

解説

レーザー冷却イオンの周辺技術と応用

占部 伸二

(大阪大学大学院基礎工学研究科)

Laser-Cooled Ions and Their Applications

URABE Shinji

Graduate School of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka 560-8531, Japan

(Received 24 June 2005)

In an ion trap, laser-cooled ions can be confined in a small space in an ultra-high vacuum so that collisions rarely happen and the ions are well isolated from the environment. Since these conditions enable high-resolution spectroscopy of single ions, laser-cooled ions are suitable for use in developing frequency standards. The ions can be cooled to the motional ground state to give a well-defined initial quantum state for quantum state manipulation and quantum computing. In this review, principles of ion traps and laser cooling, and recent progress in optical frequency standards and quantum computing with trapped ions are described.

Keywords:

ion trap, laser cooling, frequency standard, quantum computing

1. はじめに

電磁場を用いて荷電粒子を捕獲するイオントラップは、当初は質量分析への応用を念頭に研究が始められた。分光への応用は1960年代後半から始められた。1970年代後半にレーザー冷却が可能になるとイオンの高分解能分光実験が進み、現在では周波数標準や量子計算などへの応用が目覚しく進展してきている。イオントラップ中のイオンを用いるとレーザー冷却により周囲からの擾乱の非常に少ない環境下で極低温状態のイオンを発生することができる。このため量子力学的な純粋状態の発生、操作、状態検出がレーザー光などを用いて行うことができ、周波数標準や量子計算への応用には最適なものとなる。本解説では周波数標準や量子計算への応用を中心にイオントラップ中のレーザー冷却イオンの周辺技術について述べる[1]。

2. イオントラップ

イオントラップとは電磁場を用いてイオンを空間に閉じ込める装置である。静電場のみを用いてイオンを空間に閉じ込めることは電磁気学の Earnshaw の定理によって不可能であることが知られている。このため、静電場と静磁場を用いるペニングトラップ (Penning trap), rf 電場と静電場を用いるパウルトラップ (Paul trap) が主に用いられる。パウルトラップは rf トラップ (radio frequency trap) と呼ばれる。Fig. 1 はイオントラップに用いられる四重極ポテンシャルを発生させるための3枚の回転双曲面の形状を持った電極を示したものである。上と下の電極をエンドキャップ、中の電極をリングと呼ぶ。エンドキャップの間

隔を $2z_0$, リングの半径を r_0 として, 2枚のエンドキャップとリング間に電圧 U を加えると, 電極に囲まれた空間の一点 (x, y, z) には以下に示すポテンシャル ϕ が生じる。

$$\phi = U(x^2 + y^2 - 2z^2)/(2z_0^2 + r_0^2) \quad (1)$$

ただし, $r_0 = \sqrt{2}z_0$ である。ペニングトラップは U を負の値にして静電場によって z 方向に閉じ込めの力を働かせるとともに z 軸方向に静磁場を加え, ポテンシャルが開いている x - y 方向ではイオンにサイクロトロン運動とマグネトロン運動を行わせることにより閉じ込めるものである。このトラップでは 1 T 程度の磁束密度を加える必要があるため, イオンのエネルギー準位はゼーマン効果により大きく分裂する。このため現在活発に研究されている周波数標準

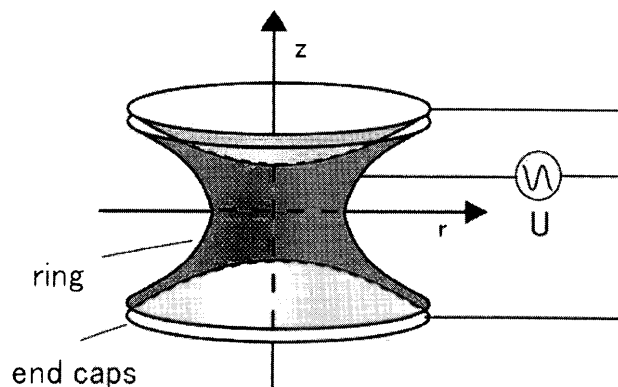


Fig. 1 General setup of the electrode configuration to create a quadrupole potential.

author's e-mail: urabe@ee.es.osaka-u.ac.jp

や量子計算への応用には以下に述べる rf トラップが主に用いられる。

rf トラップは電極間に rf 電圧を加えて動作させるものである。\$U\$ が一定の場合には \$r, z\$ 方向のうち一方向しか閉じ込めの力が働かないが, rf 電圧によって両方向に時間的に交互に閉じ込めの力が働くようにしたものである。電極間に \$U = U_0 + V_0 \cos \Omega t\$ を加えた場合の電荷 \$e\$, 質量 \$m\$ を持つイオンの運動方程式は以下の Mathieu 方程式で表される。

$$\begin{aligned} d^2x_i/d\tau^2 + [a_i - 2q_i \cos 2\tau]x_i &= 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2) \\ \Omega t = 2\tau, \quad x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z \\ a_3 &= -16eU_0/[m\Omega^2(r_0^2 + 2z_0^2)] = -2a_1 = -2a_2, \\ q_3 &= 8eV_0/[m\Omega^2(r_0^2 + 2z_0^2)] = -2q_1 = -2q_2 \end{aligned}$$

この方程式は係数, \$a_i, q_i\$ が制限された値を持つときのみに安定な周期解を持つことが知られている。\$a_i, q_i \ll 1\$ の条件が成り立つ場合は断熱近似が成り立つと言われ, イオンの運動は永年運動成分と周波数 \$\Omega\$ で振動する微小なマイクロ運動成分に近似的に分けて記述することができる。\$x\$ 方向について, \$x(t) = X(t) + \delta(t)\$ において, ゆっくりと変動する永年運動成分 \$X\$, 周波数 \$\Omega\$ で速く変動する成分 \$\delta\$ に分け, \$X \gg \delta\$, および \$d^2\delta/dt^2 \gg d^2X/dt^2\$ を仮定する。(2)に代入して rf の一周期では \$X\$ が一定として積分することにより, \$\delta = -(q_1 X/2) \cos \Omega t\$, が求められる。ゆっくりと変動する成分に対しては rf の一周期で平均することにより以下の調和振動の運動方程式が得られる(議論の本質に関係ないため \$a_1 = 0\$ においてある)。

$$d^2X/dt^2 = -\omega_1^2 X \quad \omega_1 = q_1 \Omega / 2\sqrt{2} \quad (3)$$

\$x\$ 方向の運動は \$A\$ を任意定数として, \$x = A[1 - (q_1/2) \cos \Omega t] \cos \omega_1 t\$, となり, 調和振動に微小なりップルが加わった形となる。\$y, z\$ 方向も同様に求められる。永年運動は以下の楕円型の有効ポテンシャル \$\psi\$ の中で力を受けて 3 次元の調和振動を行うと考えることができる。

$$\begin{aligned} \psi &= (q_1^2 X^2 + q_2^2 Y^2 + q_3^2 Z^2) m \Omega^2 / 16e \\ &= eV_0^2 (X^2 + Y^2 + 4Z^2) / [m\Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)] \quad (4) \end{aligned}$$

