



講座

プラズマにおけるカオス現象の観測と実験解析Ⅲ

4. 放電プラズマのカオスの振る舞い

4.1 電離波動のカオス現象

大江 一行

(名古屋工業大学生産システム工学科)

(1997年5月29日受理)

Chaotic Phenomena in Discharge Plasmas
Chaotic Behavior of Ionization Waves

OHE Kazuyuki

Department of Systems Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466, Japan

(Received 29 May 1997)

Abstract

Chaotic behaviors of ionization waves excited in positive columns of glow discharges are described. The wave properties can be controlled by certain external parameters. Chaotic states are evolved with the increase of the discharge current. The embedded dimension and the maximum Lyapunov exponent are evaluated for the chaotic states of the ionization instability.

Keywords:

ionization wave, positive column, glow discharge, hysteresis, bifurcation

4.1.1 はじめに

1 Torr 程度のグロー放電陽光柱には、多くの場合、数 kHz の低周波の縞が発生し伝搬する。通常、この程度の気圧では電子-中性粒子間の衝突が支配的となるため、この縞は放射光の変動を伴っており、非常に簡単に計測できる。また、中性粒子の電離衝突に伴う不安定が主なこの縞の原因であることから、電離波動と呼ばれている。電離波動の伝搬方向は電子のドリフト方向と関連しており、多くの場合、波動エネルギー（群速度）は陰極から陽極へ向かって伝搬する。しかし、位相速度は非常に特徴的で群速度と異なる。希ガスでは、位相の伝搬方向は陽極から陰極へ向かう後方波となることも多い。何らかの原因で発生した不安定性は波動の群速度に乗って伝搬し、陽極へ到達する。このとき、不安定性は外部回路（電源回路）を通過して陰極へフィードバックし、こ

れを種に波動が再び励起される。このことは、波動の維持に非線形性が関与することになり不安定性のカオスのふるまいの原因となる。電離波動は勿論、時間的、空間的変動を伴う。空間的变化も重要であり、十分考慮に入れるべきであるが、これまでは他のカオスの振る舞いに関する実験と同様、時系列信号を用いて不安定性のカオスのふるまいの研究が進展している。本講座でも、電離波動の時系列信号を用いた不安定性のカオスへの発展について述べる。

4.1.2 放電条件と波動の振る舞い

DC グロー放電はよく知られているようにカソードからアストン暗部、負グロー、ファラデー暗部を経て陽光柱を構成している。アノード付近には、アノードダブルレイヤを含めて特別なポテンシャル構造を有している。

放電電流 I_d とこれらを含むアノード-カソード間電圧 V_{ac} の関係 $I_d - V_{ac}$ 特性は I_d の増加, 減少に対してヒステリシス現象を生じる [1, 2]. He 陽光柱の一例を Fig. 1 に示す. Fig. 1 の $I_d - V_{ac}$ 特性は負性抵抗特性であるので, 系は不安定になる傾向を有する. したがって, 電源と直列に I_d の制限用抵抗 (安定化抵抗) R_d を必要とし, 系全体として R_d を含んだフィードバックループを形成する. R_d の大きさの変化は系のフィードバック量を変化することに対応しており, 不安定性の制御に利用できる.

電離波動の自己励起範囲は気圧 p と I_d に依存することが知られている. He の陽光柱 (放電管径 3.4 cm, 管長 75 cm) についての一例を Fig. 2 に示す. 図のように, p および I_d の小さい範囲で自励波動は消滅する. 一方, p および I_d が非常に高くなると, 再び自励波動は抑制される. したがって, 自励波動は p および I_d で簡単に制御される. また, 波動の非線形性もこれらのパラメータで制御できる. 波動の性質はこの他, カソードの形状, 陽光柱の長さ, 使用する気体等によっても影響される. 電離波動は位相速度と群速度の伝搬方向が逆となり後方波であることも多く, 波動としても興味がある. この波動の性質についてはいくつかのレビューがある [3, 4, 5]. 波動の非線形性の研究も進展しており, 最近これらについてもまとめられている [6]. また, 波動の非線形性は波動の伝搬に伴って空間的に変化する. 波動の検出はプ

ローブによっても可能であるが, 放射光の変動を伴うので, 陽光柱の外部から光検出によって行われている. 陽光柱からの放射光は十分強く, 周波数も, 陽光柱の半径 R , p , I_d 等に依存するが, たいていの場合数 100 Hz ~ 100 kHz 程度であるので, 波動の検出は極めて簡単である. また, 光による波動の検出は非接触であるので, 測定による系への影響は考慮する必要がない.

