

講座

まず「MHD」を

3. MHD でわかる波動現象

大澤 幸治

(名古屋大学大学院理学研究科)

MHD Waves

OHSAWA Yukiharu

Department of Physics, Nagoya University, Nagoya 464-8602, Japan

(Received 16 February 2001)

Abstract

An introductory review of magnetohydrodynamic waves is provided. First, on the basis of one-fluid magnetohydrodynamics, Alfvén and magnetosonic waves in a uniform magnetic field are described. Then, some properties of surface waves, which appear in a plasma with sharp boundary, are outlined. Finally, the magnetohydrodynamic waves are viewed in terms of a two-fluid model, and some nonlinear effects are discussed.

Keywords:

Alfvén wave, magnetosonic wave, surface wave, magnetohydrodynamics, two-fluid model, nonlinear evolution equation

3.1 はじめに

プラズマとは荷電粒子から成る気体ですが、それがあたたかも流体のように振る舞うとして扱うのが磁気流体の理論です。イオンと電子とは質量が1,800倍以上違いますが、イオンと電子とをそれぞれ異なる流体として取り扱うと二流体モデルで、プラズマ全体を一つの流体のように取り扱うのが一流体モデルです。磁気流体力学(magnetohydrodynamics: MHD)という、単に一流体(one-fluid magnetohydrodynamics)の取り扱いを指すことが多いようです。ここでもMHDは単に一流体を指すものとします。

MHD的な揺動は、1) 低周波で、2) 電子もイオンも動き、3) 磁場も変動します。1) と2) は無関係ではなく、電子だけでなくイオンも動くのは低周波の現象だからです。これとまったく異なる性質を持つ波は、例えば、電子プラズマ波です。電子プラズマ波は、1) 高周

波であり(周波数が電子プラズマ周波数よりも大きい)、2) 電子のみ動いてイオンはほとんど動かず、3) 縦波であって磁場や横電場の変動を伴いません(波数 k に対して直角方向の電場を横電場、平行方向の電場を縦電場と呼びます)。

イオン運動の特徴的周波数は、イオンジャイロ周波数

$$\omega_{ci} = q_i B / (m_i c), \quad (1)$$

と、イオンプラズマ周波数

$$\omega_{pi} = (4\pi n_i q_i^2 / m_i)^{1/2}, \quad (2)$$

で、多くの場合

$$\omega_{ci} \ll \omega_{pi}, \quad (3)$$

author's e-mail: ohsawa@phys.nagoya-u.ac.jp

です(本章では cgs 単位系を用いています). 例えば, トカマクでは $\omega_{ci}/\omega_{pi} = 10^{-2} \sim 10^{-1}$ のオーダー, 太陽コロナや惑星間空間では磁場が弱いのでこの比はさらに小さくなります. ただし, 太陽コロナの磁力管内では $\omega_{ci}/\omega_{pi} = 10^{-2} \sim 10^{-1}$ と成りえます. MHD 理論で考える周波数は, これら 2つの周波数よりも十分に小さいとします. また, イオン運動の特徴的長さはジャイロ半径

$$\rho_i = v_{\perp}/\omega_{ci}, \quad (4)$$

($v_{\perp}$ は磁場に直角方向の速さ) と, 慣性長

$$c/\omega_{pi} = v_A/\omega_{ci}, \quad (5)$$

等が考えられますが, MHD 理論で考える長さは, これら 2つの長さよりも十分に長いとします. なお, 上の式に示したように, 慣性長 c/ω_{pi} はイオンがアルヴェン速度 v_A で動いているときのジャイロ半径に等しくなります (v_A に対する通常の定義式は次節の式(12)で与えます).

MHD の基礎方程式の一つに

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c = 0, \quad (6)$$

があります. ここで $\mathbf{v}$ は, プラズマを一つの流体として見た時の流体的速度です. 上の $\mathbf{E}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ はすべて時間的・空間的に変動する量です. この式は, プラズマが電気抵抗の非常に少ない流体であって, 抵抗を無視できることを示しています. また, 流体の静止系で見ると電場は零であることをも示しています. 上の式と $\mathbf{B}$ との内積を取ると

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (7)$$

を得ます. これは磁場に平行方向の電場がゼロであることを示します. なお, 式(6)ではなく

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c = \eta \mathbf{J}, \quad (8)$$

を使う場合は resistive MHD と呼ばれます. η は抵抗, $\mathbf{J}$ は電流密度です. 電気抵抗を含んだ式(8)は磁気再結合などの現象で使われます[1]. これに対して式(6)を使う場合は ideal MHD と呼ばれます. ここで扱うのは主に式(6)の場合です.

