

講座

まず「MHD」を

5. 実験室プラズマの MHD 現象を理解するには

中 島 徳 嘉
(核融合科学研究所)

MHD Phenomena in Experimental Plasmas

NAKAJIMA Noriyoshi

National Institute for Fusion Science, Toki 509-5292, Japan

(Received 7 May 2001)

Abstract

The role of MHD theory on magnetically confined experimental plasmas is briefly reviewed. MHD theory, namely regarding MHD equilibrium and stability, provides not only the theoretical basis on designing experimental devices, but also a "common" language for the understanding of experimental results and underlying physics in various types of device. For demonstrating usefulness of MHD theory, beta-limit and disruptive phenomena are mentioned.

Keywords:

2D MHD equilibria, 3D MHD equilibria, current-driven MHD instabilities, pressure-driven MHD instabilities, beta-limit, internal disruption, major disruption

5.1 はじめに

核融合をめざすプラズマ実験のためのトーラス装置は、その設計段階で、これまでの理論解析結果、実験結果、および、それらから得られる経験則が可能な限り取り込まれています。良好な閉じ込め性能を持つ装置をめざす際、その基本となるものが MHD 平衡であり、これに基づいて MHD 安定性、粒子軌道等が解析されます。MHD 平衡は、圧力分布、トロイダル電流分布または回転変換、および、境界条件の 3 要素で決まり、一本の磁気軸のまわりに入れ子状の磁気面を持つドーナツ型のトーラス平衡配位の作り方によって、トカマクや RFP 等の軸対称系と、トロイダル方向に対称性を持たないヘリオトロン等の非軸対称系に大別されます。軸対称系は、真空ではトロイダル磁場のみで磁気面が存在しないため、トロイダル電流を外的に駆動することによりポロイダル磁場を生成し、入れ子状の磁気面を作り出してい

ます。したがって、プラズマ圧力とトロイダル電流という 2 つの自由エネルギーが存在し、圧力駆動、および、電流駆動 MHD 不安定性を回避するように装置のパラメータ領域を設定することになります。ただ、軸対称性により、単一粒子のトロイダル方向の正準角運動量が保存するため、粒子軌道は良好です。これに対し、非軸対称系は、ヘリカルコイル（外部コイル）により真空で磁気面を作り出すため、トロイダル電流を外的に駆動する必要があります。ただし、対称性の破れから、トロイダル方向の正準角運動量が保存しないため、圧力駆動 MHD 不安定性の回避と粒子軌道の改善の観点から装置のパラメータ領域を設定することになります。

次に、実験結果を物理的に解釈することを考えます。このための出発点は、実験結果に対応する MHD 平衡を理論的に再構築することです。外的に制御できる実験条件、例えば、外部コイル系の電流制御、内部電流制御

author's e-mail: nakajima@nifs.ac.jp

(オーミック, ECH 等), 加熱制御 (NBI, ECH, ICH 等), 密度制御 (ベレット, ガスパフ) 等と, 様々な計測結果, 例えば, トムソン散乱 (電子温度), 遠赤外線計測 (密度), 荷電交換分光 (イオン温度), 可視光分光 (不純物強度) 等と可能な限り整合性の取れた MHD 平衡を理論的に再構築する必要があります. 計測データは, 幾何座標上 (トーラスの中心を軸とした円筒座標上) の視線方向積分データ, または, 分布データですが, これを, 再構築された MHD 平衡に対応する磁気座標上のデータに変換することにより, 実験結果の物理的解釈が可能となるわけです. この磁気座標に基づいて, MHD 安定性解析, 粒子軌道計算および新古典輸送, 微視的不安定性による異常輸送の評価等が総合的に行われ, 同一装置の実験結果の比較も, 他の装置の実験結果との比較も可能となります. つまり, 再構築された MHD 平衡は, 物理解釈のための共通の土俵を提供しているのです.

実験結果と整合性の取れた再構築された MHD 平衡を用いて解析される MHD 現象は, 主として MHD 不安定性です. 実験には, 磁気プローブ (磁気揺動の周波数, モード数), 軟 X 線 (電子温度揺動の空間構造, 周波数) 等の様々な揺動計測があり, MHD 不安定性の解析は, 計測された揺動を同定し, その物理機構を解明し, さらに, 回避の方法を探ることです. このためには, 線形 MHD 不安定性解析のみならず, 非線形 MHD シミュレーション, さらに, MHD の範囲を超えた粒子の運動論的効果も含めた解析も行われます.