断熱近似が成り立つ条件ではイオンの rf 一周期平均の全運動エネルギーは一定でマイクロ運動と永年運動の運動エネルギーを加えたものとなる。有効ポテンシャルのエネルギーはマイクロ運動のエネルギーに等しく, イオンはマイクロ運動のエネルギーをポテンシャルエネルギーと見なした調和振動を行うと考えることができる。原点から最も離れた点ではマイクロ運動, 原点では永年運動のエネルギーが支配的となり運動エネルギーが時間的に交互に交換される。レーザー冷却されたイオンに対してはほとんどの場合断熱近似が成り立つ。

量子計算への応用には Fig. 2 に示すリニアトラップが用いられる。これは \$x\$-\$y\$ 方向は rf 電場, \$z\$ 方向は静電場によりイオンを閉じ込めるもので直線状にイオンを並べることができる。周波数標準や量子計算への応用にはリングの直径が 1 mm 程度あるいはそれ以下の小型のトラップが用いられる。少数個のイオンを閉じ込める場合には原点近傍の

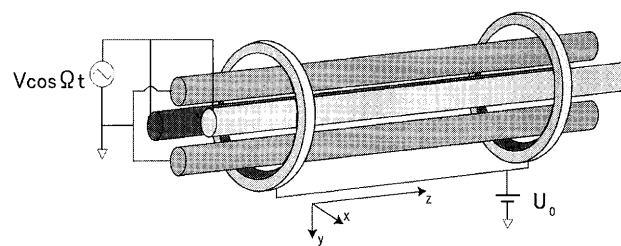


Fig. 2 A linear Paul trap used to store a string of ions. Each of the rods is connected to the one diagonally opposite so that a voltage between the pairs gives a quadrupole field.

みに四重極ポテンシャルが発生すればよいので, 電極は球面などで近似される。光によるアクセスが容易なリング電極のみのトラップ (Paul-Straubel 型), あるいは円筒ロッド 2 本を対向させたロッド型なども用いられる [2]。また, 量子計算への応用を目的にリソグラフィ技術を用いて作られた微小な平面電極を向かい合わせた分割型マイクロトラップも開発されている [3]。イオントラップは \$1 \times 10^{-7}\$ Pa 以下の超高真空中で動作させ, トラップ中で原子を電子衝突によりイオン化してロードする。イオントラップは数 V から数十 V のポテンシャルの深さで動作させる。\$Ca^+\$ イオンを \$r_0 = 0.5\$ mm のトラップで捕獲する場合には, rf 周波数 20 MHz, 振幅 150 V で駆動すると, \$r\$ 方向の有効ポテンシャルの深さは約 3.5 V, \$z\$ 方向のポテンシャルの深さは約 7 V となる。永年運動の振動周波数は \$r\$ 方向が約 1.3 MHz, \$z\$ 方向が約 2.6 MHz となる。

3. イオンのレーザー冷却

3.1 イオンのドップラー冷却

生成した直後のイオンの温度はポテンシャルの 1/10 に相当する 10,000 K 程度と考えられる。イオンを極低温まで冷却するにはレーザー冷却を用いる [1, 4]。レーザー冷却は, 共鳴に近い周波数を持つレーザー光を原子に照射したときに発生する光の力を利用するものである。この力は散乱力と勾配力に分けられるが, 冷却には散乱力が利用される。rf トラップ中のイオンはマイクロ運動を無視すると 3 次元の調和振動をしている。振動しているイオンのレーザー冷却は, イオンの振動周波数 \$\omega_v\$ と冷却に用いる 2 準位系イオンの励起準位の放射減衰 \$\gamma\$ との大きさの関係で扱いが異なってくる。

\$\omega_v \ll \gamma\$ の場合は, 原子が光を吸収, 放出する時間に比べ運動の 1 周期に要する時間は十分に長い。このためイオンは 1 周期の間に何度も光の吸収, 放出を繰り返すことになり, 光の吸収, 放出を行う間のイオンの速度と位置はほぼ一定と考えられる。この場合はイオンの 1 周期より十分短くかつ原子の寿命 \$\gamma^{-1}\$ より十分長い時間で平均した光の散乱力を考えることができる。電場の振幅 \$E\$ を持つ平面進行波のレーザー光を速度 \$v\$ を持つ 2 準位イオンにあてた場合の散乱力は, 一次元で考えると以下になる。

$$F = \hbar k \cdot (\gamma/2) \cdot s_0 / [1 + s_0 + 4(\Delta - k \cdot v)^2 / \gamma^2] \quad (5)$$

ただし, \$k\$ は光の波数ベクトル, \$\Delta = \omega_L - \omega_0\$, \$\omega_L\$ はレー

ザーの周波数, ω_0 はイオンの共鳴周波数である. s_0 は規格化した光強度で, $s_0 = 2(\mu E / \hbar \gamma)^2$ と表される. μ はイオンの双極子モーメントである. (5)式において離調を負の値 ($\Delta < 0$) とした場合には, イオンの速度 v が光の進行方向と反対になる半周期において $k \cdot v < 0$ となりドップラーシフトが離調を打ち消すため, イオンを減速する方向に働く力 F が増加する. 逆にイオンが光と同じ方向に進む半周期の場合はイオンを加速する方向に働く力 F が減少する. すなわち, 負の離調の場合には光に向かって進む半周期ごとに共鳴が強くなり光の吸収, 放出を繰り返すことになり, イオンは光の散乱力による減速を受ける. この条件の成り立つ場合は“弱い束縛の極限 (weak-binding limit)”と言われる. この冷却法による到達温度は, 光の吸収, 放出過程における運動量拡散による加熱と散乱力による冷却のつりあい決められる. 到達できる最小のエネルギーは $E_{\min} = \hbar \gamma / 2$, 温度に換算すると $T_D = \hbar \gamma / 2 k_B$ (k_B はボルツマン定数) である. この温度をドップラー限界という. レーザー冷却に電気双極子遷移を用いた場合には, γ は 10^8 s^{-1} 程度であり, またイオンの永年運動の振動周波数は 1 MHz 程度であるため, $\omega_v \ll \gamma$ となり, 弱い束縛の条件が成り立つ. 到達温度は γ が 10^8 s^{-1} のとき $T_D = 0.38 \text{ mK}$ となる.