式(6)に基づく ideal MHD では, ある閉曲線で囲まれ

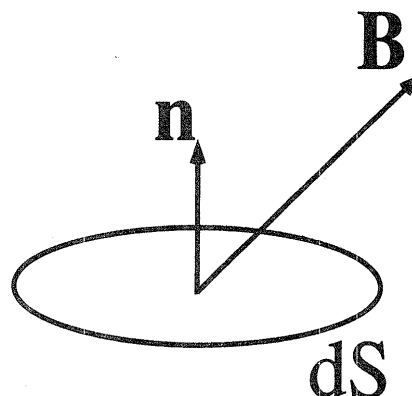


Fig. 1 Geometry of magnetic field $\mathbf{B}$, small surface $d\mathbf{S}$, and unit vector $\mathbf{n}$ perpendicular to the small surface $d\mathbf{S}$.

た面を貫く磁場の総量 (Fig.1 参照)

$$\phi = \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (9)$$

は, 時間とともに変わりません ($\mathbf{n}$ は面に対する法線方向の単位ベクトル). すなわち

$$\frac{d\phi}{dt} = 0, \quad (10)$$

です. つまり, MHD 流体の速度 $\mathbf{v}$ は場所と時間の関数であり, 閉曲線の形は時々刻々変化することができますが, その面を貫く磁場の総量は変わりません. これは MHD 流体の非常に重要な性質の一つです. このことから, 直観的な表現として, 「磁力線とプラズマは一緒に動く」あるいは「磁力線はプラズマに凍結している (frozen in)」と言われます.

核融合装置におけるプラズマの平衡や安定性の研究は MHD が出発点となりますが, 宇宙プラズマにおける様々な現象[2,3], すなわち惑星間空間におけるアルヴェン波, 磁気音波, および衝撃波の伝播, 原始星や活動銀河核で見られる宇宙ジェットの形成も MHD 的現象です[4,5]. 太陽コロナや地球磁気圏における磁気再結合も MHD 的現象ですが, この場合には電気抵抗 (式(8)) が重要な役割を果たします.

3.2 アルヴェン波と磁気音波

MHD 的な波動について見てみましょう[6-8]. プラズマ中には電子波, イオン音波, バーンスタイン波等, 様々な波が存在しますが, 一様なプラズマ中を伝播する MHD 波 (すなわち十分に低周波で長波長の波) は 3 つだ

けです。ここではそれらをアルヴェン波と2つの磁気音波（速い磁気音波と遅い磁気音波）と呼ぶことにします。

3.2.1 アルヴェン波

ゴム紐と同じように磁力線には張力があり、「引張って伸ばす」と復元力が働きます。そしてその擾乱は磁力線に沿って伝わります。これがアルヴェン波です。アルヴェン波は密度揺動のない、非圧縮性の波です。プラズマが磁力線と一緒に動く（磁力線の凍結）として、Fig. 2のような擾乱を考えましょう。図において、波数ベクトル k は外部磁場に平行です。質量密度 ρ の媒質が $B^2/(4\pi)$ に比例する磁場の張力で揺られているとすると、その振動に対する最も簡単な方程式は

$$\rho \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{B^2}{4\pi} \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} = 0, \quad (11)$$

と書かれるでしょう。ここで、 x は波の伝播方向（すなわち弦の役割を果たす磁力線の方向）であり、 δ は弦の変位の大きさです。上の式からすぐに、この系での波の伝播速度はアルヴェン速度

$$v_A = [B^2/(4\pi\rho)]^{1/2}, \quad (12)$$

であることがわかります。

もう少し式を使って説明を補うと、MHD 流体に対する運動方程式は

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right] \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c}, \quad (13)$$

であり、右辺第2項は

$$\frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c} = \frac{1}{4\pi} \left(B^2 \kappa - \frac{1}{2} \nabla_{\perp} B^2 \right), \quad (14)$$

と変形できます。ここで κ は磁力線の曲率、 $\nabla_{\perp}$ は磁力線に垂直方向の微分です。したがって、式(14)の右辺第1項は磁場の張力を、第2項は磁場の圧力を示します。アルヴェン波では磁場の張力が主役です。

3.2.2 磁気音波

磁場に対して直角に伝わる振動を考えましょう。磁場は z 方向を向いているとして、プラズマの質量密度 ρ に、例えば、 $\sin(kx)$ のような揺動を与えます。「磁力線の凍結」によって磁力線も一緒に動くので、磁場にも同じような疎密ができるでしょう (Fig. 3 参照)。図において、磁力線の密な部分で磁場が強く、質量密度 ρ も高くなります。このような磁場の強弱ができると、強磁場の部分からは磁場の圧力による力が働いて、プラズマは拡がろうとします。この力が復元力となって磁場と密度の疎密波が伝わります。その伝播速度はやはりアルヴェン速度 v_A で与えられます。さらにプラズマの熱的圧力による反発力も考慮に入れるとその伝播速度は