I_d による電離波動の制御は最も簡単な方法の一つである. p を適当な値として, I_d を連続的に増加または, 減少したときの波動の時間的に変動する振幅 ν_{pp} をプロットすると Fig. 3 のようになる. ここで, ν_{pp} は光の平均値 (直流分) と波動の振幅 (交流分) の比である. ν_{pp} が 1 つの点の場合は波動がほぼ正弦波 (1 周期窓) であることを示す. I_d の変化は連続的に行う必要がある. 典型的な I_d の変化をパソコンを用いて行う方法を述べる. 前述の放電管で, I_d を 50 mA から 200 mA まで, 1 mA ステップ間隔で増加, 減少する. このとき, 20 秒間 I_d を一定として, その間に時系列信号を A/D 変換器 (分解性 12 ビット, サンプル時間 $5 \mu\text{s}$, データ長 16,384 ワード) を通してパソコンに取り込む. I_d の増加の場合は $I_d = 108 \text{ mA}$ で ν_{pp} のジャンプが起こる. これより I_d が増加すると, 波動の振幅は大きくなり周波数スペクトルでは第 2 高周波成分が増加し, いわゆる分岐現象が起こる (Fig. 3 にはこれらは図示されていない).

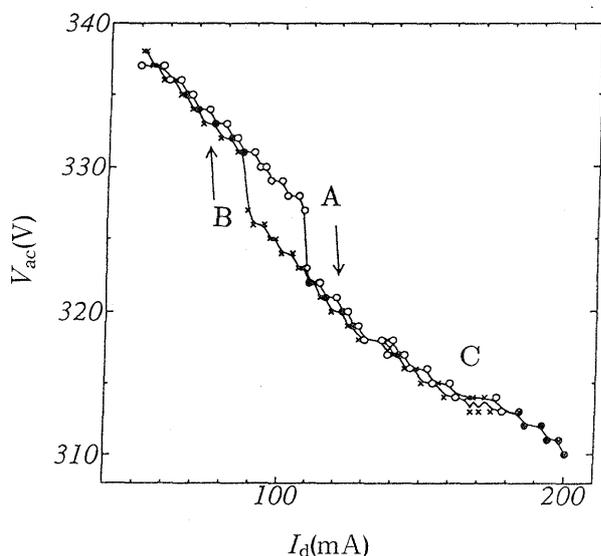


Fig. 1 Relation between I_d and V_{ac} for a He positive column at the gas pressure $p = 1.12 \text{ Torr}$. The increase of I_d is shown by \circ and the decrease by \times . A and B correspond to a hysteresis in the $I_d - V_{ac}$ relation. Periodicity 3 is evolved at C.

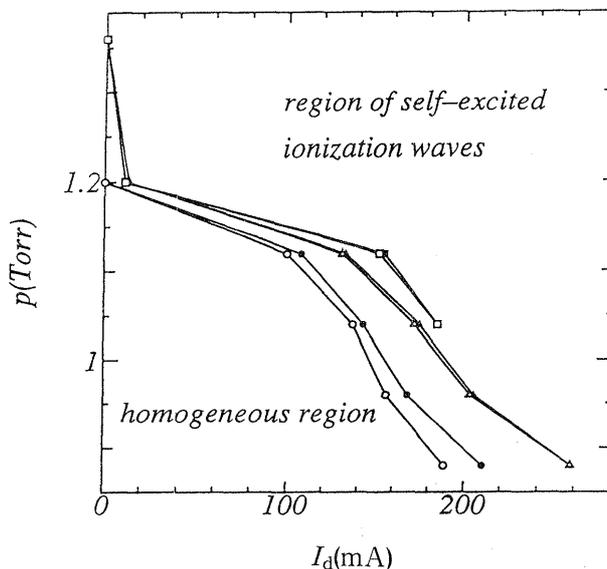


Fig. 2 Region of self-excited waves. The region is slightly expanded by increasing R_d . Blacks correspond to the increase of I_d and whites to the decrease.

