

小特集

クーロン強結合プラズマの物理

2. 高密プラズマ物質の統計物理

— 金属水素を中心に —

一 丸 節 夫, 家 富 洋¹⁾

(東京大学, ¹⁾新潟大学理学部)

Statistical Physics of Dense Plasma Materials : Metallic Hydrogen

ICHIMARU Setsuo and IYETOMI Hiroshi¹⁾

The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan

¹⁾*Department of Physics, Niigata University, Niigata 950-2181, Japan*

(Received 16 June 1999)

Abstract

Classical and quantum simulation methods based on Monte Carlo and density functional approaches are described; these play vital parts in elucidation of fundamental properties of condensed plasmas. Issues of metallization and magnetization in ultradense hydrogen matter are reviewed in conjunction with experiments in recent ultrahigh-pressure metal physics and with stellar structure and magnetism.

Keywords:

dense hydrogen matter, Monte Carlo method, quantum simulation, metal-insulator transition, magnetic transition, shock-compression experiment, stellar ferromagnetism

2.1 はじめに

軽い気体の代表として知られる水素は、星の内部のような超高密状態では金属として振る舞う[1]。水素は宇宙組成第一位(質量比で約70%)の元素であり、その相状態は天体内部や表面でのエネルギーや磁場の変換輸送の効率を支配する。このように水素の物理学は各種天体の形成・内部構造・進化過程を見通すにあたり必須の要綱となっている。

計算機シミュレーションは、これら高密プラズマの物性を解明するのに、今や不可欠の技術となっている。高密物質では量子効果が顕著であり、シミュレーションもこの特徴を正しく反映したものではなくてはならない。こ

れらシミュレーション手法の解説から、以下本章を始める。

2.2 モンテカルロ法

高密プラズマの極限物性を支配する強相関かつ非線形の効果を明らかにするため、計算機によるシミュレーション解析が早くから進められた。Brush-Sahlin-Teller [2] は、古典論的な一成分プラズマ(OCP)についてメトロポリス(Metropolis)アルゴリズムを用い、先駆的なモンテカルロ(MC=Monte Carlo)計算を行った。

MC法とは問題の解決にあたり乱数を用いる手法一般をいう[3]。計算機の数値・容量の向上と重み付きサンプリング(importance sampling)技術の発達により、高精度

author's e-mail: ichimaru@tt.rim.or.jp

hiyetomi@geb.ge.niigata-u.ac.jp

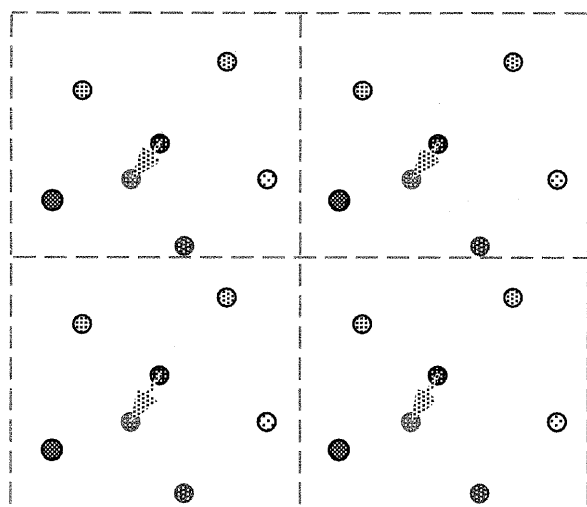


Fig. 1 Monte Carlo cells with periodic boundary conditions.

の多重積分計算が可能になり，MC法が飛躍的に進歩した[4]．MCシミュレーションを注意深く用いると，強結合プラズマの熱力学関数や多体相関について，精度のよい情報を得ることができる．

メトロポリスアルゴリズム[5]は，定温・定容積・定粒子数の正準集合を前提とする．Fig. 1で例示するように，有限サイズのMCセルに周期境界条件を組み合わせ，一様な無限系を表現する．この場合，粒子間相互作用は周期境界条件のもとたす‘複合粒子’のつくるエヴァルト(Ewald)ポテンシャル[6]で記述される．

MCシミュレーションは次のように行われる．セル中の粒子をランダムに選び，それにランダムな変位を加える(Fig. 1)．変位の結果生ずる相互作用エネルギーの変化分を ΔE とすると，新しい配位は

$$P = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right), & \text{if } \Delta E > 0 \\ 1, & \text{if } \Delta E \leq 0 \end{cases}$$