$$v = (v_A^2 + c_s^2)^{1/2}, \quad (15)$$

となります。ここで c_s は磁場のない時の音波の速度

$$c_s = (\gamma p / \rho)^{1/2}, \quad (16)$$

です (γ は比熱比)。磁気音波には2つあると前に書きま

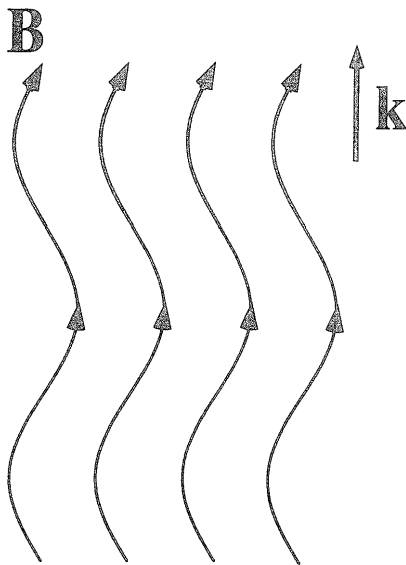


Fig. 2 Magnetic field lines and wave vector k . Here, the wave vector is parallel to the uniform external magnetic field.

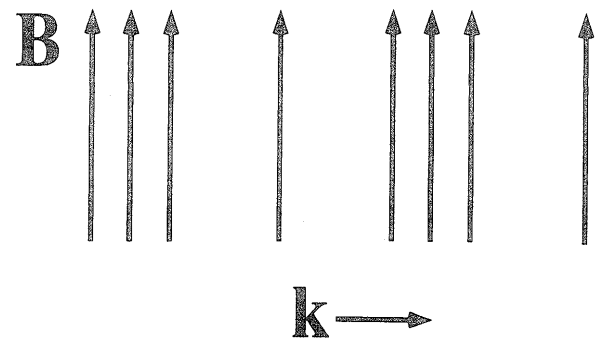


Fig. 3 Magnetic field lines and wave vector k . The wave vector is perpendicular to the uniform external magnetic field.

したが、ここで説明したのは速い磁気音波です。遅い磁気音波は磁場に直角方向には伝わりません。

3.2.3 磁場に対して斜めに伝わる波

外部磁場 $B_0 = B_0(\cos\theta, 0, \sin\theta)$ に対して斜めに進む MHD 波を考えましょう。伝播方向を x 方向にとり (Fig. 4 参照), プラズマと電磁場の変動を, 例えば,

$$v = v_1 \exp[i(kx - \omega t)], \quad (17)$$

$$B = B_0 + B_1 \exp[i(kx - \omega t)], \quad (18)$$

のように仮定しましょう。ここで, 添字 0 は平衡量, 添字 1 は微小な変動を表します。これらの式を MHD 方程式に代入して線形化すると周波数 ω と波数 k との間に

$$\omega^2/k^2 = v_A^2 \cos^2 \theta, \quad (19)$$

と

$$\omega^2/k^2 = (1/2)\{v_A^2 + c_s^2 \pm [(v_A^2 + c_s^2)^2 - 4v_A^2 c_s^2 \cos^2 \theta]^{1/2}\}, \quad (20)$$

の関係を導くことができます。式(19)はアルヴェン波です。この波の群速度 $\partial\omega/\partial k$ は磁力線方向を向いていることが式(19)からわかります。一方, 式(20)は2つの解を含んでおり, 正符号が速い磁気音波, 負符号が遅い磁気音波を表します。位相速度 ω/k の大きさを伝播角 θ の関数として示すと, Fig. 5 のようになります。ここでは, $v_A > c_s$ の場合を示しました。図において, $v_{||}$ は磁力線方向 ($\theta = 0$) の位相速度, $v_{\perp}$ は直角方向 ($\theta = \pi/2$) の位相速度です。速い磁気音波の位相速度の大きさは $v_A \leq \omega/k \leq (v_A^2 + c_s^2)^{1/2}$ の範囲にあります。磁場の存在にもかかわらず, この波は比較的等方的に伝わります。遅い磁気音波の位相速度の大きさは $\omega/k \leq c_s$ の範囲にあり, およそ音波の速さです。このモードは一般的にはランダウ減衰が大きいので, 速い磁気音波ほど重要ではありませんが, 激しい磁気再結合の時にはこのモードの衝撃波が形成されるという指摘があります[9]。

3.3 表面波

今までは一様なプラズマを考えてきましたが, 次にプラズマパラメータが空間的に変化している場合の波を考えましょう[10, 11]。一様な場合と比べると, 数学的にはかなり複雑な計算を必要としますが, 最初はあまり計算

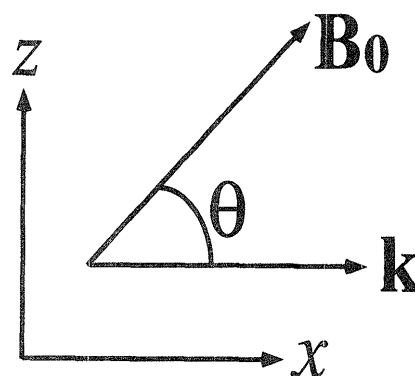


Fig. 4 External magnetic field B_0 and wave vector k .