$I_d > 120$ mA では周期性が失われる (D の領域であるが ν_{pp} の広がりや表現できないので何も表示していない). しかし, $I_d = 146$ mA では6周期性, $I_d = 166$ mA では3周期性が出現し, いわゆる周期窓が現れる. I_d を減少すると $I_d = 166$ mA で, 再び3周期性となり, その他の I_d でも示したように6周期性が I_d の適当な値で出現する. また, この間何も図示していない部分は波動の周期性が失われた領域である. I_d の減少時には, 6周期窓の出現する I_d が多い. I_d の更なる減少とともに再び正弦波となる. Fig. 3 で D, B で示すように $\nu_{pp} - I_d$ もヒステリシス現象を示す. このヒステリシスは, Fig. 1 のそれと対応している. また, Fig. 3 は分岐図に対応する.

4.1.3 時系列信号とアトラクタ

電離波動のエネルギー伝搬方向はほとんどの場合, 電子のドリフト方向, つまり, カソードからアノードへ向かう. したがって, 波動の非線形性も陽光柱のカソードからの軸方向位置とともに変化する. しかし, 非線形性の程度は前節で述べたように系のパラメータで簡単に制御可能で, 検出位置を適当にとれば, 時系列信号のカオス性についての一般性は失われないと考えられる. 波動の位置依存性については後述する. 典型的な例として, I_d を制御パラメータとして, 自励波動の場合について述べる. He の陽光柱の適当な位置で, 放射光の変動として検出された時系列信号の周波数スペクトル (FS), アトラクタ (AT) および, ポアンカレ断面 (PCS) の I_d に

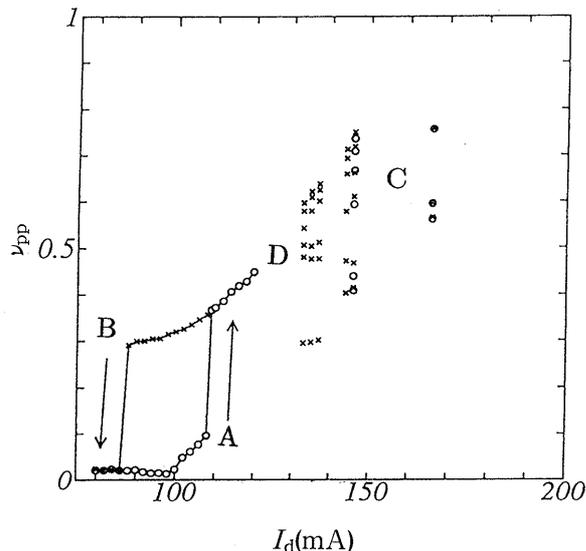


Fig. 3 Relation between I_d and ν_{pp} . D and C are non-periodic states.

対する変化を Fig. 4 に示す. $I_d > 100$ mA で自己励起波動が出現し, 低い I_d では信号は正弦波である. $I_d = 124$ mA では, 基本周波数 f_1 (≈ 5.5 kHz) と, 低周波成分 f_2 (≈ 1.1 kHz) が現れ, 波動の非線形性によって, $f = m_1 f_1 \pm m_2 f_2$ (m_1, m_2 は正の整数) の結合成分が現れる. このとき, f_1 と f_2 は f_1 の周期を T とすると f_2 のそれは $5T$ となっている. f_2 が現れたことにより, AT はスパイラル状の環 (T^2 トーラス) をかき, PCS は閉曲線となる. I_d のさらなる増加は波動間の非線形相互作用の増加をもたらす, 信号の周期性は失われる. $I_d = 146$ mA では, $f_1/f_2 \approx 6$ の位相ロックが起る. このときは, 6周期窓となっている. AT は6本の帯となり, PCS は6点のまわりに集まる. I_d がさらに増加すると, 再び周期性が失われる. しかし, AT はある範囲のドーナツ状に存在する. しかし, PCS の広がり大きい. $I_d = 166$ mA では, 3周期窓が突然現れる. この実験では3周期, 6周期のみが観測されているが, 他の実験では別の周期窓も観測されている. $I_d > 167$ mA では, 周期性が失われると同時に FS は広がる. この変化は Curry-Yorke モデル [7] と類似している.

I_d の減少に伴う変化は, $I_d = 166$ mA では増加の場合と同様に3周期窓となる. I_d をさらに減少させると, 6周期窓が $I_d = 146 - 143$ mA および $137 - 133$ mA で出現する. 6周期窓の出現する I_d の値は I_d の増加時より減少時の方が多い. 正弦波となる範囲は減少時には広くなり, Fig. 3 に示すようにヒステリシスが現れる. また, 使用する気体の種類を変える等他の放電条件では, ここで述べた周期窓とは異なる多周期窓も観測することが可能である.

