

小特集 高速点火核融合の統合シミュレーション —多階層プラズマシミュレーションシステム“F³”—

3. 計算コードと解析例

3.3 高速電子の伝播(ハイブリッドコード)

田口 俊弘

摂南大学工学部電気電子工学科

(原稿受付: 2005年12月28日)

高速点火型レーザー核融合においては超高強度レーザーのエネルギーを燃料コアに伝達するため、カットオフ密度付近で発生した大量の高速電子を用いる。この電子流は数百 MA にもなるため、強い磁場を発生し、それにより電子ビームの運動は大きく変化する。この過程を詳細に解析するために筆者らは高速電子を粒子、バックグラウンドプラズマ(イオンおよび電子)を流体で解析する「ハイブリッドコード」を開発した。本論文では高速点火型レーザー核融合解析におけるハイブリッドコードの位置づけと、その内容について解説を行う。さらに、開発したハイブリッドコードを用いて高速電子流を解析したいくつかの結果について述べる。特に円筒形ビームの高密度プラズマ中の伝播過程について2次元・3次元コードを用いて解析した結果について述べ、高速電子流と磁場の相互作用による、分裂・合体過程について紹介する。

Keywords:

hybrid code, fast ignition, high energy electron, Weibel instability, tearing and merging of electron beam

3.3.1 プラズマ解析における空間時間スケール

プラズマの研究をしていて面白いと思うことは、宇宙サイズの話とミクロンサイズの話が同じ土俵の上でできることである。本特集の主題である高速点火レーザー核融合とは高エネルギー電子を超高強度レーザーで大量に発生させ、これを使って燃料を加熱・点火しようとするものであるが、高エネルギー電子が高密度プラズマ中を伝播する時に強い磁場が形成され、電子伝播に大きな影響を与える。ところが、プラズマ中を貫通する相対論的電子による磁場発生現象は果てしなく遠いところで起こっている巨大なガンマ線バースト現象とつながりがあり、同じシミュレーションコードで解析ができる[1]。ここまで極端ではなくても、磁場閉じ込め核融合でのテアリング不安定性は太陽表面爆発(フレアなど)と同じ磁気リコネクションであり、詳細はともかく基本レベルでは両者を同じ土俵の上で解析することができる。このような宇宙と地上実験の関係を前面に出して「実験室宇宙物理」という表現で一つの分野が構築されているほどである[2]。

プラズマにおいてスケールが猛烈に異なっても同じ現象が起こるということを講義で説明する時、筆者はデバイ長と電子プラズマ振動を例として出すことにしている。デバイ長はプラズマ密度とプラズマ温度にしかよらず、電子プラズマ振動数はプラズマの密度にしかよらない、よって空間スケールがデバイ長で決まり、時間スケールが電子プラズマ振動数で決まるプラズマ現象においては、密度と温度の調整だけで巨大な宇宙プラズマもミクロサイズのレーザープラズマも同じ記述ができるのだ、と言う論理である。例えば格子定数のような物質固有の絶対的スケールを

author's e-mail: taguchi@ele.setsunan.ac.jp

内包する固体物理ではこのような議論はできない。プラズマが固有のスケールを持たない理由は電磁気現象がそもそもクーロン力のような固有長のない力で支配されているからであるとも言える。

このようにプラズマ物理ではミクロンサイズから宇宙的規模までの異なるサイズのものを同じように取り扱うことができるが、あるサイズのプラズマに着目した時に、その中に内在するスケールも、これまた非常に広範囲である。

例えばプラズマ中には必ずイオンと電子という質量が数千倍異なる粒子が混在しており、これが時間・空間のスケールの差を際立たせる要因となる。例として磁場中の運動に対する時間スケールを考えて見よう。磁場中のサイ

クロトロン周波数は $\frac{qB}{m}$ であるため、質量 m の相違が運動にダイレクトに効いてくる。もしプラズマの変動がゆっくりで、イオンのサイクロトロン周期より長い時間スケールであれば ($T \gg \omega_{ci}^{-1}$)、イオンも電子も直流電場に関しては $E \times B$ ドリフトで動くため電荷中性がほぼ成立し、交流電場に対する分極ドリフトによってアルヴェン波が生じる。この時間スケールが巨視的な MHD スケールである。