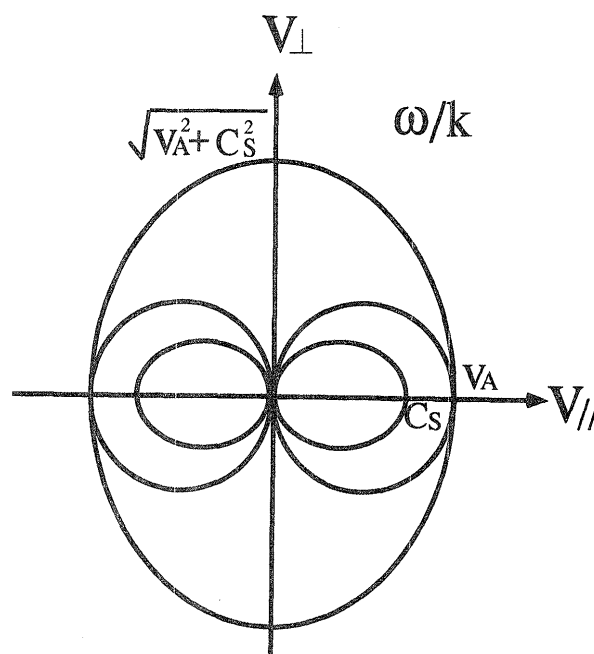


Fig. 5 Phase velocities ω/k of three MHD waves.

のことは気にしないで読んで, もしもより詳しく知りたいと思われたら引用文献を調べてください。簡単のために, プラズマパラメータは $-a \leq x \leq a$ の狭い範囲だけで変化するとし, その外では一定とします。平衡状態の磁場は z 方向を向いているとし, $x \leq -a$ での質量密度と磁場を $\rho_0 = \rho_I$, $B_0 = B_I$, そして $x \geq a$ で $\rho_0 = \rho_{II}$, $B_0 = B_{II}$ とします。この時, 揺動を

$$v = v_1(x) \exp[i(k_y y + k_z z - \omega t)], \quad (21)$$

$$B = B_0(x) + B_1(x) \exp[i(k_y y + k_z z - \omega t)], \quad (22)$$

等と仮定し, 簡単のため $k_y \gg k_z$ とすると, MHD 方程式

から

$$\frac{d}{dx} \left(\epsilon \frac{dv_{1x}}{dx} \right) - k_y^2 \epsilon v_{1x} = 0, \quad (23)$$

のような波動方程式を得ます。ここで $\epsilon(x)$ は

$$\epsilon(x) = \rho_0(x) \omega^2 - k_z^2 B_0(x)^2 / (4\pi), \quad (24)$$

と定義される量です。 $\epsilon(x)$ は遷移領域 $-a \leq x \leq a$ の間で ϵ_I から ϵ_{II} へと直線的に変化し、その外では一定値を取ると仮定しましょう。 $x \leq -a$ の領域で密度が高く、 $B_{II}^2 / \rho_{II} > B_I^2 / \rho_I$ の場合を想定して Fig. 6 を描きました。すると、遷移領域とその外側の2つの領域で式(23)は解けます。それら3つの領域の解をつなげると、分散式

$$\frac{1}{\epsilon_I} + \frac{1}{\epsilon_{II}} = \frac{2\pi i a k_y}{|\epsilon_{II} - \epsilon_I|}, \quad (25)$$

を得ます。これは階段状の変化 ($ak_y \rightarrow 0$) の時には右辺が零となって、振動数 ω_0

$$\omega_0^2 = \frac{k_z^2 (B_I^2 + B_{II}^2)}{4\pi (\rho_I + \rho_{II})}, \quad (26)$$

を与えます。 ω_0 の値は、高密度領域でのアルヴェン波の周波数 $k_z v_{AI}$ と低密度領域での周波数 $k_z v_{AII}$ との間の値であることに注意しましょう。 v_{1x} (および他の揺動) の大きさは遷移領域から離れるに従って指数関数的に ($\exp(-k_y |x|)$) で小さくなることは式(23)からすぐわかるでしょう。この波はプラズマの境界付近に励起されるので表面波と呼ばれます。遷移領域が (有限だが) ごく薄い場合 ($ak_y \ll 1$)、 $\omega = \omega_0 + i\gamma$ とおくと γ は

$$\gamma = -\frac{\pi a k_y \epsilon_I^2}{|\epsilon_{II} - \epsilon_I| (\rho_I + \rho_{II}) \omega_0}, \quad (27)$$

