 $\mathbf{v}(t)$ は z 方向を向いているとする。すると (2) 式から

$$\Delta W = eE_L \ell \quad (3)$$

となる。 ℓ は時間 τ の間に走った陽電子の走行距離である。これは2つの電極の間(距離 ℓ)に $E_L \ell$ (Volts) という電圧をかけた時の陽電子の得るエネルギーと同じである。これが最も単純な加速器である。ヴァン・デ・グラフの加速器は、イオンを加速するものであるが、この原理を大掛かりにしたものである。

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ として、ラングミュア波などの縦波を持ってきたらどうであろうか。すなわち、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = e_z E_L \cos(kz - \omega t)$ とする。すると $\mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \cdot \mathbf{v}(t) = v(t) E_L \cos(kz(t) - \omega t)$ であり、 $v(t) \equiv |\mathbf{v}(t)|$ の値はほぼ c に近い高速であるとする、

$$\Delta W \approx eE_L \int_0^\tau \cos(kz(t) - \omega t) dt$$

となって、 v と ω と k との間によほど特別な関係がない限り、この値は時間的に振動して「加エネルギー」とはならない。では、特別な関係

$$v = \omega/k, z(t) = (\omega/k)t \quad (4)$$

を仮定してみよう。すると、(2) 式は

$$\begin{aligned} \Delta W &= eE_L \int_0^\tau \cos(kz(t) - \omega t) (\omega/k) dt \\ &= eE_L \ell \end{aligned} \quad (5)$$

となる。ここでは、 $\ell = (\omega/k)\tau$ である。この結果は (3) 式と同じである。すなわち、陽電子は、 ℓ の間、振動電場であるにもかかわらず、 E_L という一様電場を感じていたことになる。これは陽電子が同一の位相(今の場合、 $kz(t) - \omega t = 0$ で電場は正)にずっと留まっていた、すな

わち、陽電子はその波に「捕捉」されていたのである。このことが波による加速の原理である。

さて、(5) 式を見ると ℓ はどれだけでも大きくなり得るように見える。しかし、 γ の定義、 $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ を眺めれば、 W が大きくなるということは v が c に近づくということである。したがって、最初 $v = \omega/k$ ($< c$) というように v を決めていても、時間がたつうちに v は ω/k より大きくなる。ということは、最初は $kz(t) - \omega t = 0$ であっても、時間が経つうちに $kz(t) - \omega t > 0$ となり、ある時間の後には $kz(t) - \omega t = \pi/2$ となる。この時、 $\cos(kz(t) - \omega t) = 0$ であり、さらに時間が経つと $\cos(kz(t) - \omega t) < 0$ となる。こうなると、波は粒子からエネルギーを吸い取って「減エネルギー」となる。粒子が加速の位相から減速の位相に移ることを「位相の滑り (phase slippage)」という。当然のことであるが、有効な加速は粒子が加速の位相に乗っている間しか起こらない。したがって、加速距離 ℓ は一般に有限である。粒子が加速位相にいる時間を加速時間と呼び、 t_a と書くことにする。

ところで、プラズマ波の励起源としては現在、超高出力レーザーがもっとも有望である。しかしながらレーザーには固有の問題点がいくつかあるが、その一つとして加速距離に関して大きな制限がある。すなわち、レーザーが高電場を保持するのはレーリ領域であり、したがって、励起される強いプラズマ波もその領域にのみ存在する。この電場の局在性が位相の滑りよりも重要となる場合も多々ある。

以上をまとめると、有効な加速を起こす条件としては

(a) 波の位相速度 ω/k が $\omega/k \leq c$ であること。

(b) $\mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \cdot \mathbf{v}(t) \neq 0$ とすることができること。

(c) $\mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \cdot \mathbf{v}(t) > 0$ である時間ができるだけ長く続くこと、理想は、加速時間 $t_a \approx \infty$ 。

この3条件を基準として以下話を進めていく。

2. いくつかの粒子加速法

2.1 線形加速器

比較のためにまず現在の線形加速器を見てみよう。その概念図を Fig. 1 で示す。リングの間に、粒子(電子、陽電子)を加速する極性をもつ電場をかける。粒子の通過に合わせて極性を変えねばならないから rf 電場をかけることになる。その位相速度 v_p は

$$v_p = \frac{\omega \ell}{2\pi}$$

であり、通常光速 c にとる。

このようにすると、加速条件(a), (b)は満たされる。ま

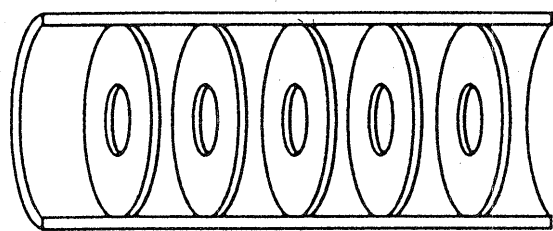


Fig. 1 Schematic drawing of accelerating tube of LINAC.