5.2では, エネルギー原理と平均化法を用いて得られる平面磁気軸ステラレータおよびヘリオトロン配位における簡約化方程式を用い, 線形理想 MHD 不安定性, すなわち, 電流駆動不安定性および圧力駆動不安定性の特徴を考察します. 線形抵抗性 MHD 不安定性に関しても若干ふれます. ただ, 十分な説明ができませんので, 詳しくは, 本学会誌第66巻494ページの「トロイダル・プラズマ閉じ込め入門」3. 巨視的・微視的不安定性[1]を参照してください. 次に, 代表的な MHD 解析と MHD 現象として, トカマク実験およびヘリオトロン系実験におけるベータ限界 (線形理論) および崩壊現象 (非線形理論) を, それぞれ, 5.3および5.4で述べ, 実験と理論の対応をみてみます.

5.2 線形 MHD 不安定性の特徴

MHD 平衡は流れのない平衡と考え, 非線形理想 MHD 方程式を時間変化 $e^{-i\omega t}$ を持つ微少摂動 ξ に関して平衡のまわりで線形化すると, 線形運動方程式が得られます.

この運動方程式に対応するポテンシャルエネルギー $\delta W(\xi^*, \xi)$ は自己共役であるため, その固有値 ω^2 は実数となります[2]. エネルギー保存から, 固有値は,

$$\omega^2 = \frac{\delta W(\xi^*, \xi)}{\delta K(\xi^*, \xi)}, \quad \delta K(\xi^*, \xi) = \frac{1}{2} \int_{V_0} d\tau \rho_m |\dot{\xi}|^2 (> 0) \quad (1)$$

で与えられるので, ポテンシャルエネルギーの符号からその対象とする線形理想 MHD モードの安定性が判別できます. すなわち, $\delta W > 0$, (< 0) のとき, 安定 (不安定) です. したがって, 適当な試行関数 ξ に対して δW を最小化し, δK が有界で $\delta W < 0$ となれば, そのような摂動に対して系は不安定ということになります. プラズマが完全導体に接しているとし, 固定境界問題を考えると, ポテンシャルエネルギーは次のように表現できます[3]:

$$\delta W(\xi^*, \xi) = \frac{1}{2} \int_{V_0} d\tau \left[|\vec{Q}_\perp|^2 + B^2 |\nabla \cdot \vec{\xi}_\perp + 2\vec{\xi}_\perp \cdot \vec{\kappa}|^2 + \Gamma P |\nabla \cdot \vec{\xi}|^2 - 2(\vec{\xi}_\perp \cdot \nabla P)(\vec{\kappa} \cdot \vec{\xi}_\perp^*) - J_\parallel (\vec{\xi}_\perp^* \times \hat{b}) \cdot \vec{Q}_\perp \right] \quad (2)$$

ここで, 添え字 $\perp$ は平衡磁場 $\vec{B}$ に垂直方向の成分を表し, $\vec{\kappa} = \hat{b} \cdot \nabla \hat{b} = [\nabla_\perp (B^2/2 + P)]/B^2$ は磁気曲率を表します. $\vec{Q}_\perp = [\nabla \times (\vec{\xi}_\perp \times \vec{B})]_\perp$ は平衡磁場に垂直方向の摂動磁場で, 境界条件は, $\vec{\xi}_\perp \cdot \hat{n} = 0$ ($\hat{n}$ はプラズマ表面の法線ベクトル) となります. ポテンシャルエネルギーの最初の3項は, それぞれ, 捻れアルヴェン波, 速い磁気音波, 遅い磁気音波の分散式に対応しており, 安定化に寄与します. これに対し, 第4項および第5項は, 平衡磁場に平行方向のプラズマ電流およびプラズマ圧力勾配による不安定化項を表しています. 次に, 不安定なモードがどのような性質を持っているか考えてみます. (2)式で, 微少摂動変位 ξ は独立な3成分を持っており, そのうち平衡磁力線方向の摂動成分 $\xi_\parallel$ は遅い磁気音波の項のみに現れています. したがって, 非圧縮条件 ($\nabla \cdot \vec{\xi} = 0$) が満たされるように平衡磁力線方向の摂動 $\xi_\parallel$ が決まるとき不安定になりやすいと考えられ, 結果として, ポテンシャルエネルギー δW には, 平衡磁場に垂直方向の摂動成分 $\xi_\perp$ のみが現れることになります. 次に, 速い磁気音波は大きな周波数を持ちますから, この項を最小化するような平衡磁場に垂直方向の摂動 $\xi_\perp$ が不安定となりやすいと考えられます. $\xi_\perp$ の2成分に対し1条件が付いたため, 残りの自由度は1つであり, $\xi_\perp$ は1変数で表現されることになります. 線形化したとき以上のような性質

を持つ方程式系として、三次元真空磁場に対して平均化法を用いて得られる平面磁気軸ステラレータおよびヘリオトロン配位における簡約化方程式系[4]