3.2 イオンのサイドバンド冷却

$\omega_v \gg \gamma$ が成り立つ場合には光を吸収, 放出する間にイオンは何度も振動運動を繰り返す. このためイオンが光を吸収, 放出するときの速度や位置というものはもはや考えることができなくなり, 散乱力によってイオンを減速するという考え方は適用できない. この条件が成り立つ場合は“強い束縛の極限 (strong-binding limit)”と言われる. 正確にはイオンの運動を量子化して扱うことが必要であるが, 半古典的には以下のように説明される. イオンに静止した系で見るとレーザー周波数 ω_L がイオンの振動周波数 ω_v で周波数変調されイオンが多くのサイドバンドと相互作用すると考えることができ, イオンの光の吸収断面積は以下のようになる.

$$\sigma(\omega_L) = \sigma_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |J_n(kx_0)|^2 (\gamma/2)^2 / [(\gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega_L - n\omega_v)^2] \quad (6)$$

x_0 はイオンの運動の振幅, J_n は n 次のベッセル関数である. 吸収スペクトルは ω_0 ($n=0$) の周波数におけるキャリア遷移と $\omega_0 \pm n\omega_v$ におけるドップラーサイドバンドから構成される. $\eta = kx_0$ は Lamb-Dicke パラメータと呼ばれる. 振動を量子化した扱いでは x_0 は振動基底状態の波動関数の広がり, $\sqrt{\hbar/2m\omega_v}$ で表される. $\omega_v \gg \gamma$ であるために Fig.3 に示すようにサイドバンドは分離して観測される.

イオンが冷却されて振幅 x_0 が小さく光の波長以下, $kx_0 = 2\pi(x_0/\lambda) \ll 1$, になるとサイドバンドの各成分は非常に小さくなる. イオンのスペクトルは中心のキャリアが支配的となって第一サイドバンドのみが小さく観測される (高い周波数側のサイドバンドはブルーサイドバンド, 低い周波数側のサイドバンドはレッドサイドバンドと呼ばれ

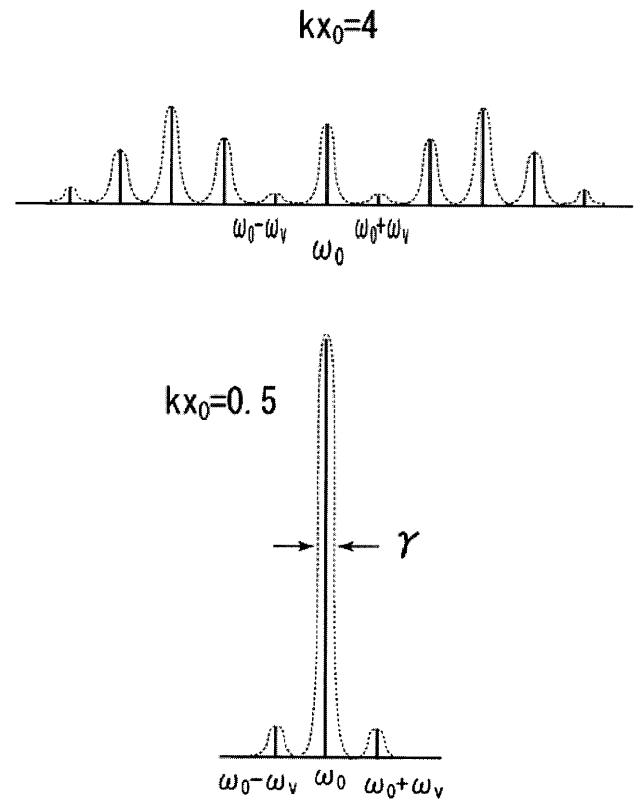


Fig. 3 The sideband spectrum of an ion executing simple harmonic motion with different amplitudes. The amplitudes x_0 are $4/k$ and $0.5/k$ for the upper and lower traces respectively.

る). イオンが電磁波の波長以下の領域に局在しているときは Lamb-Dicke の基準が満たされているという. 強い束縛条件が成り立つ場合の冷却法はサイドバンド冷却と呼ばれる. サイドバンド冷却はドップラー冷却でイオンを Lamb-Dicke 領域に閉じ込めたあと, さらにイオンを冷却するのに用いられる. レーザーの周波数 ω_L を低周波側のレッドサイドバンド, すなわち $(\omega_0 - \omega_v)$ に同調するとイオンは光子のエネルギー, $\hbar(\omega_0 - \omega_v)$, を得て $|g, n\rangle$ から $|e, n-1\rangle$ へ遷移する. ただし g, e はそれぞれイオンの基底状態, 励起状態, n は振動状態を表す. 状態 $|e, n-1\rangle$ のイオンは自然放出により基底状態に戻るが Lamb-Dicke の基準が満たされている場合にはキャリア遷移が支配的であるため $\hbar\omega_0$ のエネルギーを放出して $|g, n-1\rangle$ へ遷移する. この過程により $\hbar\omega_v$ のエネルギーを失う. この繰り返しによりイオンを振動基底状態付近まで冷却することができる.

サイドバンド冷却の冷却限界はレッドサイドバンド遷移の励起スペクトルの裾でキャリア遷移およびブルーサイドバンド遷移が励起されて加熱が起こることによって決められる. スペクトルの形が幅 γ のローレンツ型の場合には以下のようになる.

$$E_{\min} = \hbar\omega_v(n_{av} + 1/2), \quad n_{av} = (\alpha + 1/4)\gamma^2/4\omega_v^2 \quad (7)$$

α は自然放出の角度分布により決まる定数で, 双極子遷移の場合は $2/5$ である. また n_{av} は冷却の最終状態における平均の振動量子数である. $\omega_v \gg \gamma$ であるので $n_{av} = 0$ の振動基

底状態の近くまで冷却することが可能である。サイドバンド冷却には電気4重極遷移や誘導ラマン遷移が用いられる。サイドバンド冷却に類似の電磁誘導透過(EIT)を用いた振動基底状態付近までの冷却法も提案され、実験的に実証されている[5]。

到達量子数は光吸収スペクトルにおけるレッドサイドバンドとブルーサイドバンドの高さの比によって測定できる。2つのサイドバンドの高さはそれぞれ $\eta^2 n$, $\eta^2 (n+1)$ に比例する。振動状態の熱的分布を考慮して平均量子数 $\langle n \rangle$ を用いると、サイドバンドの高さの比は、 $S_L/S_U = \langle n \rangle / (\langle n \rangle + 1)$ となり、これから $\langle n \rangle$ を求めることができる。