4.1.4 アトラクタの次元と最大リアプノフ数

時系列信号が周期性を失って, AT が相空間でリミットサイクルから広がりやを示すとき, AT の次元を推定する方法の1つに, 相関次元 [8] を求める方法が用いられている. この次元が有限の値 (正の整数でない) をもつとき, 系はカオス的であると評価される. 時系列信号から m 次元空間で AT を構成するとき, 相関関数 $C(r)$ から決定される次元 d は, 初期値敏感性のあるカオス的信号では m の増加とともに一定値に飽和する. この飽和値を系の不安定性の次元とする方法である. 自励電離波動の相対的な振幅と d の飽和値の関係の一例を Fig. 5 に示す [9]. 振幅の増大とともに飽和値 d は増加する. しかし, この信号のカオス的性格は系で発生する白色雑音等とは明確な区別が存在し, d の飽和値は正の有限値

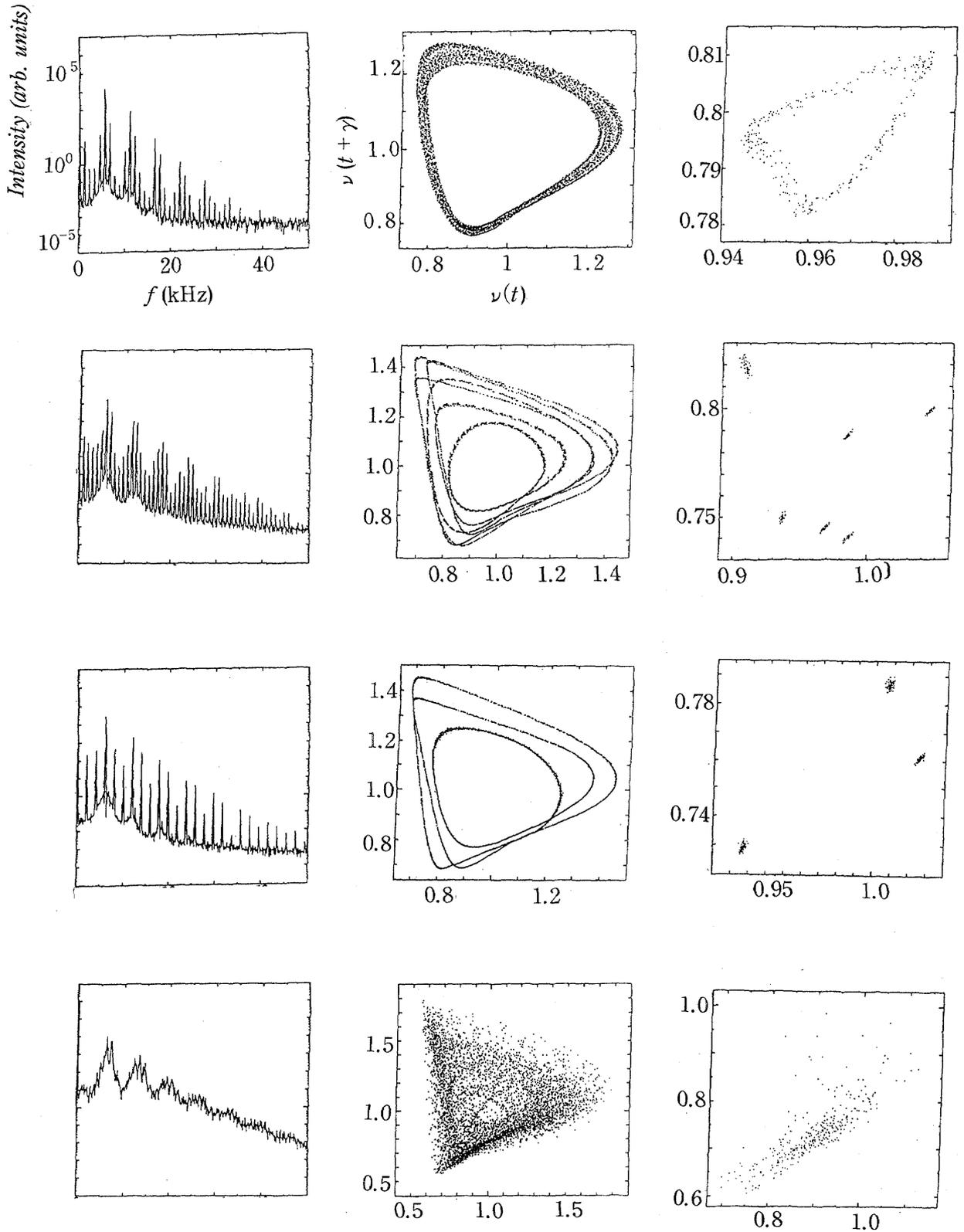


Fig. 4 Frequency spectrum, attractor and Poincaré section. The increases of I_d ($=124$ mA, 146 mA, 166 mA and 190 mA) are shown from the top row to the bottom.