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \vec{B} \cdot \nabla U, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) P = 0, \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \nabla_{\perp}^2 U = -\vec{B} \cdot \nabla J_{\phi} - \hat{\phi} \times \vec{x}_r \cdot \nabla P \quad (4)$$

を考えます。擬トロイダル座標 (r, θ, φ) 上で構成されており $(R = R_0 + r \cos \theta, R_0$ は大半径, $r = a$ は, 小半径), 大アスペクト比近似 ($\epsilon = a/R_0 \ll 1$) および高ベータオーダーリング ($\beta = 2P/B_0^2 \sim \epsilon$, B_0 は $R = R_0$ でのトロイダル磁場) 等の近似およびオーダーリングが平均化法とともに導出に用いられています。 ϕ および U は, それぞれ, ポロイダル磁束関数および流れ関数であり, 以下の関係を持ちます:

$$\vec{B} = B_0 \hat{\phi} + \nabla \phi \times \hat{\phi}, \quad \vec{v} = \nabla U \times \hat{\phi}, \quad J_{\phi} = -\nabla_{\perp}^2 A_{\phi}, \quad (5)$$

$$\phi = A_{\phi} + \phi_V(r, \theta), \quad \vec{x}_r = -\nabla \Omega, \quad \Omega = \frac{r}{R_0} \cos \theta + \Omega_V(r, \theta) \quad (6)$$

三次元真空磁場の影響は, 二次元に平均化され, 真空の回転変換を与える真空ポロイダル磁束 ϕ_V と真空磁気曲率ポテンシャル Ω_V として現れています。両者を取り除けば, トカマクの高ベータ方程式系 ($\beta \sim \epsilon$) [5] となり, さらに, 圧力項を落とせば, トカマクの低ベータ方程式系 ($\beta \sim \epsilon^2$) [6] となります。方程式系を線形化すると, 0次として, ステラレータ展開の平衡の式[7]が得られ, 1次の式からステラレータ展開におけるポテンシャルエネルギー[7]

$$\delta W(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}) = \frac{1}{2} \int_{V_p} d\tau [|\vec{Q}_{\perp}|^2 - 2(\vec{\xi}_{\perp} \cdot \nabla P)(\vec{x}_r \cdot \vec{\xi}_{\perp}^*) - J_{\phi}(\vec{\xi}_{\perp}^* \times \hat{\phi}) \cdot \vec{Q}_{\perp}] \quad (7)$$

が得られます。ここで, $\vec{\xi}_{\perp} = \nabla_{\perp} U_1 \times \hat{\phi}$ および $\vec{Q}_{\perp} = \nabla_{\perp}(\vec{B} \cdot \nabla U_1) \times \hat{\phi}$ 。上述したように, 速い磁気音波と遅い磁気音波の項が消えていることがわかります。トカマクにおいても平均化されたヘリオトロン系においても, トーラス効果 (r/R_0 を含む項) は平衡磁場の磁気曲率 $\vec{x}_r$ にのみ現れていますから, 電流駆動モードは基本的に円柱モードと考えられ, 円筒座標系での理論解析が有効となります。これに対し, 圧力駆動モードは, トカマ

クでは基本的にトーラスモードとなり, ヘリオトロン系では, トーラス効果 r/R_0 と真空磁気曲率ポテンシャル Ω_V との大小関係で状況が異なってきます。ヘリオトロン系では Ω_V はプラズマ動径方向 (r 方向) に単調に増大する悪い平均的磁気曲率を作り出しますから, トーラス効果を見視した円筒近似が用いられることがあります。