3.3 マイクロ運動の影響

rfトラップ中のイオンの運動は実際にはマイクロ運動と永年運動からなる。マイクロ運動は外部からのrf電場によって常に駆動されるため、レーザー冷却の対象にはならない。冷却の対象となるのは永年運動であり、永年運動を冷却することによりマイクロ運動を間接的に小さくすることができる。3枚の回転双曲面からなるrfトラップの場合、マイクロ運動の影響がないのはトラップの中心点のみである。このため1個のイオンのみが極低温まで冷却できる。リニアトラップは、対称軸である直線上においてマイクロ運動がないため直線状に並んだイオンを冷却できる。しかしながら、電極に機械的な非対称性がある場合や電極に付着した金属の接触電位差により付加的な電場が存在する場合は余剰マイクロ運動が発生する。例えば外部から均一に電場 E が加わった場合には、イオンの運動は以下のようになる[6]。

$$x(t) = [x_1 + x_2 \cos(\omega_v t)] [1 - (q_1/2) \cos \Omega t] \quad (8)$$

x_1 は外部電場に比例する項で、冷却により小さくならない余剰マイクロ運動である。余剰マイクロ運動があるとイオンの光吸収スペクトルに $(\omega_0 + n\Omega \pm \omega_v)$ の周波数を持つサイドバンドが加わる。このためレーザー周波数を負の離調にした場合でも例えば $(\omega_0 - \Omega + \omega_v)$ における永年運動を加熱する遷移が励起されるため冷却の妨げとなる。余剰マイクロ運動は検出して補正することが必要である。最も簡便にはレーザー冷却における励起スペクトルの形状を診断して補正電極により電場を加えて補正する。本格的には、イオンの光吸収断面積がマイクロ運動によって変調されるという性質を利用して、駆動rf周波数の位相に対するイオンからの蛍光光子の到達頻度を計測して検出し補正を行う。

3.4 イオンの結晶化

イオントラップ中に冷却された複数個のイオンは強結合プラズマを発生する。プラズマの状態は隣の電荷による静電エネルギーと熱エネルギーの比であるクーロン相関パラメータ、 $\Gamma = (1/4\pi\epsilon_0)(e^2/r_n k_B T)$ 、で記述される。 ϵ_0 は真空の誘電率、 r_n は最も近くの粒子との距離である。 Γ が1以上の場合には強結合プラズマと言われるが、冷却されたイオンでは Γ を大きくでき百以上にすることも可能である。このような強結合状態ではイオンは結晶構造を取ることが知られている。複数個のイオンのレーザー冷却プロセスは非線形なクーロン相互作用があるため非常に複雑であ

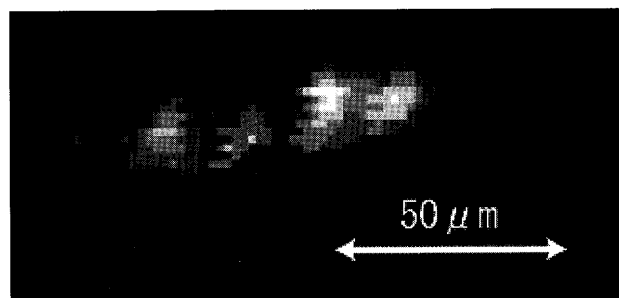


Fig. 4 A string of four Ca^+ ions in a small linear Paul trap.

る。このプロセスはイオン運動のシミュレーションにより解析され実験と比較されている[7]。冷却パワーが小さくイオン間の平均距離が十分大きい場合には加熱は起こらずイオンは独立した粒子のように振舞う。冷却パワーが大きくなり粒子間の距離が小さくなるにつれてイオン間の衝突によりrf加熱が起こりイオンはカオス的な運動を行う。さらに冷却パワーが大きくなるとイオン間の距離は小さくなり準周期的な運動を経て、トラップポテンシャルと粒子間のクーロン相互作用で決まる静的なつりあいの状態に移移する。この遷移はレーザーの周波数を低周波側から共鳴中心まで掃引してイオンの励起スペクトルを測定することにより観測することができる[7]。低周波側ではカオス的な運動を行う雲状態の広いスペクトルが観測されるが周波数を中心に近づけると急に結晶状態を示す鋭いスペクトルに変化する。遷移が起こる周波数はトラップの動作条件、レーザーのパワー、イオンの個数に依存する。どのような結晶配列が起こるかは、トラップのポテンシャルの形とイオンの数によって決められる。リニアトラップの場合、結晶構造はイオンの個数とポテンシャルの異方性を表すパラメータ $\alpha = \omega_z^2/\omega_r^2$ に依存する。例えばイオンの個数を一定にして、 z 方向の閉じ込め電圧を小さい値から増加させた場合を考えると、 α が小さくポテンシャルの形が軸方向(z 方向)に長いときには直線状に並び、 α が増加するにつれてジグザグ構造、さらにらせん構造へと変化する。変化の起こる α の値は理論やシミュレーションで求められ、 $\alpha = cN^\beta$ 、の形をとる[8, 9]。10個までのイオンの直線からジグザグ構造への変化に対しては実験により $c = 3.23$, $\beta = -1.83$ が求められており理論との比較がなされている[10]。イオンの数が非常に多くなった場合には層構造になることが知られている[11]。また二種類の冷却イオンのとる構造も研究されている[12]。Fig. 4は小型のリニアトラップ中に一列に並んだ4個の Ca^+ イオンをCCDで撮影したものである。

4. 光周波数波数標準への応用

4.1 単一イオンを用いた光周波数標準の特徴

冷却イオンの応用の一つは周波数標準である。1秒はセシウム原子の超微細構造準位間のマイクロ波遷移を用いて定義されている。セシウム周波数標準器はここ数十年の間に改良が行われ、レーザー冷却された原子を用いる原子泉型では確度は 10^{-15} にまで達している。一方、光領域におけ

る周波数標準も長さの標準の関係から活発に研究が進められている。1980年代初めに1個の冷却イオンを用いた光領域の周波数標準が提案されて研究が始められたが[13]、ここ数年の間に大きく進展している。周波数標準は原子の吸収線に発振器の周波数を安定化することによって実現される。周波数標準に用いられる原子の吸収線には、吸収線の周波数シフトが小さくシフト量の評価が容易なこと、吸収スペクトルの Q 値($Q = \omega_0/\Delta\omega$, ω_0 : 共鳴周波数, $\Delta\omega$: 共鳴の半値全幅)が大きく信号検出のS/N比が良いことが要求される。1個の冷却イオンを用いた光周波数標準の特徴は各種の周波数シフトが小さいことおよび Q 値の大きな共鳴を利用することである。吸収線にはイオンの基底状態と準安定状態間の光領域の電気四重極遷移(クロック遷移と呼ばれる)が用いられる。準安定状態の自然放出による寿命は数十m秒から数秒であるため、究極的なスペクトル幅は数Hzから0.1Hz程度、スペクトルの Q 値は 10^{14} から 10^{15} という非常に大きな値となる。