時間変化がイオンの旋回時間よりも速くなると、イオンと電子の質量の差が効いてくる。イオンの旋回時間と電子の旋回時間には数十倍以上の差があるため、電子の旋回時間よりは依然としてゆっくりした状況ができる ($\omega_{ci}^{-1} \gg T \gg \omega_{ce}^{-1}$)。この時、イオンはあまり動かず、電子のみが $E \times B$ ドリフトをすることになるので、直流電場でも電荷分離が起こり、電磁波として比較的low周波の whistler 波が発生する。この領域の解析手法が電子 MHD (Electron

MHD, EMHD)である[3]. EMHDはHall MHDとも呼ばれ、Zピンチプラズマへの磁束侵入の解析や、巨視的MHDと組み合わせて磁気リコネクションの解析に応用されている[4].

時間変化がさらに急激になって電子の旋回運動よりも速くなれば($\omega_{ce}^{-1} \gg T$), もはや時間平均近似はできず、すべての荷電粒子の運動を詳細に解かねばならなくなる. このような速いスケールで起こる現象は運動論効果が重要となるので、Vlasovスケールと言えるかもしれない.

さて、本小特集の主題である FP^3 は空間・時間スケールの異なる現象をトータルに解析するためのコード体系であり、対象はレーザー核融合の高速点火問題であるが、これを「スケール」という観点から整理して、本稿のテーマである「ハイブリッドコード」の位置づけをしたい.

レーザー核融合プラズマの高速点火問題は燃料ペレットのサイズがミリメートルオーダーで、我々の感覚からはかなり小さいものであるが、非常にバラエティに富んだ空間スケールを内包し、解析を難しくしている.

まず、一番長いのは燃料カプセル(ターゲット)のスケールである. ターゲットは単純な球ではなくガラスやプラスチックの外殻内部にDT燃料が詰まっており、さらに外殻表面には爆縮効率を上げるための各種コーティングが施されている. これらは大体数 μm ~数百 μm オーダーの特性長を持ち、レーザーのエネルギーを吸収して噴出するプラズマの流体力学的スケールもほぼ同程度である. 流体の時間スケールは圧縮・膨張で決まるので「ターゲットサイズ \div 音速」で、大体ナノ秒オーダーとなる. 時間・空間スケールとも長いので、流体コードが解析を受け持っている.

ところが、高速点火型レーザー核融合においては、超高強度レーザーというピコ秒程度の超短時間スケールの入射装置(外的入力)がダイレクトに加わる. 超高強度レーザーは電界強度の瞬時値が非常に大きいので、レーザー光の振動での平均で解析することができず、レーザー場の時間空間分解とそれによる非平衡な運動の解析が必要となる. レーザー波長は $1\mu\text{m}$ 程度、レーザーの周期は 1fs オーダーなので、超高強度レーザーによる高速電子発生を解析するにはサブミクロンの空間解像度 $\cdot\text{fs}$ の時間分解能と運動論的效果が必要となる. このため、超高強度レーザーの影響を直接受ける電子加速の領域は粒子コード(Particle-In-Cell, PICコード)が受け持っている. 幸いなことに超高強度レーザーの照射時間はせいぜいピコ秒のオーダーなので比較的短時間の計算で済み、時間分解を十分小さくできることもPICコードが応用可能な理由の一つである.

ところが、PICコードが活躍できるのは比較的低密度の噴出プラズマ領域付近に限定される. レーザー核融合プラズマは燃料を圧縮するために中心密度が固体密度の数十倍~数百倍にもなる. これはレーザー光の遮断密度の数百倍~数千倍にもなるため、レーザー光は到達できないが、高速電子は通過できる. しかし、高密度の背景プラズマと低密度の高速電子が混在する領域をPICコードで解く場合、高速電子の解析に十分な数の粒子を与えるにはその何十倍以上もの背景プラズマ粒子が必要で、計算効率が非常

に悪い.