の確率で受け入れられる．受け入れが拒否された場合，変位前の配位に戻し，これを‘新しい’配位とみなす．このように生成される配位の系列は，系の相互作用エネルギーを低くする方向に流れる．しかし系列のサイズ(配位の数)を十分に大きくとると，ついにはエネルギーが平均として下げ止り，いわゆる系の“熱化(thermalization)”が達成される．熱化された配位の系列をとり，それを系の正準統計分布の表現とする．第1章 Fig. 3で例示した二体分布などの多体分布関数は，この平衡配位系列から計算される．

2.3 量子シミュレーション

1970年代後半から1980年代にかけてのベクトル演算器をもったスーパーコンピュータの登場とともに高密度物質における量子多体効果の直接的なシミュレーションが可能になった．それら手法の中で最も有力と見られているのは，グリーン関数モンテカルロ法，経路積分モンテカルロ法，密度汎関数分子動力学法などである．以下にこれらシミュレーションの各手法を概説する．そこで述べられるように，各手法には温度・密度についての得意領域が定まっており，その得意領域の限界を超えることは計算機がいくら高速になっても困難である．高密度物質の量子物性の全貌解明に向けては，シミュレーションの結果を踏まえて進められる理論解析が果たす役割もまた大きい．

A. グリーン関数モンテカルロ法 (GFMC= Green's Function Monte Carlo)

GFMC法[4]は量子多体系の基底状態を数値的に求めるための方法である．その系の波動関数 Ψ が，虚時間 $\tau = it/\hbar$ について発展する場合を記述するSchrödinger方程式は

$$-\frac{\partial \Psi(R, \tau)}{\partial \tau} = (H - E_T) \Psi(R, \tau) \quad (1)$$

となる．ここで R は $3N$ 次元空間での粒子座標を表し， E_T は‘試行エネルギー’の意味をもつ任意の定数である．またハミルトニアン H は

$$H = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + V(R) \quad (2)$$

で与えられるものとする．ハミルトニアンの固有関数系(固有エネルギー： $E_\nu \geq E_0 - \nu = 0, 1, \dots$)で Ψ を展開すれば， Ψ は

$$\Psi(R, \tau \rightarrow \infty) \propto e^{-(E_0 - E_T)\tau} \phi_0 \quad (3)$$

により，虚時間の経過とともに，基底エネルギー E_0 をもつ基底状態 ϕ_0 に漸近することがわかる． Ψ の初期状態が ϕ_0 と直交していない限り，どのような状態から始めても(3)式が成り立つ．(3)式の意味—試行エネルギー E_T をうまく調節し基底エネルギーに合わせれば，波動関数は基底状態のものに収束する—を利用することにより，量子多体系の基底状態を正確に求めることができる．

以上GFMC法の基礎概念を説明したが，実際のシミュレーションでは，波動関数の初期状態に変分計算で得られた波動関数 Ψ_{var} を用いる．新しい関数 $f(R, \tau) =$

$\Psi_{\text{var}}(R)\Psi(R,\tau)$ を導入すると, f についての時間発展方程式は

$$\frac{\partial}{\partial \tau} f(R, \tau) = \sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i \cdot (\nabla_i f - f \nabla_i \ln \Psi_{\text{var}}^2) - (\Psi_{\text{var}}^{-1} H \Psi_{\text{var}} - E_T) f \quad (4)$$

となる. もし波動関数の節が変化しなければ f は正定値となり, f を確率分布関数とみなすことが可能になり, 方程式(4)は古典粒子の拡散現象のものと等価になる. (4)式の右辺第1項は拡散効果, 第2項はドリフト効果, 第3項は粒子の生成消滅過程を表す. このように, 波動関数について固定節近似を用いれば, 量子多体問題は古典粒子の拡散問題に帰着する. 粒子拡散の時間発展についてのグリーン関数を用いれば, 計算精度を失わず時間ステップを大きくできるので, シミュレーションを高速化できる. また, 変分関数が基底状態に近ければ, 波動関数の節を固定しなくても統計誤差が累積する前に, 波動関数を真の基底状態に収束させることができる.

GFMC法は, 完全縮退した電子系に適用され, 固相転移が100前後の r_s 値 - 第1章(6)式参照 - で起こることが示された[7]. また, 基底状態の高密固相水素について, 陽子と電子の量子性を同様に扱った GFMC 計算が行われた[8].