4.2 単一イオンによる光周波数標準の原理

冷却イオンの電気四重極遷移の光吸収スペクトルは強い束縛条件が満たされるのでサイドバンドから構成される。 $r_0 = 0.5$ mm程度の小型トラップ中の1個のイオンはドップラー冷却によってLamb-Dickeの基準が満たされる微小領域まで閉じ込めることができる。このときキャリアが支配的となり、このスペクトルが光周波数標準に用いられる。光の吸収による1個のイオンの基底状態から準安定状態への遷移はシュルピング法を用いた量子跳躍の観測によって測定される。周波数標準にはFig. 5に示すように基底状態 g と2つの励起状態 e_1 , e_2 からなるV型の3準位系のイオンが用いられる。励起状態 e_1 は基底状態への強い電気双極子遷移を持ち、寿命は約 10^{-8} 秒程度である。もう一つの励起状態 e_2 は準安定状態で数十m秒から数秒の寿命を持つ。まず、1個のイオンを強い遷移 $g \leftrightarrow e_1$ を用いてレーザー冷却を行う。このとき光子数 10^4 /s程度の蛍光信号が観測される。更にイオンの $g \leftrightarrow e_2$ 遷移(クロック遷移といわれる)の周波数に一致するレーザー光を照射する。イオンが光を吸収して準安定状態 e_2 へ遷移した場合にはイオンの蛍光は完全に消失する。イオンが $g \leftrightarrow e_1$ の冷却サイクルに戻ると再び強い蛍光が観測される。このため弱い遷移による量子跳躍を強い遷移の蛍光の変化で観測することができる。この測定方法は“電子の棚上げ(シュルピン

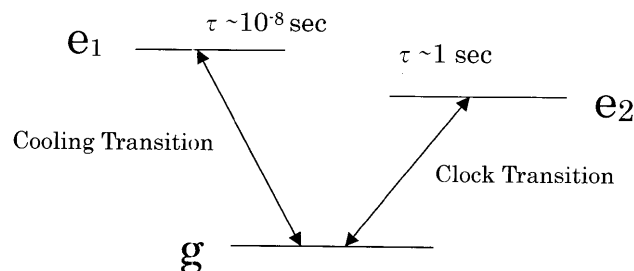


Fig. 5 The V-type energy level diagram for observation of quantum jumps. The $g \leftrightarrow e_1$ transition is assumed to be strong while the $g \leftrightarrow e_2$ transition is weak.

グ)による量子増幅”とも名づけられ、イオンの状態の検出効率はほぼ100%である。

シュルピング法を用いると1個のイオンの準安定状態と基底状態間の電気四重極遷移の光吸収スペクトルを測定することができる。測定では量子力学における測定の原理を忠実に実行する。最初に冷却されたイオンを基底状態 $|g\rangle$ に準備する。次にイオンに $g \leftrightarrow e_2$ 遷移を観測するレーザー光をパルス的に照射する。キャリア遷移の場合にはイオンは重ね合わせの状態 $c_1|g\rangle + c_2|e_2\rangle$ へ移る。この状態のイオンに強い遷移 $g \leftrightarrow e_1$ に一致する冷却用のレーザー光を照射する。イオンからの蛍光が観測された場合にはイオンは測定により基底状態に移り、この確率は $|c_1|^2$ である。蛍光が観測されない場合には準安定状態に移り、確率は $|c_2|^2$ である。観測を行ったあとイオンを再び基底状態に準備してこの測定を N 回繰り返す。 N 回の測定において蛍光が観測されなかった回数を N_2 とすると準安定状態への遷移確率は N_2/N となる。観測用レーザーの周波数を共鳴周波数付近で少しずつ掃引して、遷移確率を測定していくと光吸収スペクトルが得られる。Fig. 6はすべての光源を半導体レーザーで構成した小型の装置を用いて小型のrfトラップ中に冷却された Ca^+ イオンの電気四重極遷移の光スペクトルを測定した例である[14]。イオンの温度は5 mK程度と推定される。

キャリアスペクトルの周波数の中心にレーザー周波数をロックすることで周波数標準が実現される。現在までにスペクトル観測用のレーザーとして数Hz程度の超狭スペクトルレーザーが開発され[15]、周波数の確度として 10^{-14} から 10^{-15} レベルの結果が得られている[16, 17]。各種の周波数シフト要因を見積もることにより究極的には 10^{-18} の周波数確度が期待されている。1個の冷却イオンを用いた光周波数標準の研究は Hg^+ イオンを用いてアメリカの標準技術研究所(NIST)、 In^+ イオンを用いてドイツのマックスプランク研究所、 Sr^+ イオンを用いてイギリスの国立物理研究所(NPL)およびカナダの国立研究会議(NRC)、

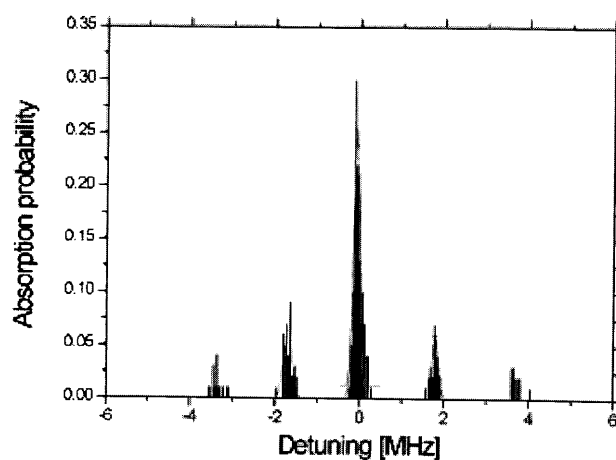


Fig. 6 The absorption spectrum of the $4^2S_{1/2} - 3^2D_{5/2}$ electric quadrupole transition in a single Ca^+ ion trapped in a small Paul trap. The spectrum was obtained with a laser system that uses only fundamental waves of diode lasers as light sources.

Yb⁺イオンを用いてドイツの物理工学研究所 (PTB) など
で研究が進められている。わが国でも Ca⁺イオンを用いた
研究が情報通信研究機構において最近開始された。

5. 量子計算への応用

5.1 量子計算における冷却イオンの特徴

量子計算は、現在の計算機が0か1の2つの状態をとる
ビットを基本の計算要素として構成されているのに対し、
|0⟩と|1⟩の重ねあわせの状態を取り得るようにビットを拡張
したキュービットを計算要素として用いるものである。量子
計算では量子力学の基本原理解である状態の重ねあわせ
の原理を利用する。これによって並列計算が可能となるた
め、現在の計算機では膨大な時間のかかる問題、例えば因
数分解などを高速に処理できることが期待されている。こ
のため、NMRにおける核スピン、光子、レーザー冷却され
たイオンや原子などを用いた実験研究が活発に進められて
いる。リニアトラップ中に一列に並んだイオンをキュー
ビットとして用いる量子計算は Cirac と Zoller により提案
された[18]。それ以来、NIST、インスブルック大学など
において実験的な研究が精力的に行われている。冷却イ
オンを用いる方式は、イオンの内部状態をキュービットと
して使えること、振動基底状態までの冷却と光ポンピング
によって状態の初期化が可能なこと、デコヒーレンスが小
さいこと、レーザーパルスにより個々のキュービットのゲ
ート操作が可能なこと、演算結果のための状態検出がシェ
ルビング法を用いて100%に近い効率で可能であることな
どの量子計算を実験的に実現する基本的要請を満たすこと
から有力な候補となっている[19]。