捻れアルヴェン波, 圧力駆動項, および, 電流駆動項における摂動の波数依存性をみてみると, それぞれ, $(k_{\perp} a)^2 (k_{\parallel} a)^2$, $(k_{\perp} a)^2$, および, $(k_{\perp} a)(k_{\parallel} a)$ となることから, 短波長 ($k_{\perp} a \gg 1$) では, 圧力駆動型モードが主要モードとなることがわかります。圧力駆動項の効果が弱い状況 (例えば, 低ベータプラズマ $\beta \sim \epsilon^2$) で, 電流駆動モードを考えると, 長波長モード ($k_{\perp} a \sim 1$) の方が不安定になりやすく, 短波長になるにつれ有面付近 ($k_{\parallel} a \sim 0$) に局在化する傾向が理解できます。これは, 電流駆動モードが平衡磁場の持つ磁気張力を減少させる方向に変位しようとしませんが, 短波長になると変位自身の作る張力が増大し安定化作用を及ぼすためと考えられます。以上の状況は, 自由境界条件を考えた場合も (この場合, 共鳴有面はプラズマ境界付近の真空中に存在する), 抵抗性モードを考えた場合も基本的に変わらないと考えられます。電流駆動モードはその自由エネルギーのもととなるプラズマ中に流れるトロイダル電流値, およびその分布に制限を与えることとなります。この電流駆動モードの特徴は, 実験的にも理論的にも解析を容易にします。摂動のポロイダルおよびトロイダルフーリエモード数を (m, n) とすると, 長波長モード ($m, n \sim 0(1)$) ですから実験的に観測しやすいです。理論解析は, 第一近似として円柱近似で良く, 非線形シミュレーションを行う場合でも, 波数空間をそれほど大きく取らなくても解析が可能となります。ただし, 圧力駆動項の効果が無視できなくなると, 以下に述べる圧力駆動型の特徴を考慮しなければなりません。三次元配位は, トロイダル電流を特に必要としませんが, 高温になるとブートストラップ電流等がプラズマ中に流れます。しかしながら, 現在までの実験では電流駆動モードが問題となるような電流値, 電流分布は得られていません。

圧力駆動モードは, 圧力勾配と磁気曲率の積から駆動されることから理解できるように, 基本的には, 圧力勾配をならす方向に変位するレイリー・テイラー不安定性の一種です。したがって, 短波長 ($k_{\perp} a \gg 1$) ほど成長率が大きく, また, 変位の生み出す磁場の張力による安定化を避けるために共鳴有面付近 ($k_{\parallel} a \sim 0$) に局在化する

傾向をもちます。圧力駆動モードは、その自由エネルギーのもととなるプラズマ圧力に制限を与えることになります。三次元配位における、平均化法に基づいた簡約化方程式は、その導出でトロイダル方向に三次元真空磁場を平均化しているため、 $n < M$ （ここで、 M は三次元配位のトロイダルピッチ数）を満たす低 n モードに取り扱いが限定されており、短波長モードには適用できません。トカマクにおいてもヘリオトロン系においても、圧力駆動型モードは局所磁気曲率を通して幾何形状の影響を受けやすくなりますから、短波長も考慮する場合には、配位の幾何形状を正確に取り入れた解析が必要となります。以上の線形不安定性の性質は、磁気軸以外では有限の磁気シアとプラズマ圧力を持つ標準的な MHD 平衡に対するものであって、磁気シアの極めて弱い領域が広範囲にプラズマ中に存在したり、また、ある有理面付近で局所的な圧力の平坦化が存在するような特殊な状況に対しては、その性質が変化する場合があり得ます。

プラズマの抵抗の効果は、理想 MHD モードに対する安定化効果が消滅する共鳴有理面付近でのみ現れることとなります。そこで、抵抗を考慮する共鳴有理面付近を内部領域、それ以外の領域を理想 MHD モードとして取り扱える外部領域として、個々に解を求め、両者の漸近解を境界付近でマッチングさせるという手法で抵抗性モードの安定性は求められます[8]。抵抗性モードは、対応する理想モードが安定なとき、一般には成長率が小さいと考えられますが、磁気島の形成等を通して、磁場配位のトポロジーに構造的変化を与えるため、5.4でみるように、実際的には極めて重要なモードの一つです。

5.3 ベータ限界

前節の線形理想 MHD 安定性解析や線形抵抗性 MHD 安定性解析は、次節で述べる崩壊現象等の非線形 MHD 解析の基礎となるばかりでなく、線形モードの発生自体がプラズマ性能の劣化に大きな影響を及ぼす場合には、線形モードの限界安定条件を調べるのが重要となります。このような解析の一例として、理想線形圧力駆動型モードによるベータ限界値の計算があり、モードとしては、平均的に悪い磁気曲率の領域で励起される磁力線に沿って摂動振幅があまり変化しない交換型モードと、局所的に悪い磁気曲率の領域で励起される磁力線に沿って摂動振幅が緩やかに変化するバルーニングモードとが考えられます。

トカマクの場合、シャフラノフシフト等による良い平均磁気曲率の形成があるため、磁気軸付近を除いて交換

型モードは問題にならず、さらに、磁気軸付近で磁気シアの符号が反転する（磁気軸付近で $s < 0$ 、周辺部で $s > 0$ 、ここで s は安全係数 q で評価した磁気シア $s = (r/q)(dq/dr)$ ）反転分布のように、プラズマ全領域で $q > 1$ の場合には、プラズマは交換型モードに対して安定となります。この判定は、前節で述べた圧力駆動型モードの共鳴有理面での局在性に基づいています[9]。したがって、トラス外側の悪い局所磁気曲率領域で励起されるバルーニングモードが、一つのベータ限界を与えることになります。このモードの安定、不安定は、短波長近似を満たすアイコナル近似