B. 経路積分モンテカルロ法 (PIMC=Path-Integral Monte Carlo)

統計力学を Feynman によって創始された経路積分で定式化すれば, 量子系と古典系の間に一対一の対応関係をうちたてることができる[9]. 有限温度系 ($k_B T = 1/\beta$) の熱平衡状態は密度行列 ρ で記述され, ハミルトニアン(2)式の下で, ρ は Bloch 方程式

$$-\frac{\partial \rho}{\partial \beta} = H \rho \quad (5)$$

に従う. 座標表示による Bloch 方程式の解を β 方向に分解すれば,

$$\rho(R, R'; \beta) = \int \cdots \int dR_1 dR_2 \cdots dR_{P-1} \rho(R, R_1; \beta/P) \rho(R_1, R_2; \beta/P) \cdots \rho(R_{P-1}, R'; \beta/P) \quad (6)$$

と書ける.

(5)式を β で積分するにあたり, 積分区間 $[0, \beta]$ を P 分割し, 問題とする温度に対応する β 値まで積分する. 分割数 P を十分大きくとれば高温近似が有効になり,

$$\rho(R_1, R_2; \beta/P) = \left(\frac{mP}{2\pi\hbar^2\beta} \right)^{3N/2} \times \exp \left\{ -\frac{mP|R_1 - R_2|^2}{2\hbar^2\beta} - \frac{\beta}{2P} [V(R_1) + V(R_2)] \right\} \quad (7)$$

により, 密度行列を正確に計算することができる. ここで粒子の統計性は無視した. また物理量の計算には, その量と密度行列の積についてトレース和を取るため, 両端での粒子配位は等しくなる.

上記の定式化を基に, 問題とする量子系を P 個の古典粒子から成るポリマー多体系に還元し (Fig. 2 参照), 古典系に対して開発された MC 法 (第2章第2節)などを適用すると, PIMC 法の意味がわかりやすくなる[10]. 一つのポリマー内の隣り合う粒子は “ばね定数” $mP/(\beta\hbar)^2$ でつながる. ポリマー間については, 対応する粒子同士が換算ポテンシャル $V(R)/P$ で相互作用する. 原系における粒子の量子性はポリマーの広がりやすさに反映され, 粒子の統計性はポリマー同士の組み替え過程で置き換えられる. したがって, 経路積分表示に基づく量子シミュレーションは自然な形で古典極限へと移行する. フェルミ統計においては一つの組み替えに対して統計的重みの符号を反転させなければならないので, ボーズ統計に比して量子統計の特性が顕著になる. したがって, 頻繁な組み替えが生じると, フェルミ粒子系の ‘負符号問題’ が深刻になる.

PIMC法は, クーロン固体[11]および荷電ボーズ液体[12]の状態式, 水素プラズマ中の分子形成[13], さらに高密 OCP 中での核融合反応増倍率[14]の計算に, 有効に適用されている.

C. 密度汎関数分子動力学法 (DFMD=Density-Functional Molecular Dynamics)

分子動力学法は, 古典論的なイオンなどニュートンの運動方程式に従う粒子系の位相空間での振る舞いを時間的に追跡する. この方法は, 確率論的な MC 法と並んで多体系シミュレーションにおける有用な手法となっている[10]. 一方, 非一様な電子系の基底状態を求める有力な方法に密度汎関数理論[15]がある. この理論の枠組内で, Kohn-Sham の局所密度近似による交換相関ポテンシャルを用いた電子状態のバンド計算が, 成功裏に進められた. この分子動力学法と密度汎関数理論とを組み合わせたハイブリッド手法が, 1985年に Car と Parrinello により提案された[16].