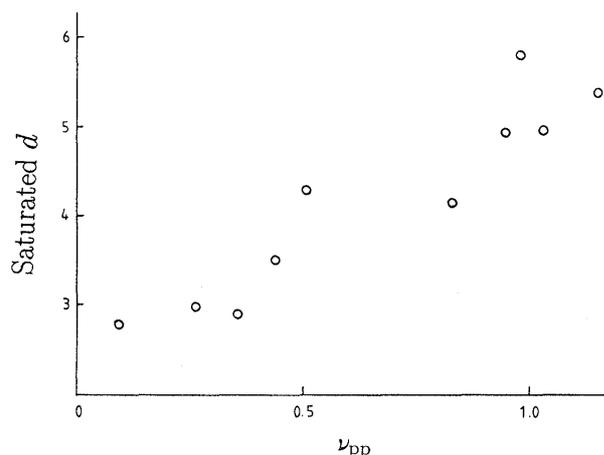


Fig. 5 Variation of saturated d with ν_{pp} for a He positive column.

の範囲となっている。

4.1.5 系の状態の外部制御

p , I_d , R_d 等を変えることによる系の不安定状態の制御も外部からの系の制御である。これらとは別に系のカオス状態の制御に関して外部から系に強制振動を加えることも行われている。電離波動についても同様な実験が行われている。Ne 陽光柱で I_d , p 等を調整して1つの正弦波が自励しているとき、これに別の周波数の外部強制振動を加える。強制振動の周波数を変えたときの変調の割合を測定した結果を Fig. 6 に示す[10]。これは、いわゆる Arnol'd tongue に対応している[11]。 R_d が大きくなるとき、Arnol'd tongue が広がっている。 R_d を大きくすると、前述したように系のフィードバック量が減少し、系の安定度が大きくなるためと考えられる。 Fig. 6 は1つの正弦波 ($n=1$) の場合であるが、2つ以上 ($n \geq 2$) のときも、同様な変調度が観測され、Arnol'd tongue の数は n に応じて増加する。なお、系の自励発振と強制振動の印加に関しては、現象論的な Van der Pol 方程式が用いられるが、電離波動についても Van der Pol 方程式の有用性に関して議論されている[12]。 Ne の陽光柱の自励電離波動で周波数スペクトルがかなり広がり AT が広がりを示す場合、適当な周波数の強制振動をステップ状に印加したときの系の応答を示す (Fig. 7) [13]。なお、この実験では時系列信号の検出は2つのプローブ間の電界の変動として観測されている。また、強制振動は放電管とそれに直列に接続された R_d 間にコンデンサを介して正弦波電圧として印加