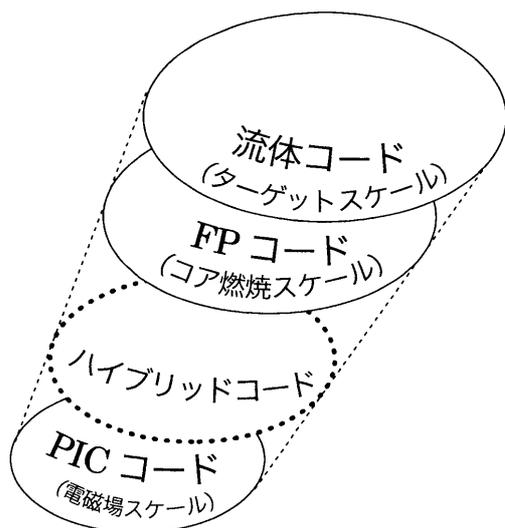
さらにPICコードではグリッド間距離をデバيل長程度にしなければならないという制約があり、高密度領域ではこれが非常に小さくなることも使用を難しくする要因となる. PICコードは粒子量(位置, 速度)からグリッド上の電荷密度 \cdot 電流密度を計算し、これを元に電磁場の時間発展を解くのであるが、電磁場の解像度と粒子運動の解像度が異なるために、粒子量から格子量へのデータ変換の際に短波長成分が欠落し、これがエイリアス誤差を生じさせる. この誤差はプラズマ中に数値的不安定性を引き起こすので、それを抑えるために格子間距離をデバيل長程度にしてLandau減衰で除去させる必要があるのである[5].

このため、PICコードを信頼できる範囲で用いるには、低密度プラズマか、高温プラズマである必要がある. 超高強度レーザープラズマでの高速電子発生問題においてはレーザーがカットオフ密度までしか到達できないのでPICコードで解析できるのである.

それでは、高密度の領域を運動論的效果を残して解析するにはどうするのか?これが、本稿のお題である「ハイブリッドコード」の開発理由である. なお、 FP^3 には流体コードとPICコードに加えて、核燃焼領域において高速電子からDT燃料へのエネルギー授与を解析するためのFokker-Planck(FP)コードが含まれている. 高速電子は単にエネルギーが高いだけではなく非平衡状態にあるので分布関数はMaxwell分布からはずれている. 高速点火ではこのような非平衡状態のエネルギー運搬者から中心の核燃料プラズマが衝突過程によってエネルギーを受け取るために流体コードの使用は難しい. かといってPICコードは上記のような高密度プラズマの取り扱いに伴う問題点のほかに、衝突の効果が入りにくいのでやはり使うことは難しい. FPコードは粒子の衝突とエネルギー緩和を非平衡状態を含めて解析する手法なので、燃料加熱の解析に最適である. ただし、非平衡状態といってもあくまでも熱平衡に近い分布を仮定しており、PICコードのように粒子の軌跡を計算するのではないから電磁場はMaxwell方程式を直接解くのではなく平均場近似の計算となる. このため、荷電粒子の運動がダイレクトに影響を及ぼす物理過程の計算には向かない. FPコードはあくまでもマクロな過程を計算する流体コードから一歩詳細化した階層のコードだととらえるべきだと思われる.

現在の FP^3 の階層をまとめるとFig.1のようになる. FPコードはどちらかといえば流体コードに近いので、電磁現象を、もう少しミクロスケールで解析でき、高密度領域でも使用可能なコード、最下層のPICコードからもう少し流体コードの方に近い上位階層のコードは考えられないだろうか、というのがハイブリッドコードを開発したきっかけである. ハイブリッドコードとは平衡分布に近くて流体として解析できる成分は流体コードで記述し、そうでないところはPICコードで解析するという、流体-粒子のハイブリッドを意味する.

もっとも、シミュレーション技法から言えばPICコードがそもそもハイブリッドコードであるとも言える. PIC

Fig. 1 FI³におけるコードの階層.