通常のプラズマ物質ではイオン質量が電子質量に比べてはるかに大きいので, 電子系に対して Born-

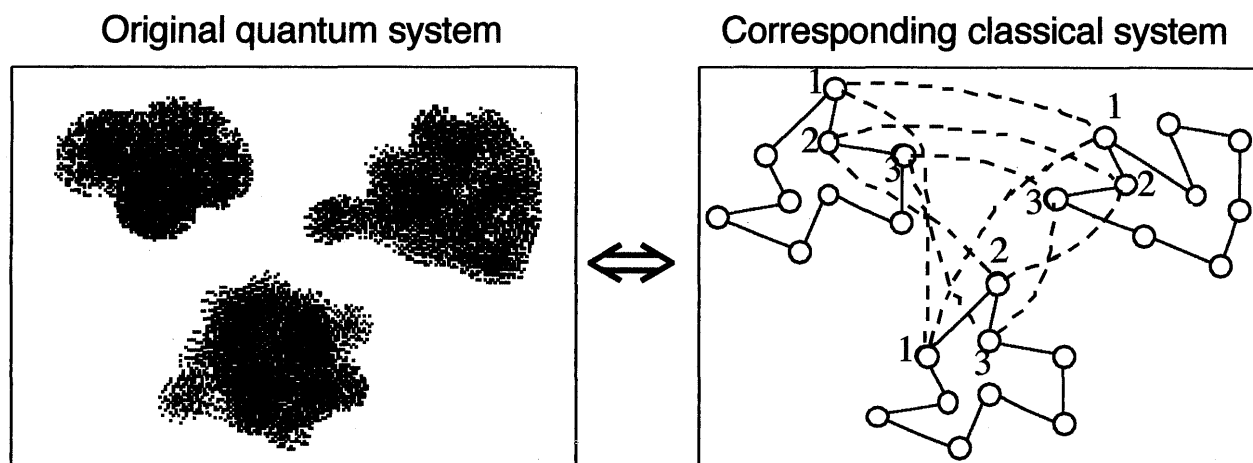


Fig. 2 One-to-one correspondence between a quantum system and a classical system in the path-integral formulation. Each quantum particle may be looked upon as a classical polymer chain of P atoms. When a binary potential $V(R)$ of interaction operates for the quantum system, the polymer chains may be viewed as interacting through reduced potentials $V(R)/P$ (depicted by dashed lines). The classical polymer chains approach asymptotically to the quantum system as P increases. The quantum statistics relates to reconnection between the polymer chains.

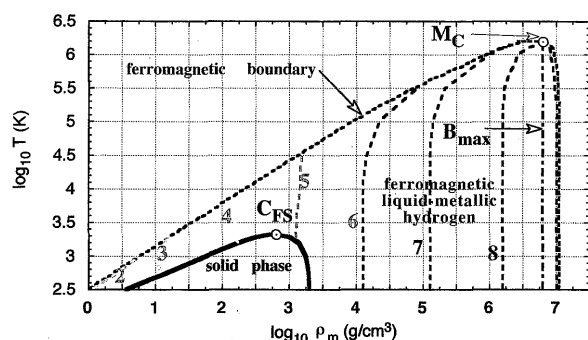


Fig. 3 Phase diagram of metallic hydrogen describing partial spin-ordering and Wigner crystallization. The thick solid curve depicts the phase boundary between fluid and solid, with C_{FS} designating the associated critical point. The dashed curves describe the conditions at a constant strength of magnetization, with the numerals denoting the decimal exponents of the field strength B_M in gauss; M_C designates the magnetic critical point.

Oppenheimer 近似の一種である‘断熱近似’が成り立つ。DFMD 法では、密度汎関数理論の全エネルギーから決まるこの‘断熱ポテンシャル’に従う形で、イオン系の動力学計算を効率的に実行することができる。高密水素の分子相[17]や金属相[18]の静的および動的物性が、DFMC 法により調べられている。

2.4 高密水素物質のいろいろな状態

高密水素は天体の主要構成要素である。恒星や木星型惑星内部でのエネルギーや磁場の形態の変換、またこれらを天体の表面に運び出す効率は、水素物質の金属化・固化・磁化など相転移と深くかかわり合っている。

A. 液体金属水素の固化転移と磁化転移

金属水素は、自由な伝導電子群とクーロン相互作用によって強く結合した陽子系からなり、その陽子系の秩序状態により固相と液相に分かれる。金属水素はさらに陽子系のスピン配列状態により常磁性と強磁性とに分かれる。このような金属水素の相状態を理解するには、第1章第4節Aで取り上げた電子液体から出発するのがわかりやすい。陽子も電子と同様にフェルミ粒子であり、その間には通常のクーロン斥力に加えて交換斥力がはたらく。したがって、電子液体についての考察が、適当な補正のもとで液体金属水素の陽子系についても成り立ち、固液相間転移や磁化転移に関する相図を導くことができる。

陽子と電子の質量比が非常に大きい ($m_p/m_e \sim 1836$) ので、金属水素の記述に Born-Oppenheimer 近似が適用できる。金属水素は高密状態にあるので、その部分系である電子群は、陽子系の電荷を遮蔽する負の背景電荷群の役割をはたす。この近似の下、陽子系について、電子系の第1章(4), (6), (7)式に対応する無次元パラメータ：

$$R_s \equiv \frac{m_p e^2 a}{\hbar^2} \exp(-0.85 K_s) \quad (8)$$

$$\theta \equiv \frac{2m_p k_B T}{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}} \quad (9)$$

$$\Gamma_s \equiv \frac{e^2}{ak_B T} \exp(-0.85 K_s) \quad (10)$$

を定義することができる．式(8)～(10)中で電子の遮蔽効果を表すパラメータ K_s は，相対論的な高密領域 ($r_s \leq 0.1$) [19]を含めて，