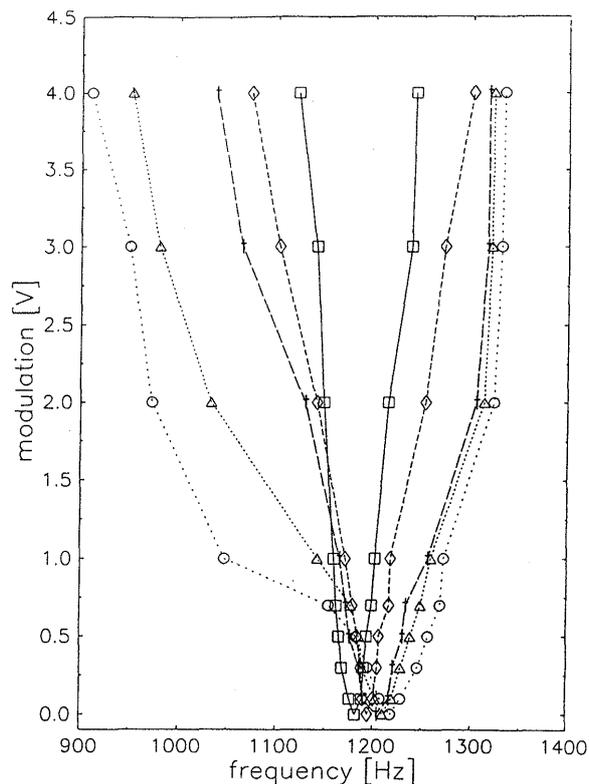


Fig. 6 Mode-lock state for the winding number $n=1$ for a Ne positive column, where $50 \text{ k}\Omega$ ($=R_d$) is shown by \square , $100 \text{ k}\Omega$ \diamond , $200 \text{ k}\Omega$ $+$, $400 \text{ k}\Omega$ and \triangle $1.2 \text{ M}\Omega$ \circ , respectively.

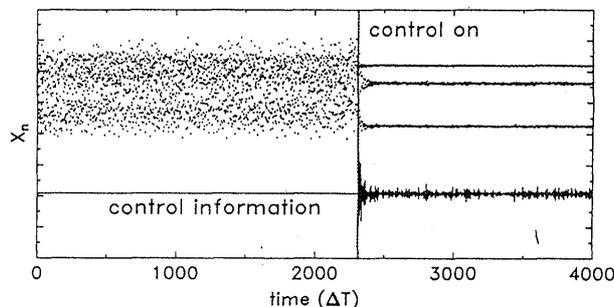


Fig. 7 Time-recorded signals of the electric field over a time during which the control is switched on. A Ne positive column with 2.0 cm in diameter is used.

されている。外部振動がないとき X_n は、ある広がりを示す (AT が広がりを示すことに対応する)。外部振動がオンになると X_n は、印加振動を含めて4つの線に収束している。

4.1.6 むすび

DC グロー放電陽光柱に発生する電離波動は外部パラメータによって性質を簡単に制御できる。DC グロー放

電陽光性は、外部電源回路を通したフィードバックループにより不安定になる傾向を有する等、系にカオスの挙動が現れる条件を満たしている。系の制御パラメータは多数あるが、本解説では比較的取扱いが簡単な放電電流を制御パラメータとしたときについて説明した。電流の増加したとともに不安定性は正弦波振動からカオスへの準周期的ルートが観測される。その間、6周期、3周期等の周期窓が観測できる。

この波動は、放射光の変動により非接触的に系に影響することなく簡単に検出できる。不安定性の周波数も100 Hz~100 kHz程度であるので、検出回路も特別な考慮は不要である。電離波動は、系の不安定性のカオス的挙動の実験に好都合な対象である。今後、この不安定性を用いたカオス的挙動の研究の進展を期待したい。

本講座でHeの陽光柱についての実験は吉田徳生君(平成8年度修士論文)によるところが大きい、記してここに感謝します。

参考文献

- [1] J. Qin, L. Wang, D. P. Yuan, P. Gao and B. Z. Zhang, Phys. Rev. Lett. **63**, 163 (1989).
- [2] D. Weixing, H. Wei, W. Xiaodong and C. X. Yu, Phys. Rev. Lett. **70**, 170 (1993).
- [3] L. Rekarek. Sov. Phys. Usp. **11**, 188 (1968).
- [4] A. Garscadden, Gas. Electronics **1**, 65 (1978).
- [5] P. S. Landa, N. A. Miskinova and Y. V. Ponomarev, Sov. Phys. Usp. **23**, 813 (1980).
- [6] K. Ohe, Current Topics Phys. Fluids, **1**, 319 (1994).
- [7] W. L. Morgan and L. Vriens, J. Appl. Phys. **51**, 5300 (1980).
- [8] P. Grassberger and I. Procaccia, Phys. Rev. Lett. **50**, 346 (1983).
- [9] K. Ohe and H. Tanaka, J. Phys. D. **21**, 1391 (1988).
- [10] K. D. Weltmann, T. Brauer, H. Deutsch and C. Wilke, Contr. Plasma Phys. **35**, 225 (1995).
- [11] V. I. Arnol'd, *Geometric Methods in the Theory of Ordinary Differential Equation*, 2nd edn. (Springer Verlag 1988).
- [12] K. Ohe and S. Takeda, Beitrage der Plasmaphysik. **14**, 55 (1974)
- [13] K. D. Weltmann, T. Klinger and C. Wilke, Phys. Rev. E **52**, 2106 (1995).