た、加速管のユニットを増やせばどこまでも加速時間はのびる。よって(c)も満たされる。しかし、ユニットの増加、すなわち、加速器の大きさが、経済的、場所的に限界にさしかかっているのが現状である。リングの間を 1 m としよう。その間にかけられる電圧はせいぜい 20 ~ 30 MV である。それ以上の電圧をかけると絶縁破壊を起こす。いまリング間に 10 MV の電圧をかけると電子は 10 MeV のエネルギーを得る。1 TeV (= 10^{12} eV) のエネルギーをうるには 100 km の長さの加速器が必要になる。高速道路なみの長さであり、建設コストは想像を越える。コンパクトで、経済的なプラズマ利用加速器が期待されるゆえんである。

2.2 プラズマを用いた主な新方式加速器

これから、プラズマを主体とした加速器（またはそのアイデア）を、上に述べた条件を意識しながら紹介することにする。

まず、レーザーとプラズマを利用した加速器の研究に火を付けたアイデアが

ビート波加速器 (Plasma Beat Wave Accelerator または PBWA)

である[1]。2本のレーザービームをプラズマ中に打ち込むと光のビート（唸り）が発生する。そのビートの振動数をプラズマ振動数 ω_p に合わせておけば、強力なプラズマ波が励起できる。このプラズマ波によって電子を加速するのがこの加速法である。プラズマ波の位相速度は外部的に制御できるので条件(a)は満たされる。励起される波は縦波であるから条件(b)も問題はない。しかし、電子は波の半波長分のみしか加速できないので減速位相に入る前に、次の加速位相に乗せてやらねばならない。よって、条件(c)を満たすとはいえない。加速時間を長くするためには、減速位相に入る前に、何らかの方法で新しく加速位相に電子を乗せ変えてやらねばならない。このように加速位相に乗せ変えることをステージング(staging)という。ステージングを N 回行って必要なエネルギー W を得るとすれば、

$$W \approx eNE_L c t_a \quad (6)$$

となる。

同じようにプラズマ波で加速するが、波の励起法が異なるのが、

プラズマ航跡場加速器 (Plasma Wakefield Accelerator または PWFA)

である[2]。湖の中でボートを漕げば、ボートの後に波が発生する。同じようにプラズマ中に電子の塊を走らせれば、その後に波、すなわち、プラズマ波が発生する。この波の加速位相に電子を乗せれば、PBWA とまったく同じようにその電子が加速されるのである。レーザー自身を発振させる効率に較べて、相対論的電子ビームの生成の効率は 10 倍以上大きいので、加速に要する電力は大きく減少することになる。さらに、PBWA のように神経を使ってビートの周波数と ω_p との一致をはからなくてもよいのが大きな特徴である。条件(a), (b)が満たされることは PBWA と同じである。さらに、条件(c)に関しても PBWA より有利である。

プラズマ波の波長程度の長さのレーザーパルスプラズマ中に入射する。すると、この電磁波の塊は電子の塊と非常によく似た性質を示し、上述の PWFA の場合と同じように、通過した後にプラズマ波を発生させる。このようにして生成したプラズマ波で電子を加速する方法を

レーザー航跡場加速器 (Laser Wakefield Accelerator または LWFA)

と呼ぶ[2]。この手法は PWFA を上回る利点を持つとされている。これは、最近の大電力、短パルスレーザーの発達によって可能になった方式で、現在最も注目を浴びている方式である。加速の条件の満たされ具合は PBWA とほとんど同じである。我が国で最近原理実験に着手し、注目すべき成果をあげた[4]。現在、世界的にはこの加速法に関する研究を行っているグループが多い。加速器にとって最も重要な要素は高電場を如何に励起するか、そして如何に長く粒子と電場の相互作用を継続させるかであるが、超短パルスレーザー光（数百フェムト秒、数十テラワット）を使用すると（本講座：高出力超短パルス電磁波源参照）、比較的容易に高電場が励起できるのがその理由である。

これまでは、電子は波の進行方向に加速された。つぎに、電子が電場に垂直方向に加速されるユニークな加速法を紹介する。プラズマ波の伝搬方向に垂直な磁場を加えると、電子は波の方向と、磁場の方向に、垂直な方向