$$K_s = \begin{cases} 0.1718 + 0.9283 r_s + 1.591 \times 10^2 r_s^2 - 3.800 \times 10^3 r_s^3 \\ \quad + 3.706 \times 10^4 r_s^4 - 1.311 \times 10^5 r_s^5, & (r_s \leq 0.1) \\ 1.239 r_s^\nu \left(\tanh \frac{1.061}{\theta} \right)^{1/2}, & (r_s > 0.1) \end{cases} \quad (11)$$

$$\nu = \frac{0.435 + 0.024 \theta^{2.65}}{1 + 0.048 \theta^{2.65}}$$

と計算される[20]．

超高密金属水素の固化転移や磁気転移の様相を Fig. 3 に，また液固相転移の臨界点 C_{FS} および磁気臨界点 M_C での物理諸量を Table 1 に示す[21]．スピン分極率，第1章(10)式を ζ とすると，磁化の強さは

$$B_M = 4\pi\mu_p \zeta n$$

$$(\mu_p = 1.4106 \times 10^{-23} \text{ erg/G} : \text{陽子の核磁気モーメント})$$

で与えられる．特に注目すべきは，スピン磁化の強さが最高 2×10^8 G，磁気臨界温度が 1.6×10^6 K に達すること，および液固相転移臨界点での Γ_s が568と大きな値をとることである．これらの特長は白色矮星超強磁場の成因に結びつく可能性がある（第2章第5節B）．

B. 金属絶縁体間転移

Fig. 4 に金属絶縁体間 (MI=metal-insulator) 転移に関する水素物質の相図を示す．この相図を導くにあたっては，金属相（固相，常磁性液相，強磁性液相，部分電離原子・分子混合相）および絶縁体相（分子固相，分子液相，原子・分子混合液相）の各々で精度の確証された熱力学関数の理論式が，その基礎となる．特に MI 転移の近傍では，金属相の電子と陽子が束縛状態に類似の強い結合を示す物理効果や，伝導電子の遮蔽により分子状水素の解離と電離が促進加速される効果を，状態式や電子

Table 1 Physical parameters at the critical points in the phase diagram of metallic hydrogen given in Fig. 3.

	C_{FS}	M_C
ρ_m (g/cm ³)	6.3×10^2	6.3×10^6
R_s	184	11.7
T (K)	2.1×10^3	1.6×10^6
θ	0.176	0.280
B_M (G)	5.0×10^4	9.0×10^7
Γ_s	568	22.6

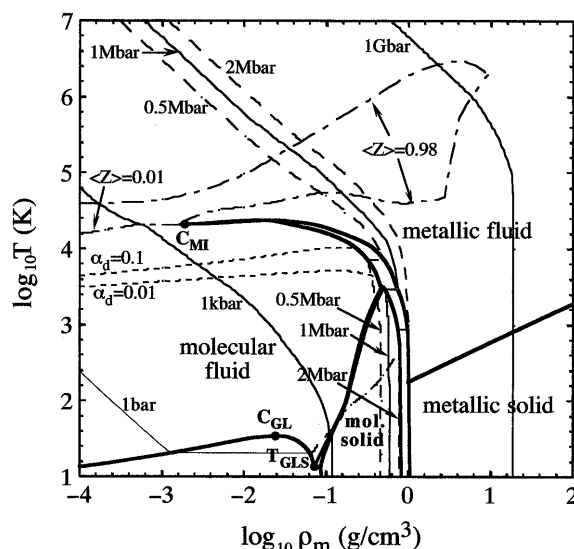


Fig. 4 Phase diagram of hydrogen. C_{MI} and C_{GL} denote the critical points of the metal-insulator and the gas-liquid transitions, respectively; T_{GLS} indicates the gas-liquid-solid triple point. $\langle Z \rangle$ and α_d denote the degrees of ionization and atomic dissociation. The dot-dashed curve represents the isentrope starting from (20 K, 1 bar), drawn in conjunction with the Livermore experiment [26].