コードにおいては、粒子軌道は個々の運動方程式で連続的に追跡するのに対し、場の量である電場・磁場は空間格子(グリッド)を導入して離散的に解く。電磁場の場合には粒子量と格子量を結合させるのが電荷や電流なので「メッシュ振り分け」という手法を用いて粒子量を格子量に変換して電磁場の発展を解く。粒子量と格子量の相互関係を取りながら同時に発展させるのが「ハイブリッド」であるなら、PICはハイブリッドコードの一種であるとも考えられるのである。

筆者等が開発中の流体-粒子ハイブリッドコードはPICコードにおける粒子運動のうち、平衡に近い成分を流体近似で取り扱って「場の量」として解こうというもので、粒子成分の一部を格子量に移転したに過ぎない。

ハイブリッドコードは高密度プラズマ解析における上記のPICコードの欠点を補うことができる。まず、高密度の背景プラズマと低密度の電子ビーム粒子を分離して計算するので粒子を効率よく用いることができる。また、ハイブリッドコードにはデバイ長とグリッド間隔の関係が弱いのでデバイ長による制約は受けない。上記のとおり、PICコードが格子間隔をデバイ長にする理由は粒子量から格子量へのデータ変換の際の情報欠如に起因しているのだが、ハイブリッドコードでは、大多数のプラズマを格子量である流体として解くためである。

それでは、すべて流体コード、すなわち3流体モデルでできるかというところがそうはいかない。電子ビームは非平衡性が強く、その運動論的效果が輸送問題に重要だからである。主役である高速電子にはあくまでも運動論的效果を保持させ、脇役であるバックグラウンドプラズマ(イオン・電子)は熱平衡に近いと考えて流体として解けば、比較的大きなグリッド間隔で高速電子ビームがもたらす効果を解くことができるであろうというのが開発の動機である。

PICコードで高速電子伝播を直接解析する際のもう一つの問題点は、粒子間衝突である。PICは雑音低減のために有限サイズ粒子を用いるが、粒子間の衝突効果もカットしてしまう結果になる。低密度の無衝突プラズマ解析ではこ

れは利点として働くが、高密度プラズマの解析では熱緩和が非常に遅くなってしまふという欠点になる。最近のPICコードでは2体衝突の効果をもンテカルロ法的に取り入れて解析することが可能になっている[6]が、この方法は計算量が多く、ただでさえ大規模で時間のかかるPICコードをさらに遅くする要因となる。

高密度成分を流体コードで解くということは、少なくとも高密度の同種成分での緩和が速いという近似を使っているのでこの問題をある程度解決していることになる。バックグラウンドのイオンと電子の間の運動量・エネルギー緩和については摩擦項・熱緩和項・熱伝導項の導入で解析することができる。ハイブリッドコードでは粒子量から流体量への衝突緩和過程を入れなければならないが、これもメッシュ振り分け的な手法で導入可能である。

粒子と流体のハイブリッドコードは特に新しい手法ではなく、プラズマの他の領域では以前から使われていた。たとえば、磁気リコネクションのシミュレーションでは、イオンを粒子として計算し、電子を背景流体プラズマとして取り扱ったコードが使われている[7]。磁気リコネクションでの異常抵抗の原因の一つが上記のEMHD現象であるが、これを解析するにはイオンと電子を分離して解く必要がある。磁気リコネクションは最終的にイオン加速をもたらすので、イオンの運動論的效果は保持しつつ、電子はドリフト運動している熱平衡流体として解こうというものである。

レーザー核融合の分野では米国ロスアラモス国立研究所が開発したANTHEMというコードが古くから存在した[8]。最近ではサンディア国立研究所が開発したLSPコードが高速点火の解析によく用いられているようである[9]。ANTHEMコードは単にPICコードと流体コードを結び付けただけではなく、粒子運動計算にインプリシットな解法も取り入れてプラズマ振動よりも大きな時間ステップで計算を進めることができるのが一つの売りである。

次節から筆者等が開発している高速電子伝播問題を解析するためのハイブリッドコードの現状と問題点、さらには今後の展開とFI³への組み込みなどについて述べる。

3.3.2 高速電子と背景プラズマを分離したハイブリッドコード

本節では筆者等が開発中の高速電子を粒子として、背景プラズマを流体として記述するハイブリッドコードの詳細を説明する。基本的にはPICコードと同じ手法である。すなわち粒子の記述は電磁場中の運動方程式そのものである。

$$\frac{d\mathbf{r}_j}{dt} = \mathbf{v}_j, \quad \frac{d}{dt} m\gamma_j \mathbf{v}_j = q[\mathbf{E}(\mathbf{r}_j) + \mathbf{v}_j \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_j)] \quad (1)$$

ここで、 m は粒子の質量、 q は電荷量(ここでは電子なので $-e$)である。 \mathbf{r}_j 、 \mathbf{v}_j 、 γ_j は j 番目の粒子の位置と速度およびローレンツ因子で、 \mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁場である。