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_{\perp} &= \hat{\xi}_{\perp} e^{iS}, & \vec{k}_{\perp} &= \nabla S, \\ |\vec{k}_{\perp} a| &\gg 1, & |a \nabla \hat{\xi}_{\perp}| / |\hat{\xi}_{\perp}| &\sim 1 \end{aligned} \quad (8)$$

を、非圧縮性 ($\nabla \cdot \hat{\xi} = 0$) を用いた δW に代入し、 δW を最小化すると共に慣性項を考慮して求められるバルーニング方程式の固有値から判定されます[10]。このとき、バルーニング方程式は、無限区間の磁力線に沿った 2 階常微分方程式となり、磁気面のラベル ψ および磁気面上の磁力線のラベル α はパラメータとして現れます。すなわち、一般には、固有値 ω^2 および固有関数 Φ は、

$$\omega^2 = \omega^2(\psi, \alpha, \theta_k), \quad \Phi = \Phi(\eta|\psi, \alpha, \theta_k) \quad (9)$$

の依存性を持ちます。ここで、 θ_k はアイコナル近似を用いたために現れた径方向波数であり、 η は磁力線方向の座標で、固有関数の境界条件は、 $\Phi(\pm\infty) = 0$ です。バルーニング方程式の解は磁力線に沿った無限区間上の非周期解であり、配位空間におけるポロイダルおよびトロイダル方向の二重周期性を満足しません。しかしながら、トカマクの場合、軸対称性から(9)式の磁力線のラベル依存性が消えるため、同一固有値に属するバルーニング方程式の解を重ね合わせて配位空間内の周期解を厳密に構成することができます[10]。この結果、バルーニング方程式の固有値 ω^2 の符号から物理的モードの安定、不安定が判別できることになります。低ベータオーダリング ($\beta \sim \epsilon^2$) MHD 平衡のある限られた磁気面領域に急峻な圧力勾配 ($r\beta' \sim \epsilon$) を持たせ、この領域でバルーニング方程式をモデル化すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} \left[(1 + \Lambda^2) \frac{d\Phi}{d\theta} \right] + \pi (\cos \theta + \Lambda \sin \theta) \Phi \\ + \Omega^2 (1 + \Lambda^2) \Phi = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} A &= \int \hat{s} d\theta = s(\theta - \theta_k) - \bar{\alpha} \sin \theta, \\ \hat{s} &= s - \bar{\alpha} \cos \theta, \quad \bar{\alpha} = -R_0 q^2 \beta' \end{aligned} \quad (11)$$

が得られます。ここで、第1項は捻れアルヴェン波による安定化項、第2項は局所磁気曲率による不安定化項、第3項は慣性項です。 $\hat{s}$ は局所磁気シアと呼ばれ、円柱トカマクでは磁気シア s に一致しますが、トーラス配位では、シャフラノフシフトによるトーラス外側($\theta=0$)でのポロイダル磁場の圧縮で局所的に回転変換が増大し、トーラス外側で局所磁気シア $\hat{s}$ が磁気シア s より減少することを示しています。最も不安定な $\theta_k=0$ の場合を考えると、 $s \sim \bar{\alpha}$ のとき、トーラス外側の悪い局所磁気曲率のところで局所磁気シアが消失し安定化効果がなくなり($A \sim 0$)、その領域でバルーニングモードが不安定になることがわかります。逆に、 $s \gg \bar{\alpha}$ 、または、 $s \ll \bar{\alpha}$ のとき、局所磁気シアの消失はなく安定となり、前者を第1安定化領域、後者を第2安定化領域と呼んでいます。様々なMHD平衡配位に対して、正確なバルーニング方程式を解いた結果から、ベータ限界値に対する経験則が得られています[11]。以上は、固定境界条件での解析ですが、プラズマと導体壁の間に真空領域を考え、真空領域の摂動ポテンシャルエネルギーも考慮した安定性解析により、トロイオン限界と呼ばれる、より厳しい経験則が得られています[12]：

$$\beta(\%) = 2.8 \frac{I_p(\text{MA})}{a(\text{m}) B_t(\text{T})} \quad (12)$$

この経験則は、トカマクの高ベータ実験における指標として良く用いられています。実験で得られるMHD配位は、この経験則に用いられた平衡データベースより多様であり、さらに、プラズマの一部の領域(例えば、低磁気シアの磁気軸付近)が、バルーニングの第2安定化領域にある場合もあり、トロイオン限界以上の高ベータプラズマが様々なトカマク装置で得られています[13]。