伝導の理論に正しく組み込むことが肝要である．このようにして得られた状態式は実験データなど既知の事項をもよく再現する[20]．

MI 転移の熱力学特性を要約しておこう．金属相と絶縁体相が共存するという条件下で，圧力 P ，温度 T ，化学ポテンシャル μ 以外のすべての熱力学量は，不連続な‘とび’を示す．このとびは臨界点 C_{MI} で消滅する．絶縁体相は液相または固相の主に分子状の水素，金属相は伝導電子系と固相または液相の陽子系とからなる．基底状態に近い低温では圧力 2.42 Mbar で六方最密構造の分子固相（密度 0.844 g/cm^3 ）から体心立方構造の金属固相（密度 1.068 g/cm^3 ）に転移する[20]．一方，Ceperley と Alder は GFMC 計算により，圧力 3.0 Mbar で面

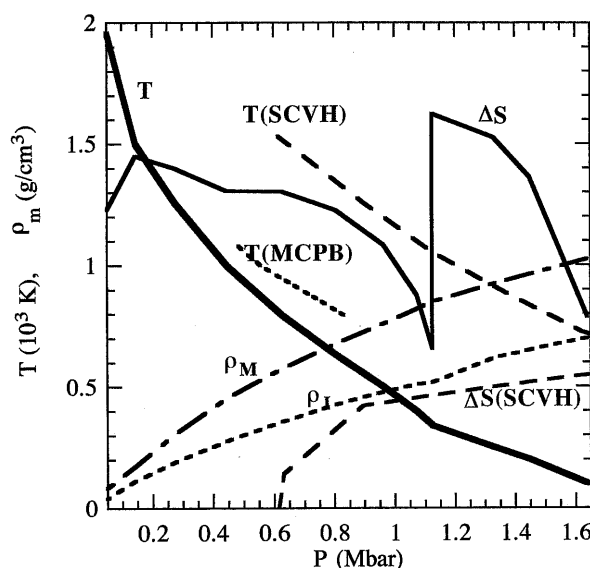


Fig. 5 Plots of T , ρ_M (mass density on the metal side), ρ_I (mass density on the insulator side) and $\Delta S (= S_M - S_I)$ as functions of the pressure along the metal-insulator coexistence boundaries. MCPB (Ref. 13); SCVH (Ref. 22).

心立方構造の分子固相（密度 0.99 g/cm^3 ）から立方晶系の金属固相（密度 1.22 g/cm^3 ）へ転移するとの結論に達した[8]。仮定された微細構造の微妙な違いや MC 粒子数（原子数で $64 - 432$ ）の少なさを考えにいと、これら 2 組の計算結果はほぼ等価とみてよい。

熱力学関数が共存曲線に沿って変化する様相を Fig. 5 に示す。P-T 曲線が右下りであることに注目しよう。このことは金属系がもつ負のクーロンエネルギー—第 1 章 (9) 式参照—と密接な関係があり、MI 転移の特徴である。また金属化によりエントロピー S やエンタルピー W は増す。これは、解放された伝導電子が位相空間でより多い自由度をもつからである。つまり金属化は吸熱過程であり、この点ではおなじみの気化過程や融解過程と似ている。さらに比較のために、Saumon *et al.* [22] によるモデル計算の結果や、Magro *et al.* [13] による PIMC 計算の結果も、Fig. 5 に示す。

C. 衝撃加圧実験

水素の金属化を実験室で実現することは、Wigner と Huntington の予言以来、高压金属物理学における至上の課題であった。ワシントンにあるカーネギー研究所では、ダイヤモンドセル法で水素を加圧し、 1.49 Mbar で金属化の証拠とみられる導電性の電子群の生成を検知した[23]。その後、この電子群の出所が水素の金属化からではなく、むしろ“圧力計”として用いたルビー粉末

(Al_2O_3) の“金属アルミニウム化”では・・との疑いが提起された[24]。ダイヤモンドセル加圧法による水素の金属化は、 2 Mbar にせまる再実験でも、まだ確認されていない[25]。

高压金属物理実験のもう一つの有力な手段は衝撃加圧である。最近、リヴァモア国立研究所で、改良された衝撃加圧法を用いた複数のグループ[26,27]が、水素金属化の成功を報じた。圧力電離を実現するため、圧縮速度を抑え水素の加熱を避け、いわゆる“反響型 (reverberating)”断熱圧縮を指向したのが、改良の要点であった。なかでも Weir *et al.* [26] は、到達圧力 ($1.0 - 1.8 \text{ Mbar}$) と電気抵抗率 ($0.4 - 0.0005 \Omega \cdot \text{cm}$) を精度よく実測した。

Weir *et al.* は、半導体のバンド理論などを借用のうえ実験過程を解析し、観測された金属化過程は束縛電子が分子状水素系の半導体的なエネルギーギャップを熱的に超えることによる連続転移である、との解釈を与えた。この解釈は一連の第一原理理論（例えば Fig. 5）の予知するところ—一次の不連続転移—と本質的にくい違っている。実際参考文献[11]では実験データが一次の MI 転移と事実上矛盾しないことが示されている。Weir *et al.* の解釈の誤りは、MI 転移現象を“半導体モデル”の枠組みに押し込んだこと、圧縮金属化過程の解析にあたり絶縁体相の状態式のものに頼ったこと、の 2 点にある。解釈上のこの違いは、木星の内部構造やエネルギー放出問題への解答（次節）にも響いてくる。