5.2 冷却イオンを用いた量子計算の原理

キュービットにはイオンの基底状態の2つの超微細構造
準位、あるいは基底状態|g⟩と準安定状態|e⟩などが用いら
れる。イオン間の相互作用や情報伝達には一列に並んだイ
オンの1つの振動モードの基底状態|0⟩と第一励起状態
|1⟩がバスビットとして用いられる。このため振動基底状
態までの冷却が必要である。振動モードとしては軸方向の
重心運動、あるいは伸縮運動モードが用いられる。Fig. 4
のように並んだ個々のイオンにレーザー光を順次照射して
内部状態のユニタリ変換、内部状態と振動状態あるいはイ
オン間の内部状態の量子もつれの生成により演算を行う。
超微細構造準位を用いる場合には2本のレーザー光を用い
るラマン遷移、基底状態と準安定状態間を用いる場合には
電気四重極遷移がこの操作に用いられる。

イオンとレーザー光の相互作用表示のハミルトニアン
は、一次元の運動のみを考え、イオンが十分冷却され
Lamb-Dicke 領域にある場合には以下のように示される
[4]。

$$H_I = (\hbar/2)\Omega_0\sigma_+ \{1 + i\eta a \exp(-i\omega_v t) + i\eta a^\dagger \exp(i\omega_v t)\} \exp(i\phi - i\Delta t) + h.c. \quad (9)$$

Ω_0 はラビ周波数、 σ_+ は原子の昇演算子 $|e\rangle\langle g|$ 、 a 、 $a^\dagger$ は用
いる振動モードの消滅、生成演算子、 ϕ はレーザーの位相、

$h.c.$ はエルミート共役を表す。 Δ は周波数離調で電気四重
極遷移の場合は $\omega_L - \omega_0$ である。ラマン遷移の場合には Δ
の中の ω_L は2台のレーザーの周波数差、また $\eta = kx_0$ の
 k は波数ベクトルの差の振動方向成分となる。レーザー周
波数を $\omega_L = \omega_0$ とした場合には共鳴項、 $H_I = (\hbar/2)\Omega_0\sigma_+ \exp(i\phi) + h.c.$ が支配的となり振動状態が変化しないキャ
リア遷移が励起される。 $\omega_L = \omega_0 - \omega_v$ とした場合には共鳴
項は、 $H_I = i(\hbar/2)\eta\Omega_0\sigma_+ a \exp(i\phi) + h.c.$ 、となりレッドサ
イドバンド遷移、 $\omega_L = \omega_0 + \omega_v$ とした場合には共鳴項は、
 $H_I = i(\hbar/2)\eta\Omega_0\sigma_+ a^\dagger \exp(i\phi) + h.c.$ 、となりブルーサイドバ
ンド遷移が励起される。この3つの共鳴条件においてレー
ザーパルスを送った場合のイオンの状態ベクトル
 $|\Psi(t)\rangle$ は

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{e,n}(t)|e,n\rangle + c_{g,n}(t)|g,n\rangle \quad (10)$$

$$c_{e,n+k}(t) = \cos(\Omega_{n+k,n}t/2)c_{e,n+k}(0) - i \exp(i\phi + i|k|\pi/2) \sin(\Omega_{n+k,n}t/2)c_{g,n}(0)$$

$$c_{g,n}(t) = -i \exp(-i\phi - i|k|\pi/2) \sin(\Omega_{n+k,n}t/2)c_{e,n+k}(0) + \cos(\Omega_{n+k,n}t/2)c_{g,n}(0)$$

となる。 $c_{e,n+k}(0)$ 、 $c_{g,n}(0)$ は初期条件である。 $k=0$ はキャ
リア遷移の場合で、 $\Omega_{n,n} = \Omega_0$ 、 $k=1$ はブルーサイドバン
ド遷移の場合で、 $\Omega_{n+1,n} = \Omega_0\eta\sqrt{n+1}$ 、 $k=-1$ はレッドサ
イドバンド遷移の場合で、 $\Omega_{n-1,n} = \Omega_0\eta\sqrt{n}$ 、である。最初
にイオンが $|g,0\rangle$ にあり、キャリア遷移のパルスを送った場
合には、イオンの状態は、 $|\Psi\rangle = \cos(\Omega_0 t/2)|g\rangle - i \exp(i\phi) \sin(\Omega_0 t/2)|e\rangle$ 、へと変化する(振動状態は省略
してある)。これは状態ベクトルの回転を表しており、回転
角 $\Omega_0 t$ および位相 ϕ を用いて任意の回転を作ることができ
る。例えば初期状態が $|g\rangle$ に対して $\phi = \pi/2$ のとき、
 $\Omega_0 t = \pi/2$ とすると2つの状態の等しい重ね合わせ
 $(|g\rangle + |e\rangle)/\sqrt{2}$ を作る $\pi/2$ パルス、 $\Omega_0 t = \pi$ とすると状態が
 $|g\rangle$ から $|e\rangle$ へ反転する π パルス、 $\Omega_0 t = 2\pi$ とすると $|g\rangle$
から符号の反対の状態 $-|g\rangle$ へ変化する 2π パルスが生成さ
れる。 $|g,1\rangle$ の状態にレッドサイドバンド遷移の $\pi/2$ パルス
($\phi = 0$, $\Omega_{0,1} t = \pi/2$) を作用させると、 $(|g,1\rangle + |e,0\rangle)/\sqrt{2}$ 、と
なり、振動状態と内部状態の直積で表すことのできないも
つれた状態を発生することができる。また、レッドサイ
ドバンド遷移の π パルス ($\phi = \pi$, $\Omega_{0,1} t = \pi$) は $|e,0\rangle$ を
 $|g,1\rangle$ に変えるため、 $(\alpha|g\rangle + \beta|e\rangle)|0\rangle$ に作用させた場合
には $|g\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$ に変化する。この操作は内部の量子状
態を振動状態に移すためスワップゲートと呼ばれる。

N 個のキュービットを用いた量子計算は 2^N 次元ヒルベ
ルト空間のユニタリ変換で表されるが、すべて1キュー
ビットの回転と2キュービットの制御ノットゲートの組み
合わせて構成することができる。したがって、冷却イオン
を使ってこの2つのゲート操作を実現できれば原理的には
量子計算が行えることになる。1キュービットの回転は上
に述べたように1個のイオンにキャリア遷移のパルスを照
射することで実現できる。

2キュービットを用いた制御ノットは以下のような状態

の変換を行う論理ゲートである。

$$|\epsilon_1\rangle|\epsilon_2\rangle \rightarrow |\epsilon_1\rangle|\epsilon_1 \oplus \epsilon_2\rangle \quad (12)$$