に加速される。これは $V_p \times B$ 加速法と呼ばれる[5]。この考えを相対論的に拡張した際にきわだって優れた特性、すなわち、加速時間 t_a が無限大になること(無限加速)が見い出された。そして、相対論的 $V_p \times B$ 加速法を応用した加速器は

サーファトロン加速器 (Surfatron Accelerator)

と命名された[6]。粒子の加速の様子がサーファーが波に乗っている様子に似ているためにこのような名前が付けられた。 $V_p \times B$ 加速の原理実験は最初に我が国で行われた[7]。プラズマ波を使えば条件(a)は満たされる。さらに、この機構では原理的に条件(b), (c)を充分満たすことができる。加速が2次元的になることが少し問題であるが、これに対しては適切な対応ができることが示されている[8]。

3. プラズマ中の電場強度

3.1 波の破壊と電場の飽和

プラズマ加速器の特色はプラズマ中に励起される電場の強度にある。この節ではその強度を見積もってみよう。

電子プラズマ波の振幅の最大値を制限するものは数多く考えられる。たとえば、(1)非線形現象によって、他の波を励起する、(2)波面の突っ立ちが起こり、波の形が壊れる、(3)沢山の粒子が波に捕捉され、それらを加速するために波がこわれる、などがまず考えられる。(1)の現象は何らかの手立てを講ずれば制御できることが多いが、(2)と(3)はもっと本質的なものである。通常、(2)によって振幅の最大値が決まると考えられているので、ここでは(2)の説明を中心にする。

いま、イオンは一様に分布しており、電子の密度分布はサイン関数で表されているものとする。これを反映して電場もサイン関数で表されるであろう。いまもし、電子の密度が薄いところがますます薄く、濃いところがますます濃くなったとすると、電場は鋸歯状波になり、鋭いピークをもつようになる。その極限として、電子が波長 λ の周期をもって完全にかたまる(パンチする)場合を考えよう。このときが電場が最も強いときであり、波でいえばプロファイルが突っ立つことに対応する。この場合電場はガウスの法則を使えば簡単に計算できて

$$E_{Lm} = (en_0\lambda/2\epsilon_0) = \pi m\omega_p v_p / e \quad (7)$$

となる。 E_{Lm} は電場の最大値を意味する。

スラブモデルを使えば E_{Lm} は厳密に計算できる[9]。 x - y 面に広がる重さのない薄板を考える。このような板が等間隔に x 軸に沿って並んでいて、電子はすべてこの

ような薄板の上に等しい面密度で分配されているものとする。擾乱が発生して、ある点で、1つの薄板が X だけもとの場所(平衡の場所)からずれたとする。ただし、隣の薄板にかぶさらない程度のずれとする。このとき、電場が発生して、この薄板に力がかかる。それを書く $m\ddot{X} = -eE_L$ となる。ここでは、薄板の運動は板上の1個の電子の運動で代表されることを使っている。一方ガウスの法則から $E_L = (en_0/\epsilon_0)X$ となるから運動方程式は完結する。電場が最も強くなるのは1つのスラブが他のスラブと重なる時であるという条件をつけて、運動方程式を数値的に調べると

$$E_{Lm} = m\omega_p v_p / e \quad (8)$$

という最大電場が得られた。これは(7)と π だけの違いである。上のモデルは非相対論的で、かつ、プラズマの温度が低い、すなわち、冷たいプラズマに対応している。(8)式は非相対論的プラズマでの飽和電場または波の破壊限界を与えるものと考えられている。

(8)から具体的に E_{Lm} を書き表すと

$$E_{Lm} = m\omega_p c / e = 9.6 \times 10^{-2} \sqrt{n(m^{-3})} \text{ [V/m]} \quad (9)$$

となる。数値例として $n = 10^{24} \text{ m}^{-3}$ では $eE_{Lm} \sim 100 \text{ GeV/m}$ である。現在でも 30 GeV/m 程度の加速勾配が観測されている[10,11]。

相対論的な冷たいプラズマでは

$$E_{Lm} = (mc\omega_p/e) \{2(\gamma_p - 1)\}^{1/2} \quad (10)$$

となる。解析的に導かれている[12]。ここで $\gamma_p = (1 - v_p^2/c^2)^{-1/2}$ ちなみに(10)式に従うと、 $v_p \sim c$ の極限では $E \sim \infty$ である。