トカマクのバルーニングモデル方程式に現れる局所磁気シアの表式をそのままヘリオトロロン系に適用すると、ヘリオトロロン系の磁気シアは符号がトカマクとは逆ですから、バルーニングモードはステラレータ的な磁気シア領域では安定ということになります。ところが、数値計算的には、ステラレータ的な磁気シア領域でも不安定です。この相違は、モデル方程式の導出で仮定された局所的に急峻な圧力勾配を持つ低ベータ平衡が、高ベータオーダリングに対応する大きなシャフラノフシフトを持

つヘリオトロロン系に対しては適用できないことから理解できます。高ベータオーダリングに基づいて、ステラレータ展開を用い、局所磁気シアのモデル式を導出すると、

$$\hat{s} = s - \bar{s} = s - \bar{\alpha} \frac{1}{4} \left(1 + 3s + \frac{r\beta''}{\beta'} \right) \cos \theta \quad (13)$$

となり、強いステラレータ的な磁気シア領域($s \sim -1$)で、シャフラノフシフトによる補正項の符号が反転し、局所磁気シアが消失することがわかります[14]。ただし、トカマクの反転分布においては、 $|s| \ll 1$ および $r\beta''/\beta' \sim 1$ より、局所磁気シアが消失することはありません。さらに、トカマクとの違いは、局所磁気曲率が、トロイディシティによる局所磁気曲率(トーラス外側で悪く、内側で良い)とヘリカルコイルのヘリシティによる局所磁気曲率(コイル間で悪く、コイル直下で良い)との重ね合わせとなることです。したがって、ポロイダル方向のみならず、トロイダル方向にも局在化するバルーニングモードの可能性があります。しかしながら、最も問題となるのは、対称性のない三次元配位においては、磁力線に沿った無限区間で求められたバルーニング方程式の解から、配位空間における周期性を満たす物理的な解を構成するときの重ね合わせの方法がないということです。このことは、軸対称系ではその周期性により固有値および固有関数が磁力線のラベル α 依存性を持たないが、三次元系では磁力線のラベル依存性が現れるという事実に由来します。そこで、短波長バルーニングモードの固有値 ω^2 の (ψ, α, θ_k) 空間における位相幾何学的な形状から有限波長物理モードの性質を推定し[15]、これを大域的モード解析で証明することにより、ステラレータ的な磁気シアと平均的に悪い磁気曲率を持つプラズマ周辺部でバルーニングモードが不安定となり、 n の増大とともに、トロイダルモード結合が強くなり、磁気面および磁力管に局在化する傾向をもつことが示されました[16-17]。

最近の平面磁気軸ヘリオトロロン系の実験においては、理論的解析ではMHD安定性の劣化の予想される粒子軌道特性の良い内寄せ真空磁場配位で良好な閉じ込めが得られています[18]。 $\langle \beta \rangle > 2\%$ を超えるプラズマにおいてMHDモードによるベータ限界は観測されておらず、低ベータメルシェ不安定領域での $(m, n) = (2, 1)$ 等の低 n モードの影響や、高ベータ領域での安定性理論と実験の比較が今後の課題です。

5.4 崩壊現象

トカマクにおける有名な崩壊現象としては、 $(m, n) = (1, 1)$ モードによる内部崩壊（鋸歯状振動）と $(m, n) = (2, 1)$ モードが主要モードと考えられる主崩壊とがあります。前者は、磁気軸付近の軟 X 線のシグナルが鋸の刃のような時間的振動を繰り返すもので、この振動自身によるプラズマの消滅はありませんが、プラズマコアのエネルギー損失につながります。後者の場合は深刻で、最終的にはトロイダル電流の消滅とともにプラズマも消滅する場合があります。実験で観測された両モードともプラズマ内部に共鳴有理面を持っていることは確認されていますので、モードの性質を調べるために、完全な円柱トカマクプラズマのポテンシャルエネルギーを大アスペクト比近似 ($\epsilon \ll 1$) と低ベータ近似 ($\beta \sim \epsilon^2$) を使って最小化しますと、最低次の ϵ^2 のオーダーで、

$$\delta W_2 = \frac{\pi B_\phi^2}{2R_0^2} \int_0^a \left[\left(r \frac{d\xi}{dr} \right)^2 + (m^2 - 1) \xi^2 \right] \left(\frac{n}{m} - \frac{1}{q} \right)^2 r dr \quad (14)$$