ここに ϵ_1, ϵ_2 は 0 または 1 の値である。内部状態の場合には g を 0, e を 1 に対応させる。右辺の $\oplus$ は 2 進法での加算を表す。 $|\epsilon_1\rangle$ を制御ビット, $|\epsilon_2\rangle$ を標的ビットと呼ぶ。 $\epsilon_1 = 0$ ならば, 標的ビットは変化しないが, $\epsilon_1 = 1$ ならば標的ビットは反転する。空間に一列に並んだ N 個のイオンの中の m 番目のイオンを制御ビット, k 番目のイオンを標的ビットとして制御ノットゲートを構成する場合は以下の操作で実現できる。用いるイオン列の振動モードは最初に基底状態まで冷却されているものとする。

- k 番目の標的イオンに位相 $\phi = -\pi/2$ のキャリア遷移の $\pi/2$ パルスを加える。
- m 番目の制御イオンに位相 $\phi = -\pi/2$ のレッドサイドバンド遷移の π パルスを加える。
- k 番目の標的イオンにおいて補助準位 $|r\rangle$ を選び, それと $|g\rangle$ 準位の間に位相 $\phi = -\pi/2$ のレッドサイドバンド遷移の 2π パルスを加える。
- m 番目の制御イオンに位相 $\phi = -\pi/2$ のレッドサイドバンド遷移の π パルスを加える。
- k 番目の標的イオンに位相 $\phi = \pi/2$ のキャリア遷移の $\pi/2$ パルスを加える。

上の操作のうち(b)は制御イオンの内部状態をイオン列の振動状態に移すスワップゲートと等価な操作であり, (d)はもとに戻す操作である。(c)は振動状態が $|1\rangle$ のとき標的イオンの $|g\rangle$ の符号を $-$ に変化させる操作である。(b)から(d)の操作は制御イオンが $|e\rangle$ のときのみ標的イオンの $|e\rangle$ の符号を反転させる操作で制御位相フリップゲートといわれる。制御イオンの状態が $|g\rangle$ のときは(b)から(d)の操作で標的イオンの状態は変化せず, (a)の操作で $\pi/2$ だけ回転した状態ベクトルは位相が π だけ異なる(e)の $\pi/2$ パルスにより最初の状態に戻る。制御イオンの状態が $|e\rangle$ のときは(b)から(d)の操作で標的イオンの $|e\rangle$ の係数の符号が逆になり, (d)の操作で加えるパルスの位相 π を打ち消すので(a)と(e)の回転方向は加えあわされて標的イオンの状態ベクトルは π だけ回転して状態は反転する。これらの操作の結果は制御ノットゲートを表している。

制御ノットゲートの実証実験は最初, 1 個の冷却された Be^+ イオンの超微細構造準位間のキュービットと 2 つの振動状態 $n=0, n=1$ で構成されるキュービットを用いて行われた[20]。その後 2 個のイオンの振動基底状態までの冷却が可能になったことにより, 2 個の Be^+ イオンや 2 個の Ca^+ イオンを用いて実証実験が行われている[21, 22]。実験では上の操作のうち(b)から(d)の制御位相フリップゲートの部分は別の方法が用いられている。例えば Be^+ の実験では周波数のわずかに異なる 2 台のレーザーで作られる動的な定在波による双極子力でイオンを制御する幾何学的位相ゲートが用いられている[22]。これらの基本的なゲート操作が可能になったことにより, 少数個のイオンを用いてであるが, ドイチュ・ジョサのアルゴリズム[23], 超高密度符号化[24], 量子テレポーテーション[25, 26]などの量子

計算の基本的なアルゴリズムの実験的なデモンストレーションが行われている[27, 28]。

5.3 課題と研究方向

量子計算の実現に大きな障害になるのがデコヒーレンスである。デコヒーレンスとは量子力学的な重ね合わせの状態が周囲の環境と結合することにより統計的な混合状態に移行することである。イオンの内部状態のみを考えた場合のコヒーレンス時間は数秒から数分あるいはそれ以上であるが, 振動が熱的に励起されることによりイオンの量子状態は統計的な混合状態へ移っていくため, 振動状態のデコヒーレンスが大きな問題となる。当初はトラップに結合している回路で発生する熱雑音が主な要因になると予想されたが, 実験では予想以上に大きなデコヒーレンスが観測された[29]。この原因はトラップに付着した金属などによるポテンシャルの変動が原因であると考えられている。この影響は重心運動モードに比べ伸縮モードの方が少ないため, 最近の実験ではこのモードが用いられている。振動の励起によるデコヒーレンスの最も小さい実験結果は現在のところ 50 ms 程度である。この時間内にできるゲート操作の数は計算速度によって決められる。計算速度を上げるためにラビ周波数を高くすると隣の振動単位への遷移を励起する確率が増加し, 計算速度を制限する。現在のところ 2 個のイオンを用いた制御ノットの場合で数百 μs 程度であり, 上記の時間内に十分な回数のゲート操作が可能となっている。

意味のある計算を実際に行うためには数十個から数百個といったキュービットを用いることが必要となる。最初の提案はリニアトラップに一列に並んだイオンを念頭においたものであった。しかしながら, イオン数が増加するにつれて振動モードの数が増加することやデコヒーレンスの影響が大きくなることなどの理由により, この方式では不可能であることが予想されている。現在は, Fig. 7 に示すように微小なイオントラップを数多く並べ, 演算部やメモリ部などに分けた方式の研究が進められている[30]。それぞれのトラップには数個のイオンのみを捕獲し, 各領域間でイオンを移動させて演算や記憶を行う。この場合, イオンの輸送や並び替えが可能なトラップの開発, 移動による加熱の問題の解決などが必要になる。NIST が行った 3 キュービットの量子テレポーテーション実験はリソグラフィ技術で作った直線状に並んだ微小な分割トラップ中でイオンを移動させて行われている[25]。今後はこの方向に研究が進むと予想される。また, 輸送中の加熱を抑えるた

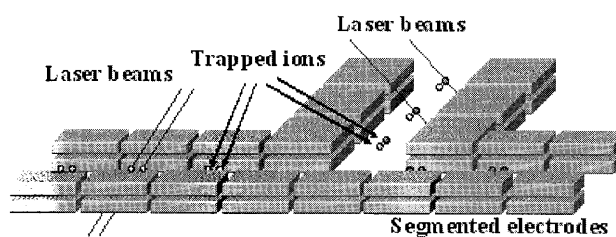


Fig. 7 Multiplexed trap architecture for a scalable quantum computer.

めに他のイオンを混ぜた協同冷却を用いることも研究されている[31].