2.5 天体の内部構造と強磁場

木星など巨大惑星や白色矮星など縮退星といった各種天体で観測されている内部構造や磁場にかかわる問題を、高密水素物質の物性とくに相転移の視点から検討してみよう。

A. 木星の過剰赤外放射

ローマ神話の天空神ジュピターをその名とする木星は、実際のところ太陽から受ける放射を反射して輝いているに過ぎない。また太陽から受ける放射の一部は木星内部に吸収され、温度 129 K の赤外線として表面から再放出される。太陽系探索衛星パイオニア10や11などによる観測データを解析した結果、木星が赤外線として放射するエネルギーは、木星が吸収する太陽放射のエネルギーよりはるかに大きいという事実がわかった。つまり、木星は内部に固有のエネルギー源をもつ発熱体である。これが木星の“過剰赤外放射”であり、そのエネルギーの源を質すことが惑星物理学への課題である。過剰赤

外放射問題に対するこれまでの“標準的な”回答は、「木星が太陽系の一員として生まれた時すでに持っていた熱エネルギーを、今にいたるまで徐々に放出している・・・」というもので、木星物質の状態式や相転移について今ほど理解されていない時代に提唱された。

木星の“年齢”は 4.5×10^9 年といわれる。この間、現在の割合 $L_{\text{ex}} \approx 4.6 \times 10^{17}$ W で過剰放出が継続していたと仮定すると、放出エネルギー総量は約 6.5×10^{34} J となる。一方、熱エネルギーの放射により木星は冷えるので、MI 転移が進み絶縁体相の表層部分（第1章 Fig. 5 参照）が成長する。これは、前節の金属化とは逆の発熱過程であり、潜熱 $T\Delta S$ を放出する。木星内ですでに絶縁体相となった水素の全質量は、木星質量の約10%と推定されている。これらの値を Fig. 5 の熱力学特性と組み合わせると、木星中での MI 転移に伴う潜熱が、上記の過剰赤外放射総量の約 1/6 を賄えそうである。

木星内部エネルギーの変換輸送過程と固有放射の効率、その構成物質の状態式とそれによってきまる内部・表層・外気の構造やエネルギー伝達の仕組みに強く依存する。水素の絶縁体金属間転移の特性は、巨大惑星の内部構造を明らかにするための必須課題である。過剰赤外放射問題の解決は、これらを総合する研究の今後の進展に負うところが大きい。

B. 磁気白色矮星

超高密金属水素の固化転移や磁気転移の様相は、磁気白色矮星で観測されている超強磁場の成因の説明に関係がありそうである。Fig. 3 や Table 1 で示されているように、スピン磁化の強さは最高 2×10^8 G に、また磁気臨界点の温度は 1.6×10^6 K に達する。一方、25の磁気白色矮星について、実測の表面磁場強度と実効表面温度 T_{eff} との間の対応関係がプロットされている[28]。磁場強度は可視光赤外線領域の偏波特性や可視光のサイクロトロン線またはゼーマン線の観測から決められた。また表面温度は輝度の観測値と表面積の推定値から黒体放射を仮定して導かれた。このプロットをみると、表面磁場強度は二三の例外を除き上記最高値 (2×10^8 G) 以下に留まり、また表面温度は磁気臨界温度の1%以下である。金属水素中の陽子系が核スピン整列をし、その核強磁性が天体磁場と結びつくためには、「物質の状態が相図の強磁性領域内に入る」という条件を満足しなければならない。必要な金属水素の密度は、表層に多くの水素成分を残す白色矮星 (hydrogen-rich white dwarf) 表面下の球殻内で実現されそうである。また、すべての T_{eff} は固液相転移の臨界温度 2.1×10^3 K を超えるので、金属固

相を問題にする必要はない。

二三の白色矮星の観測磁場強度は、金属水素の強磁性のみで理論上可能な値 2×10^8 G を超える。このような超強磁場をもつ白色矮星については、強磁性磁場を‘種’に‘ダイナモ’のような磁場の増倍機構を別途用意し対応せねばなるまい。ここで白色矮星の多くに自転（角回転数： ω_{WD} ）が観測されていることに着目しよう。磁気臨界点付近の金属水素の電気抵抗率は 1.65×10^{-11} $\Omega \cdot \text{cm}$ と評価されるので、自転する磁気白色矮星の磁気レイノルズ数は、

$$R_m \equiv \frac{4\pi R_{\text{WD}}^2 \omega_{\text{WD}}}{\rho_E c^2} \approx 1.4 \times 10^{16} \left(\frac{R_{\text{WD}}}{5000 [\text{km}]} \right)^2 \left(\frac{\omega_{\text{WD}}}{2\pi/\text{day}} \right)$$