で与えられます。つまり遷移層が有限の厚みを持つ時、表面波は減衰します。

この物理的系を MHD の範囲内で初期値問題としてきちんと解くと、上で述べた特定の周波数 ω_0 を持つ表面波だけでなく、 $k_z v_{AI} \leq \omega \leq k_z v_{AII}$ の範囲で連続的なスペクトルを持つモードが得られます。これは直観的には、場所 x において z 方向に伝播する $\omega = k_z v_A(x)$ なる波があることから理解されるでしょう。ここで大事なことは $v_A(x)$ が x とともに連続的に変化することで、上で述べた表面波の減衰は、MHD 理論の範囲内ではこのような局所的アルヴェン波の位相混合として理解されます

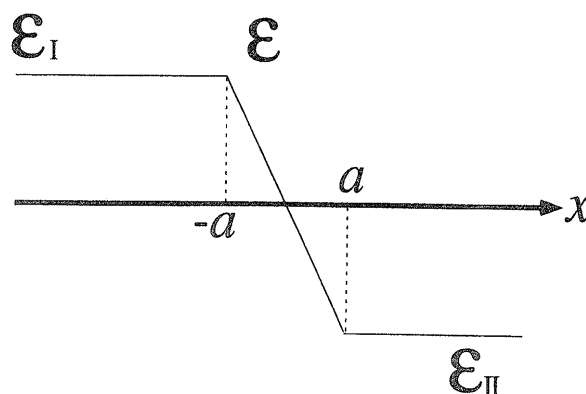


Fig. 6 Profile of ϵ .

[10, 11]. さらに運動論的考察をすると、遷移領域で kinetic Alfvén wave と呼ばれる波へのモード変換が起こることがわかります[12].

この表面波の問題は、急峻な境界を持つマグネットポーズでの振動[11]や核融合プラズマの加熱[12-14], さらには太陽コロナの加熱モデル[15]にまで応用されました。

3.4 二流体モデルと非線形波動

イオンと電子とを別々の流体として取り扱う二流体モデルを通したら MHD 波動がどのように見えるかを手短かに述べておきます。別々の流体として扱うとは、イオンと電子のそれぞれに、連続の式、運動方程式、圧力の式を立て、マクスウェル方程式の電流や電荷密度にはイオンと電子の両方の寄与を加えるのです。例えば、ガウスの法則は

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi (n_i q_i - n_e e), \quad (28)$$

と書けます。一流体モデルでは準中性 ($n_i q_i - n_e e \simeq 0$) が仮定されており (一流体モデルのように変位電流を無視したアンペールの法則を使うと、その発散を取ることにより $\nabla \cdot \mathbf{J} \simeq 0$ を得ることに注意), 上の式は使われません。

一流体モデルとの違いを具体的に示すために、直角伝播の磁気音波の分散式を書く

$$\frac{\omega}{k} = \frac{v_A}{(1 + c^2 k^2 / \omega_{pe}^2)^{1/2}}, \quad (29)$$

となります (Fig. 7 参照). ここで簡単のために、熱的圧力は無視し、なおかつ $v_A \ll c$ であるとしました。一流体

モデルでは位相速度は $\omega/k = v_A$ で一定でしたが、この式では ω/k が波数 k に依存しています。この波は短波長領域で

$$\omega = (\omega_{ci}\omega_{ce})^{1/2}, \quad (30)$$

で与えられる、低域混成周波数と呼ばれる共鳴周波数を持ちます (ω_{ce} は正で定義)。長波長領域では周波数は

$$\frac{\omega}{k} = v_A \left(1 - \frac{c^2 k^2}{2\omega_{pe}^2} \right), \quad (31)$$

と近似的に書けます。すでに上の3つの式に、ジャイロ周波数、プラズマ周波数、さらには電子の skin depth c/ω_{pe} など、一流体の理論には現れない物理量が出てきています (なお、磁場に対して任意の角度で伝播する波については文献[16]を参照してください)。

式(31)は、磁気音波が長波長領域で弱い分散を持つ (ω/k が波数 k に弱く依存する) ことを示していますが、このことから磁気音波の非線形発展が Korteweg-de Vries (KdV) 方程式で記述されることが予想されます[17]。実際、直角磁気音波に対する KdV 方程式は

$$\frac{\partial B_1}{\partial \tau} + \frac{3v_A}{2B_0} B_1 \frac{\partial B_1}{\partial \xi} + \frac{v_A c^2}{2\omega_{pe}^2} \frac{\partial^3 B_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (32)$$

です[18, 19]。 τ は時間、 ξ は空間を表します。 B_1 は磁場の揺動成分ですが、 $\exp[i(kx - \omega t)]$ というような変化を仮定していません。この方程式は定常的に伝わる孤立波の解を持っています。そのパルスは非常に安定なのでソリトンと呼ばれます。孤立波解の幅は電子の skin depth c/ω_{pe} のオーダーです。なお、磁場に対して斜めに伝わる磁気音波の孤立波は慣性長 c/ω_{pi} のオーダーの幅を持ちます[19]。広大な天体プラズマの中を伝播する磁気音波でも、分散性と非線形性のためにそのパルス幅は c/ω_{pe} や c/ω_{pi} のオーダーに決まってしまうのです。