6. おわりに

冷却イオンの周波数標準, 量子計算への応用の最近の動向について述べた. 1 個のイオンを用いた光周波数標準は今後の周波数標準の一つとしての地位を固めつつありこれから着実に研究が進むと予想される. 量子計算への応用については, 最近の実験により冷却イオンを用いて原理的に量子計算を行うことが可能なことが示された. 今後, より進んだ計算を可能にするために技術的な問題を含め多くの研究がなされていくことが必要である.

参考文献

- [1] イオントラップ及びその応用の解説として以下の本がある. P.K. Ghosh, *Ion Traps* (Clarendon Press, Oxford, 1995), F.G. Major, V.N. Gheorghe, G. Werth, *Charged Particle Traps* (Springers, 2005).
- [2] C.A. Schrama, E. Peik, W.W. Smith and H. Walther, *Opt. Commun.* **101**, 32 (1993).
- [3] M.A. Rowe *et al.*, *Quant. Inf. Comp.* **2**, 257 (2002).
- [4] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe and D. Wineland, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 281 (2003).
レーザー冷却に関する文献はこれと[1]を参照. 本文献は量子状態制御のレビューである.
- [5] F. Schmidt-Karler *et al.*, *Appl. Phys. B* **73**, 807 (2001).
- [6] D.J. Berkland, J.D. Miller, J.C. Bergquist, W.M. Itano and D.J. Wineland, *J. Appl. Phys.* **83**, 5025 (1998).
- [7] 複数のイオンのダイナミクスのレビューとして[1]および以下を参照. H. Walther, *Phase Transitions of Stored Laser-cooled Ions*, p.211 in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, J. Dalibard, J.-M. Raimond and J. Zinn-Justin (eds.), (North-Holland, 1992).
- [8] J.P. Schiffer, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 818 (1993).
- [9] D.H.E. Dubin, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2753 (1993).
- [10] D.G. Enzer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2466 (2000).
- [11] M. Drewsen, C. Brodersen, L. Hornekar, J.S. Hangst and J.P. Schiffer, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2878 (1998).
- [12] L. Hornekar, N. Kjargaard, A.M. Thommesen and M. Drewsen, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1994 (2001).
- [13] H. Dehmelt, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-31**, 83 (1982).
- [14] K. Toyoda, K. Naka, H. Kitamura, H. Sawamura and S. Urabe, *Opt. Lett.* **29**, 1270 (2004).
- [15] B.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano and J.C. Bergquist, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3799 (1999).
- [16] Th. Udem *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4996 (2001).
- [17] H.S. Margolis *et al.*, *Science* **306**, 1355 (2004).
- [18] J.I. Cirac and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091 (1995).
- [19] A. Steane, *Appl. Phys. B* **64**, 623 (1997).
- [20] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714 (1995).
- [21] F. Schmidt-Kaler *et al.*, *Nature* **422**, 408 (2003).
- [22] D. Leibfried *et al.*, *Nature* **422**, 412 (2003).
- [23] S. Gulde *et al.*, *Nature* **421**, 48 (2003).
- [24] T. Schaetz *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 040405 (2004).
- [25] M. Riebe *et al.*, *Nature* **429**, 734 (2004).
- [26] M.D. Barrett *et al.*, *Nature* **429**, 737 (2004).
- [27] F. Schmidt-Kaler *et al.*, *Appl. Phys. B* **77**, 789 (2003).
- [28] T. Schaetz *et al.*, *Appl. Phys. B* **79**, 979 (2004).
- [29] Q.A. Turchette *et al.*, *Phys. Rev. A* **61**, 063418 (2000).
- [30] D. Kielpinski, C. Monroe, D.J. Wineland, *Nature* **417**, 709 (2002).
- [31] M.D. Barret *et al.*, *Phys. Rev. A* **68**, 042302 (2003).



用語解説

Penning trap

静電場と静磁場を用いてイオンを空間的に捕獲するトラップ. 静電場は三次元の回転対称な四重極ポテンシャルにより発生する. また静磁場は回転対称軸に平行に加える. イオンは回転対称軸方向に調和振動, 回転対称軸と垂直な平面ではサイクロトロン運動およびマグネトロン運動を行う.

rf trap

静電場と高周波電場を用いてイオンを空間的に捕獲するトラップ. 高周波電場は主に三次元の回転対称な四重極ポテンシャルにより発生する. 断熱近似が成立する条件ではイオンは三次元の調和振動を行う永年運動と駆動する高周波で振動する微小なマイクロ運動を重ねあわせた運動を行う.

ドップラー冷却

ドップラー効果を利用して気体状の原子あるいはイオンをレーザー光の散乱力により冷却するレーザー冷却法の一つ. レーザー冷却に用いる遷移には通常電気双極子遷移が用いられる. 冷却限界は数 mK 程度である.

サイドバンド冷却

捕獲されて振動しているイオンあるいは原子のレーザー冷却法の一つ. イオンの振動角周波数が冷却に用いる光吸収スペクトルの自然幅より大きい場合には光吸収スペクトルには分離した振動サイドバンドが観測される. 低周波側のサイドバンドにレーザー周波数を同調することによりイオンを冷却する. レーザー冷却に用いる遷移には電気四重極遷移などの弱い遷移が用いられる. 振動基底状態近くまで冷却することができる.

Lamb-Dicke の基準

気体状の原子あるいはイオンと電磁波との相互作用において原子が電磁波の波長以下に局在していることを Lamb-Dicke の基準を満足するという. この条件が成り立つときは 1 次 Doppler 効果をほとんど無視して扱うことができる.

シェルピング法

光と光の二重共鳴法の一つ. 基底状態と二つの励起状態(一つは基底状態と強い電気双極子遷移を持ち, 他は電気四重極遷移などの弱い遷移を持つ準安定状態)からなる V 型のエネルギー準位を持つ原子あるいはイオンにおいて, 光の吸収に

よって起こる基底状態から準安定状態への弱い遷移を基底状態と寿命の短い進位間の強い遷移による蛍光変化によって検出する方法。電子を準安定状態へ“棚上げ”することからこのように名づけられている。

キュービット

現在の計算機が0か1の2つの状態をとるビットを基本の計算要素として構成されているのに対し、量子計算においては計算要素として $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の重ねあわせの状態を取り得るようにビットを拡張したキュービットを用いる。

制御ノットゲート

量子計算における2キュービットからなるゲートで、制御ビットと標的ビットから構成される。制御ビットが1のときのみ標的ビットが反転する。古典的なゲートではXORに対応する。2キュービット間の量子もつれ状態を生成することができる。



うら べ しん じ
占 部 伸 二

1975年東京大学大学院修士課程修了。同年郵政省電波研究所入所。1994年郵政省通信総合研究所関西支所長。1998年7月より大阪大学大学院基礎工学研究科教授。工学博士。原子周波数標準の研究開発を経て、現在レーザー冷却イオンを用いた高分解能分光・量子情報処理およびこれに関連するレーザー技術の研究に従事。応用物理学会、日本物理学界、レーザー学会、米国光学会各会員。