となり、 $m > 1$ モードは安定 ($\delta W_2 > 0$) で、 $m = 1$ モードは中立安定 ($\delta W_2 = 0$) となることがわかります。 $m = 1$ モードの対応する固有関数は、 $\xi = 1$, ($0 \leq r < r_s$), $\xi = 0$, ($r_s < r \leq a$) となるステップ関数です。さらに、 $m = 1$ モードに対して、高次のポテンシャル (ϵ^4 のオーダー) を求めてみると、 $\delta W_4 < 0$ となり得ることが理解できますが、かなり弱い不安定性ということになります。次に抵抗の効果を考えてみます。電流駆動型の抵抗性モードは、テアリングモードと呼ばれ、プラズマ中に磁気島を形成します。抵抗性 MHD モードの解析によれば、理想 MHD モードとしては安定な $m > 1$ モードも、抵抗性モードとして不安定であることがわかります。また、 $m = 1$ モードは、理想モードが不安定、中立安定、安定、に応じてその性質を変えることがわかります。以上の理論解析結果等を考慮し、内部崩壊および主崩壊の数値シミュレーションが行われました。内部崩壊の代表的なシミュレーション結果[19]からは、内部崩壊の繰り返し（鋸歯状振動）が再現されていることがわかります。しかしながら、崩壊の時間スケール、崩壊振幅の時間的減衰等実験結果との不一致もあり、その後様々な理論モデルの改良がなされましたが、実験の鋸歯状振動の複雑多様な現象を理解するには至っていません。次に、低ベータオーダーリング簡約化方程式 ((3), (4) 式で、真空の寄与および圧力の式を除いたもの) に抵抗と誘導電場の効果を取り入れた多重ヘリシティ非線形シミュレーション

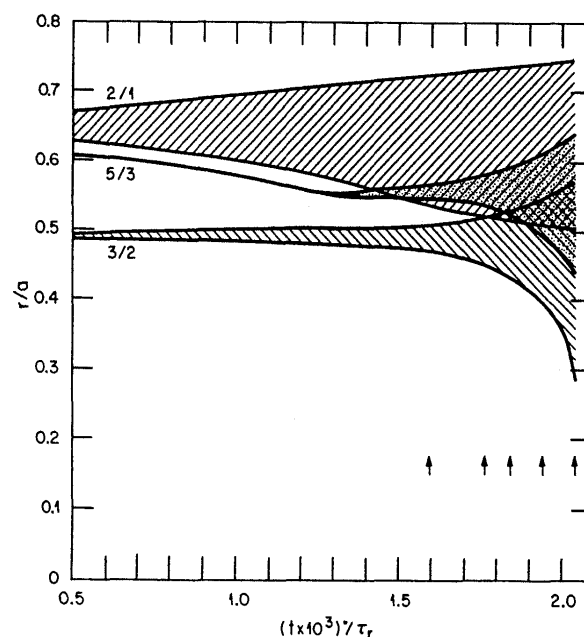


Fig. 1 Time evolution of the magnetic island width for $(m, n) = (2, 1)$, $(3, 2)$, and $(5, 3)$ modes in a multiple-helicity calculation [20].

による主崩壊のシミュレーション結果の一部を Fig. 1 に示します[20]。線形不安定な $(m, n) = (2, 1)$ モードの磁気島が、 $(3, 2)$ および $(5, 3)$ モードの磁気島と重なり合うとき、非線形的に両モードを不安定化させている様子がわかります。このような磁気島の重なり合いは、磁力線をストカスティックに乱しますから、これによる温度の低下がプラズマの抵抗率を上げ、電流チャンネルの消滅につながると考えられます。この結果は、実験の主崩壊現象の一つの物理機構と考えられています。

三次元平衡配位の一つであるヘリオトロン-Eにおいても、トカマクの鋸歯状振動と類似の2種類の緩和現象が軟 X 線等の計測から実験的に観測され、それらに対する理論解析、数値シミュレーションが行われました。一つは、 $(m, n) = (1, 1)$ モードによる鋸歯状振動（内部崩壊）[21]であり、トロイダル効果を除いた簡約化方程式系 (3), (4) に、抵抗の効果と、プラズマ加熱の効果等を取り込んだ単一ヘリシティ非線形シミュレーションの解析により、大域的な抵抗性交換型モードが共鳴有理面 $q = 1$ における圧力勾配の増大で励起され、内部崩壊を引き起こすことが示されました[22]。他方は、 $(m, n) = (2, 1)$ モードによる鋸歯状振動です[23]。この実験結果は、真空磁気軸を内寄せし、 $q = 2$ の有理面を磁気軸付近 ($r/a \sim 0.13$) に持つ、平均磁気曲率のより悪い配位で行われました。この物理機構を解析するために、 $(m, n) =$

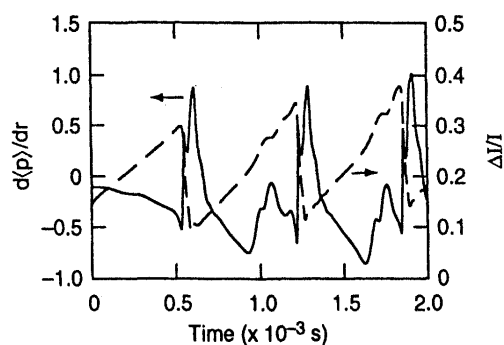


Fig. 2 Time evolution of $\Delta I/I$ and the local averaged pressure-gradient around $q = 2$ surface [24].