さらに、二流体モデルで考察すると、磁気音波には大きな電位が形成されることがわかります。パルスの速さがアルヴェン速度の M 倍であるようなソリトンの電位の大きさは

$$e\phi = 2m_i v_A^2 (M - 1), \quad (33)$$

です (M はアルヴェンマッハ数と呼ばれます)。この電位は一流体の理論では表面には出てきません。

ここでソリトンと衝撃波という2つの非線形波の違い

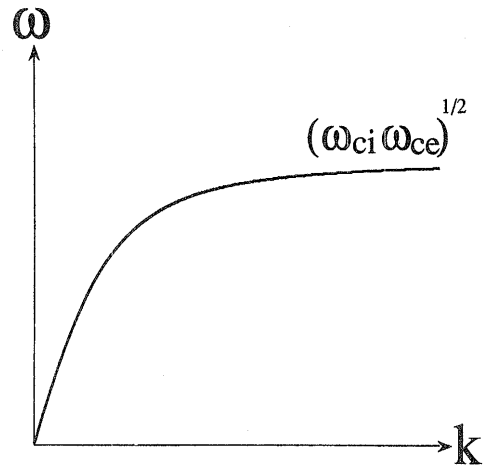


Fig. 7 Dispersion relation of perpendicular magnetosonic wave.

について少し述べておきましょう。ソリトンの振る舞いを記述する KdV 方程式を導くとき、散逸過程は何も入っていません。そしてその孤立波解 (ソリトン) は $\text{sech}^2[a(\xi - v\tau)]$ という対称な形をしています。ここで a と v は定数です。パルスの上流から下流に抜けていく流体の小体積を考えると、KdV 方程式の枠内では、その小体積は十分下流に移動した後は十分上流にいるときと同じ性質 (温度、圧力など) を持っています。しかし、パルスを通過するときに粘性[7]などの散逸効果が効くとエントロピーが増大し、パルス通過後の流体は温度が上昇しています。式(32)の第3項 (分散項) の代わりに空間の2階微分に比例する粘性項を入れた式はバーガース方程式と呼ばれますが、その式は $\tanh[a(\xi - v\tau)]$ のように単調に変化する衝撃波型の定常伝播解を持ちます。すなわち、パルス領域で何らかのエネルギー散逸過程があると、上流と下流とは同じ物理的状態ではなくなり、パルスは衝撃波に移行します。

今、散逸過程の一つとして粘性をあげました。これは中性気体では大事ですが、実は高温プラズマ中のパルスでは粘性は普通あまり効きません。それでは無衝突プラズマ中の衝撃波 (あるいは大振幅波) ではどのような散逸機構が働くのかということは、プラズマ物理の初期の時代から大問題でした。これについては色々な理論が提出されましたが、計算機シミュレーションの発達によって、大振幅波内部で起こる粒子加速が重要な散逸機構であることがわかってきました。例えば、式(33)で示した電位は一部のイオンを反射し、それらに大きなエネルギーを与えます[20]。有限振幅のパルスや衝撃波は色々な機構で粒子を加速しますが、二流体モデルから得られ