現在のハイブリッドコードではフルセットのMaxwell方程式を用いて電磁場の時間発展を計算しているの

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c^2 \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{J}_p + \mathbf{J}_f) \quad (2)$$

となる．電磁 PIC コードと異なるのは(2)式の後者の右辺の電流密度が粒子の量 r_j , v_j で決まる \mathbf{J}_p だけではなく，流体力量から計算される \mathbf{J}_f 項が加わっているだけである． \mathbf{J}_p は電荷保存型スキームを用いて計算する[10]．

流体部はイオンと背景電子それぞれを流体方程式で記述する．現在のバージョンでは以下の方程式を使っている．

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_s}{\partial t} &= -\nabla \cdot n_s \mathbf{u}_s, \\ m_s n_s \left(\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + \mathbf{u}_s \cdot \nabla \mathbf{u}_s \right) &= q_s [\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}(\mathbf{r})] - \nabla p_s, \\ \frac{\partial p_s}{\partial t} + \mathbf{u}_s \cdot \nabla p_s &= -\Gamma_s p_s \nabla \cdot \mathbf{u}_s \end{aligned} \quad (3)$$

ここで，添字 s は流体の種類を示し，ここではイオンまたは背景電子である． n_s , \mathbf{u}_s , p_s はそれぞれ流体密度，流速，圧力を表す．(3)式の最後の圧力の式は断熱変化を扱っていることを示し， Γ_s は断熱定数である．この方程式により計算される流体力量を用いて上記の電流密度 \mathbf{J}_f は次式で計算できる．

$$\mathbf{J}_f = \sum_s q_s n_s \mathbf{u}_s \quad (4)$$

現在のハイブリッドコードでは場の量である電磁場と流体場の方程式をそれぞれ固有のスキームで解いている．電磁場は電場と磁場を時間・空間に関して $1/2$ ずらした leapfrog 法を使い[5]，流体場は比較的単純で安定性の高い RCIP (Rational Cubic Interpolated Pseudoparticle) スキームを用いている[11]．これに対し，粒子軌道は相対論効果の入った電磁場中の運動なので Boris スキームを用いている[5]．

このハイブリッドコードにおいては粒子部と流体部の直接の結合はなく，それぞれの電流の合計から得られる電磁場を介してのみ相互にやり取りする．すなわち，Fig. 2 のような計算フローとなる．このため，粒子運動と流体運動を結合するスキームはさほど難しいものではなく，粒子と流体の運動を共通の電磁場を用いて別個に進め，その結果計算される電流のタイミングを合わせて電磁場を時間発展させるだけである．

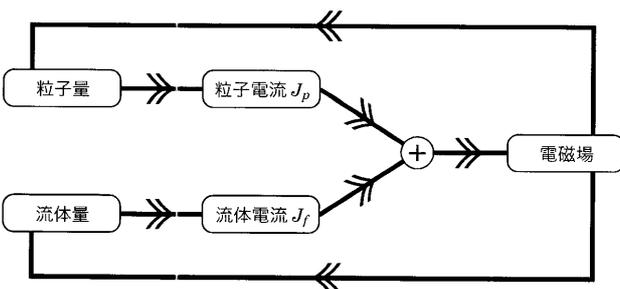


Fig. 2 ハイブリッドコードの計算フロー．

ところで，イオンを粒子，電子を流体，というように異なる粒子種を異なる手法で計算するハイブリッドコードと違って，同種粒子（電子）を2つに分類し，それぞれを粒子と流体という異なる手法で解析するスキームでは，2つの速度分布のオーバーラップが無視できなくなった時に粒子の一部を流体の方に移したり，その逆の作業が必要ではないかという疑問が出てくるが，無衝突プラズマの場合にはこれは必ずしも必要ではない．なぜなら，Vlasov 方程式が(5)式のように見かけ上は分布関数の線形方程式だからである．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (5)$$