(1,1)モードと同様の非線形簡約方程式を用いた非線形シミュレーションが行われました[24]。この配位では、抵抗性、理想共鳴、および、理想非共鳴交換型モードが内部崩壊のトリガとして考えられますが、シミュレーションの結果、抵抗性交換型モードは、その非線形飽和レベルが低く実験を説明できないこと、また、理想非共鳴交換型モードは、プラズマ加熱の効果を入れても内部崩壊の繰り返しが起こらないことが示され、理想共鳴交換型モードが最も有力なモードであるという結論が得られています。Fig. 2に、実験の軟X線信号に相当する出力 $\Delta I/I$ と共鳴有理面付近での磁気面平均圧力勾配 $d(P)/dr$ の時間変化のシミュレーション結果を示します。計算時間を節約するために加熱率が大きく取られています。鋸歯状振動が再現されている様子が理解できます。

前節で述べましたように、理論的にはよりメルシェ不安定な領域でヘリカル系の実験は進められていくでしょうから、この種の解析は、 $(m, n) = (2, 1)$ 等の低 n 理想交換型不安定性の非線形挙動を理解する上でますます重要となっていくと考えられます。ただ、ベータ値も高く、シャフラノフシフトも大きいことから、トロイダル効果を取り込んだ非線形解析が必要となると考えます。

5.5 終わりに

核融合プラズマ実験の現象は多様で、巨視的な現象にはMHD現象が深く関与しているものが少なくありません。このような現象の物理機構の解明は、非常に興味を引かれるものです。他方、装置設計や実験結果の物理的解釈の基礎として、MHDは地道な役割も演じています。いずれもがMHDの素顔であり、理論と実験を結びつける基礎として、今後ますます発展していくと考えられます。

参考文献

- [1] 安曇正史, 若谷誠宏: 核融合研究 **66**, 494 (1991).
- [2] I.B. Bernstein *et al.*, *Proc. R. Soc. Ser. A* **244**, 17 (1958).
- [3] J.M. Greene *et al.*, *Plasma Phys.* **10**, 729 (1968).
- [4] H.R. Strauss, *Plasma Phys.* **22**, 733 (1980).
- [5] H.R. Strauss, *Phys. Fluids* **20**, 1354 (1977).
- [6] M.N. Rosenbluth *et al.*, *Phys. Fluids* **19**, 1987 (1976).
- [7] J.M. Greene *et al.*, *Phys. Fluids* **4**, 875 (1961).
- [8] H.P. Furth *et al.*, *Phys. Fluids* **6**, 459 (1963).
- [9] C. Mercier *et al.*, *Lectures in Plasma Physics* (CEC, Luxembourg, 1974).
- [10] R.L. Dewar *et al.*, *Phys. Fluids* **26**, 3038 (1983).
- [11] A.M. Sykes *et al.*, *11th European Conf on Controlled Fusion and Plasma Phys.* (1983) p.363.
- [12] F. Troyon *et al.*, *Plasma Physics Control. Fusion* **26**, 20 (1984).
- [13] J. Wesson, *Tokamaks* (Clarendon press, 1997).
- [14] N. Nakajima, *Phys. Plasmas* **3**, 4545 (1996).
- [15] N. Nakajima, *Phys. Plasmas* **3**, 4556 (1996).
- [16] J. Chen *et al.*, *Phys. Plasmas* **6**, 1562 (1999).
- [17] N. Nakajima, in *18th IAEA Fusion Energy Conf.* IAEA-CN-77/THP/14.
- [18] S. Sakakibara *et al.*, *18th IAEA Fusion Energy Conf.* IAEA-CN-77/EXP3/12.
- [19] A. Sykes *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 140 (1976).
- [20] B.H. Carreras *et al.*, *Phys. Fluids* **23**, 1811 (1980).
- [21] J. Harris *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 2242 (1984).
- [22] M. Wakatani *et al.*, *Nucl. Fusion* **24**, 1407 (1986).
- [23] H. Zushi *et al.*, *Proc. the 16th IAEA Fusion Energy Conf.*, Vienna, 1996.
- [24] B.A. Carreras *et al.*, *Phys. Plasmas* **5**, 3700 (1998).