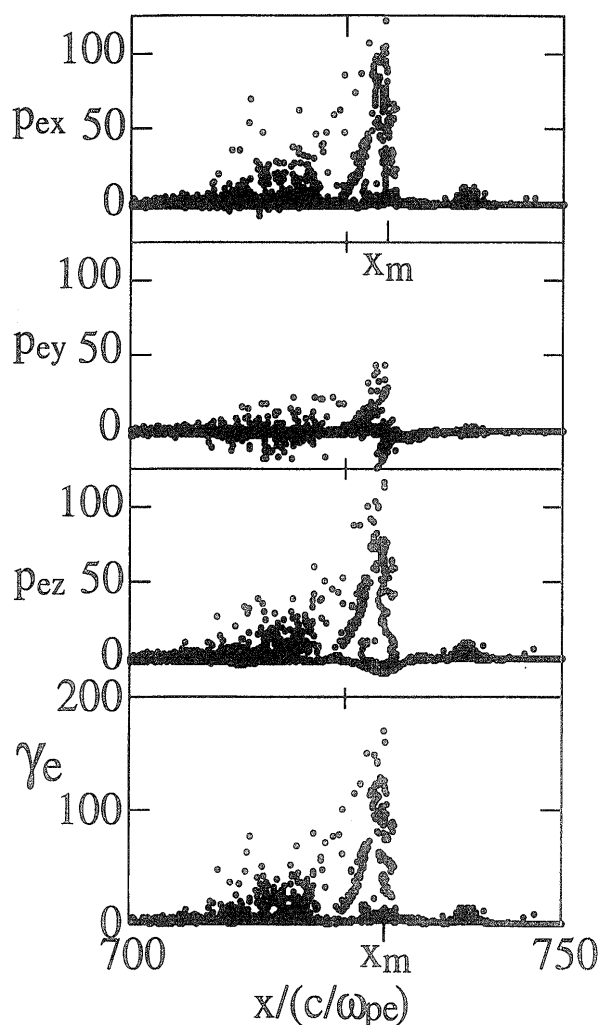


Fig. 8 Phase space plots of electrons. The momenta are normalized to $m_e c$. High-energy electrons are found at $x \sim x_m$, where the magnetic field and electric potential take their maximum values.

た波の構造の理論は粒子加速機構の解明の際に重要な手掛りとなります[21-24]. このようにして形成される無衝突衝撃波の形状は孤立波解の形でないのももちろんですが, 単純な $\tanh[a(\xi - vt)]$ の形でもありません. 両方の性質がミックスしたような形で, 上流から下流に移るにつれて振動をしながら一定値に近づいていきます.

大振幅磁気音波の中でイオンも電子も加速を受けますが, Fig. 8 に衝撃波における電子加速の一例を示します. これは相対論的な電磁粒子シミュレーション[25]の結果で, 外部磁場に対して45度の角度で x 方向に伝播するアルヴェンマッハ数 $M = 2.28$ の衝撃波の内部で電子が超相対論的エネルギーに加速されていることを示しています. 上から電子の位相空間図 (x, p_{ex}) , (x, p_{ey}) , (x, p_{ez}) , (x, γ_e) が描かれています. 電子のローレンツ因子 γ_e はお

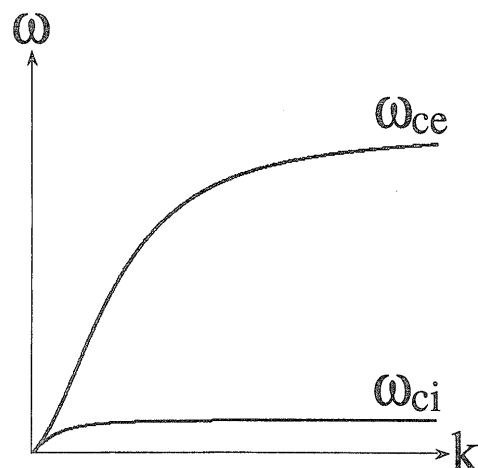


Fig. 9 Dispersion curves of low frequency waves along a uniform magnetic field.

よそ180に達しています. 高エネルギーとなるのは衝撃波に捕捉された電子であり, それらは衝撃波内部を動きながら B_z が最大となるところで最大の γ_e を持ちます. この機構による電子加速は比較的磁場の強い ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \geq 1$) ところで有効なので, 太陽コロナの磁力管内で大振幅磁気音波のパルスが励起されれば大量の超相対論的電子が生成されると予想されます. ここではこの現象についてこれ以上立ち入らないので, 詳細については文献[21, 22]を参照して下さい.

磁場に平行に伝播する場合についても簡単に述べておきます. この場合, 一流体でアルヴェン波と呼ばれていた波はイオンサイクロトロン波のブランチとホイッスラー波のブランチに分かれます. 分散式は

$$c^2 k^2 = \omega^2 - \frac{\omega_{pi}^2 \omega}{\omega \mp \omega_{ci}} - \frac{\omega_{pe}^2 \omega}{\omega \pm \omega_{ce}}, \quad (34)$$

与えられます. 上の符号はイオンサイクロトロン波のブランチを, 下の符号はホイッスラー波のブランチを表します. 短波長領域で, 前者はイオンサイクロトロン周波数の, 後者は電子サイクロトロン周波数の共鳴を持ちます (Fig. 9 参照). 長波長領域ではこれらの波は

$$\frac{\omega}{k} = v_A \left[1 \mp \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_{ci}} - \frac{1}{\omega_{ce}} \right) v_A k \right], \quad (35)$$

で近似されます. 2つの波はともに円偏光で, イオンサイクロトロン波のブランチは左偏波, ホイッスラー波のブランチは右偏波です. この分散式の波数依存性は直角伝播の磁気音波の場合と少し違って, 右辺の角括弧の第

2 項が k^2 でなく, k に比例しています。これらの波は長波長領域では微分型非線形シュレディンガー方程式で, より分散の強い領域では非線形シュレディンガー方程式で記述されることがわかっています[26-30]。