と計算される。この値は木星磁場や太陽のフレア現象の場合と比べても桁外れに大きいので、導電性流体の運動がより効率的に磁力線を引き伸ばしダイナモ機構を維持するに十分であろう。磁気白色矮星の超強力磁場は、このように超高密金属水素の強磁性転移と関係をもつ可能性が大きい。

参考文献

- [1] E. Wigner and H.B. Huntington, J. Chem. Phys. **3**, 764 (1935).
- [2] S.G. Brush, H.L. Sahlin and E. Teller, J. Chem. Phys. **45**, 2102 (1966).
- [3] 例えば, F. James, Rep. Prog. Phys. **43**, 73 (1980).
- [4] 例えば, D.M. Ceperley and M.H. Kalos, *Monte Carlo Methods in Statistical Physics*, edited by K. Binder (Springer, Berlin, 1979) p.145.
- [5] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller and E. Teller, J. Chem. Phys. **21**, 1087 (1953).
- [6] P.P. Ewald, Ann. Physik **64**, 253 (1921).
- [7] D.M. Ceperley and B.J. Alder, Phys. Rev. Lett. **45**, 566 (1980).
- [8] D.M. Ceperley and B.J. Alder, Phys. Rev. B **36**, 2092 (1987).
- [9] 例えば, R.P. Feynman and A. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw Hill, New York, 1965); R.P. Feynman, *Statistical Mechanics* (Benjamin, New York, 1972).
- [10] 例えば, M.P. Allen and D.J. Tildesley, *Computer Simulation of Liquids* (Oxford University Press, New York, 1987).
- [11] H. Iyetomi, S. Ogata and S. Ichimaru, Phys. Rev. B

- 47, 11703 (1993).
- [12] M.D. Jones and D.M. Ceperley, Phys. Rev. Lett. **76**, 4572 (1996).
 - [13] W.R. Margo, D.M. Ceperley, C. Pierleoni and B. Bernu, Phys. Rev. Lett. **76**, 1240 (1996).
 - [14] S. Ogata, Phys. Rev. Lett. **77**, 2726 (1996); Astrophys. J. **481**, 883 (1997).
 - [15] 例えば, W. Kohn and P. Vashishta, *Theory of Inhomogeneous Electron Gas*, edited by S. Lundqvist and N.H. March (Plenum, New York, 1983) p.79.
 - [16] R. Car and M. Parrinello, Phys. Rev. Lett. **55**, 2471 (1985).
 - [17] D. Hohl, V. Natoli, D.M. Ceperley and R.M. Martin, Phys. Rev. Lett. **71**, 541 (1993).
 - [18] J. Kohanoff and J.-P. Hansen, Phys. Rev. Lett. **74**, 626 (1995).
 - [19] S. Ichimaru and K. Utsumi, Astrophys. J. Lett. **269**, L51 (1983).
 - [20] H. Kitamura and S. Ichimaru, J. Phys. Soc. Jpn **67**, 950 (1998).
 - [21] S. Ichimaru, Phys. Lett. A **258**, 354 (1999).
 - [22] D. Saumon, G. Chabrier and H.M. Van Horn, Astrophys. J. Suppl. **99**, 713 (1995).
 - [23] H.K. Mao, R.J. Hemley and M. Hanfland, Phys. Rev. Lett. **65**, 484 (1990).
 - [24] A.L. Ruoff and C.A. Vanderbough, Phys. Rev. Lett. **66**, 754 (1991).
 - [25] R.J. Hemley, H.-k. Mao, A.F. Goncharov, M. Hanfland and V. Struzhkin, Phys. Rev. Lett. **76**, 1667 (1996).
 - [26] S.T. Weir, A.C. Mitchell and W.J. Nellis, Phys. Rev. Lett. **76**, 1860 (1996).
 - [27] L.B. Da Silva, P. Celliers, G.W. Collins, K.S. Budil, N.C. Holmes, T.W. Barbee Jr., B.A. Hammel, J.D. Kilkenny, R.J. Wallace, M. Ross, R. Cauble, A. Ng and G. Chiu, Phys. Rev. Lett. **78**, 483 (1997).
 - [28] 例えば, S. Ichimaru, Phys. Lett. A **235**, 83 (1997).