一方、プラズマ温度がゼロでなければ、プラズマの電子はランダムな運動も行う。プラズマ温度を考慮に入れると、波の破壊限界は低くなる。Fig. 2 はそれを示す[13]。

一方、波の位相速度が光速にくらべて遅いと、加速された電子がたやすくプラズマ波を追い越すようになる。これは加速された電子による波の破壊ということができ、この項の最初に述べた(3)に対応する。

高密度プラズマにおける波の破壊は実験的に観察されている[14]。

4. おわりに

荷電粒子の加速の基礎過程はこの章で見てきたように簡単である。しかし、レーザーを使う限り線形の範囲では、加速距離の問題(レーザ長で加速距離が制限され

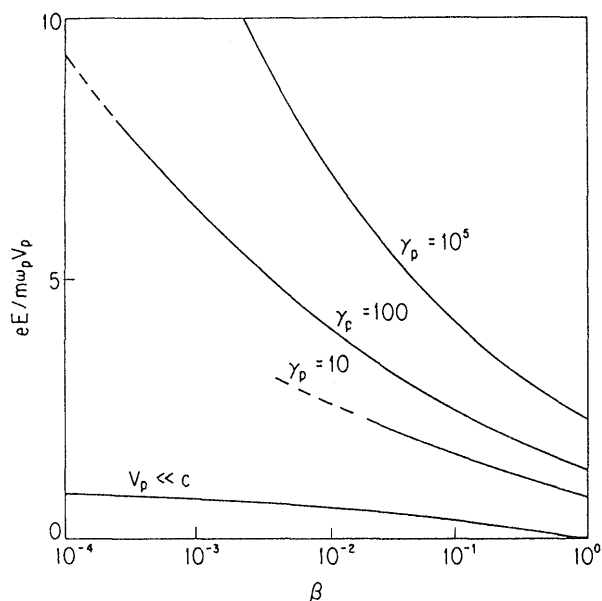


Fig. 2 Normalized wave-breaking electric field amplitude [13].

$$\tilde{E}_{\max} = eE_{\max} / m\omega_p V_p \text{ vs } \beta = 3T / mv_p^2$$

る)は逃れることはできない。これを乗り越えるためプラズマ中にレーザーでトンネルを作る光導波路の研究が精力的に行われている。

この講座では「……加速器」という書き方が頻繁に出てくるであろう。しかしながらこれらは実際に具体的に「物」として、または、商品としてプラズマなどを利用した加速器があるわけではない。ある加速原理に基づいた加速器のコンセプトというくらいの気持ちで「加速器」という名前を付けている。加速器といえるためにはいくつかの条件があるが、その中の一つ、「加速勾配が十分に大きいこと」をクリアしかかっているというのが現

状である。しかしながら、「プラズマ加速器」の研究・開発に取り組んでいる人間としては、この条件は最も重要であると確信している。

参考文献

- [1] T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **43**, 267, (1979).
- [2] P. Chen, J. M. Dawson, R. W. Huff and T. Katsouleas, Phys. Rev. Lett. **54**, 693 (1985).
- [3] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting and G. Joyce, Appl. Phys. Lett. **53**, 2146, (1988).
- [4] K. Nakajima, T. Kawakubo, H. Nakanishi, A. Ogata and Y. Kato *et al.*, Physica Scripta **T52**, 61 (1994).
- [5] R. Sugihara and Y. Midzuno, J. Phys. Soc. Jpn. **47**, 1290 (1979).
- [6] T. Katsouleas and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **51**, 392 (1983).
- [7] Y. Nishida, M. Yoshizumi and R. Sugihara, Phys. Fluids **28**, 1574, (1985).
- [8] F. F. Chen, *Proc. 12th Int. Symp. on Physics of Ionized Gases*, Sibenik, Yugoslavia 1984 (World Scientific, Singapore, 1985) p.937.
- [9] J. M. Dawson, Phys. Rev. **113**, 383 (1959).
- [10] K. Nakajima, K. Fisher, T. Kawakubo, H. Nakanishi, A. Ogata *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4428, (1995).
- [11] A. Modena, Z. Najmudin, A. E. Dangor, C. E. Clayton, K. A. Marsh *et al.*, Nature **377**, 606 (1995).
- [12] A. I. Akhiezer and R. V. Polovin, Sov. Phys. JETP **3**, 696 (1956).
- [13] T. Katsouleas and W. Mori, Phys. Rev. Lett. **61** 90 (1988).
- [14] M. J. Everett, A. Lai, D. Gordon, K. Wharton, C. E. Clayton *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 1355 (1995).