3.5 おわりに

磁気流体的な波について概観しました。一流体モデルに限定してもプラズマ波は様々な振る舞いを示します。同じ波を二流体モデルで見ると, さらに隠れていた性質が現れてきます。宇宙のプラズマは水素を主成分とし, ヘリウムがその 1 割程度 (数密度) ですが, そのことを考慮して三流体モデルで考察すると, 重イオンの加速などさらに多彩な現象が見られます[31-33]。磁気流体波はプラズマの勉強をする時, 最初に学ぶ波でしょうが, 幅広く奥深い波で, 広い応用範囲を持ちます。またここでは線形と小振幅の波について紹介しましたが, 例えば超新星爆発にともなう衝撃波のように[34, 35], 極端に大振幅の波の研究はまだ未開拓の分野であり, これからの発展が期待されます。

謝 辞

拙稿に対して貴重な助言をいただいた若谷誠宏教授 (京都大学) と図の作成にあたってご協力いただいた別所直樹博士 (名古屋大学) とに感謝いたします。

参 考 文 献

- [1] H.P. Furth, J. Killeen and M.N. Rosenbluth, *Phys. Fluids* **6**, 459 (1963).
- [2] E.N. Parker, *Cosmical Magnetic Fields* (Clarendon Press, Oxford, 1979).
- [3] E.R. Priest, *Solar Magnetohydrodynamics* (D. Reidel Publishing Company, London, 1982).
- [4] R.V. E. Lovelace, *Nature* **262**, 395 (1976).
- [5] R. Blandford and D. Pane, *MNRAS* **199**, 883 (1976).
- [6] H. Alfvén and C.-G. Fälthammer, *Cosmical Electrodynamics* (Clarendon Press, Oxford, 1963).
- [7] 西川恭治, 大林康二, 若谷誠宏: 連続流体物理学 (朝倉書店, 1981).
- [8] 長谷川 晃: 工科系の電磁気学 (岩波書店, 1995).
- [9] H.E. Petschek, *The Physics of Solar Flares*, AAS-NASA Symposium, NASA SP-50 (ed. W.N. Hess, Greenbelt, Maryland 1963) p. 425.
- [10] W. Grossman and J. Tataronis, *Z. Phys.* **261**, 217 (1973).
- [11] L. Chen and A. Hasegawa, *J. Geophys. Res.* **79**, 1033 (1974).
- [12] L. Chen and A. Hasegawa, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 370 (1975).
- [13] S.N. Golovato, J.L. Shohet and J.A. Tataronis, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1272 (1976).
- [14] T. Obiki, T. Mutoh, S. Adachi, A. Sasaki, A. Iiyoshi and K. Uo, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 812 (1977).
- [15] J.A. Ionson, *Astrophys. J.* **226**, 650 (1978).
- [16] T.E. Stringer, *Plasma Phys. (J. Nucl. Energy, Part C)* **5**, 89 (1963).
- [17] H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
- [18] C.S. Gardner and G.K. Morikawa, *Commun. Pure Appl. Math.* **18**, 35 (1965).
- [19] T. Kakutani, H. Ono, T. Taniuti and C.C. Wei, *J. Phys. Soc. Jpn.* **24**, 1159 (1968).
- [20] Y. Ohsawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **59**, 2782 (1990).
- [21] N. Bessho and Y. Ohsawa, *Phys. Plasmas* **6**, 3076 (1999).
- [22] N. Bessho and Y. Ohsawa, *Phys. Plasmas* **7**, 4004 (2000).
- [23] K. Maruyama, N. Bessho and Y. Ohsawa, *Phys. Plasmas* **5**, 3257 (1998).
- [24] T. Masaki, H. Hasegawa and Y. Ohsawa, *Phys. Plasmas* **7**, 529 (2000).
- [25] 大澤幸治: プラズマ・核融合学会誌 **74**, 746 (1998).
- [26] T. Taniuti and N. Yajima, *J. Math. Phys.* **10**, 1369 (1969).
- [27] N. Asano, T. Taniuti and N. Yajima, *J. Math. Phys.* **10**, 2020 (1969).
- [28] A. Hasegawa, *Phys. Fluids* **15**, 870 (1972).
- [29] K. Mio, T. Ogino, K. Minami and S. Takeda, *J. Phys. Soc. Jpn.* **41**, 265 (1976).
- [30] E. Mjølhus and J. Wyller, *Physica Scripta* **33**, 442 (1986).
- [31] M. Toida, Y. Ohsawa and T. Jyounouchi, *Phys. Plasmas* **2**, 3329 (1995).
- [32] M. Toida and Y. Ohsawa, *Solar Physics* **171**, 161 (1997).
- [33] D. Dogen, M. Toida and Y. Ohsawa, *Phys. Plasmas* **5**, 1298 (1998).
- [34] K. Koyama, R. Petre, E.V. Gotthelf *et al.*, *Nature (London)* **378**, 255 (1995).
- [35] T. Tanimori, Y. Hayami, S. Kamei *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **497**, L25 (1998).