ここで， $f(\mathbf{v})$ はすべての電子の分布関数であるが，これを背景電子の速度分布 $f_b(\mathbf{v})$ と高速電子の速度分布 $f_h(\mathbf{v})$ の和に分解し ($f(\mathbf{v}) = f_b(\mathbf{v}) + f_h(\mathbf{v})$)，それぞれの分布関数がそれぞれの Vlasov 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_b}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_b + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_b}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ \frac{\partial f_h}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_h + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_h}{\partial \mathbf{v}} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

を満足していると仮定しても，2つの方程式の和は元の(5)式に帰する．よって，同種粒子を2つに分類して，片方は平衡近似を仮定してモーメント計算で流体方程式に変形し，もう片方を位相空間の粗視化によって粒子として解いてもコンシステントな解が得られるのである．

ただし，粒子間衝突が無視できなくなれば，Vlasov 方程式の右辺に衝突項を導入する必要が出てくるので話は別である．特に流体部は元々が平衡分布に近いと仮定しているから，高速電子が減速して背景電子との衝突が増加すると，粒子-流体間の衝突をどう取り扱うかが問題となる．筆者の作成したハイブリッドコードは，現バージョンでは無衝突を仮定しているので問題ないが，高密度プラズマの解析のためには，さらなる改良が必要であると考えている．

以上の原理に基づいて開発したハイブリッドコードを用いて計算した結果を次節でいくつか紹介する．

3.3.3 ハイブリッドコードを用いた高密度プラズマ中の高速電子伝播解析

前節の原理に基づいて開発したハイブリッドコードを用いて解析した高速電子伝播問題の結果をいくつか紹介しよう[12]．

Fig. 3(a)(d)は2次元ハイブリッドコードを用いて円筒型電子ビームの時間発展を解析した結果である．初期において電子ビームは紙面の手前方向に進んでいるとし，背景電子がリターン電流としてそれを打ち消すように流れている．すなわち，初期においては電荷密度も電流密度も0である．Fig. 3(a)(d)はそれぞれ $\omega_{p0}t =$ (a) 0, (b) 66, (c) 81, (d) 129 の時点での電子ビーム密度を示している．電子ビーム密度は背景プラズマ密度を1とした濃度で表した．ここ

で、プラズマ振動数 $\omega_{p0} = \left(\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e}\right)^{1/2}$ は背景イオン密度 n_0 で評価されている。高速電子の速度は $0.81c$ (c は光速)、電子ビーム密度は背景プラズマ密度の $1/10$ 、円筒ビームの直径は Δ をグリッド間隔として 111Δ である。シミュレーション全体は 1 方向 256Δ の正方形領域である。グリッド間隔は ω_{p0} で決まる無衝突表皮長 (c/ω_{p0}) が 4Δ になるように設定した。このため、 $n_0 = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ とすれば $\Delta = 1.32 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ となり、ビームの直径は約 $1.5 \mu\text{m}$ 、シミュレーション領域は約 $34 \mu\text{m}$ 四方である。このシミュレーションにおいてはイオンは固定されていて動かず、電子のみが運動している。また、電子温度はビームも背景電子も共に 5 keV とした。

Fig. 3(a)および(b)に見られるように、初期に円筒状だった電子ビームが徐々にピンチすると同時に円環状に発展していく。これは電子ビームと背景電子流という 2 流体状態に対して、横方向の揺動ができると起こる Weibel 不安定性のためである [13]。横方向の電流揺動により前方電流と後方電流の分離が起こると、そのループにより磁場ができるが、この磁場は電流分離を増強する方向に働くため、磁場強度が指数関数的に増大する。これが Weibel 不安定性である。電子ビームの初期プロファイルはビーム中央では一様であるが、端は密度勾配があるため揺動が起きやすく、これが Weibel 不安定性の種となる。しかし、円環ビームは 2 流体状態を残しているため、さらに時間が経過すると Weibel 不安定性により引き続き分裂し、小さなスポット(電流

フィラメント)ができる (Fig. 3(c))。Fig. 4 に Weibel 不安定性の成長率 Γ の波数依存性を示す。Weibel 不安定性の成長波数領域には上限が存在し、成長率に最大値が存在する。成長率の上限波長は電子ビームの温度 (T_h) に依存し、温度が高くなるほど小さくなる、すなわち成長領域は狭くなる。Weibel 不安定性により生成された細かなフィラメントのサイズはこの最大波数の逆数程度であった。

この分裂した電子ビームの密度は Fig. 3(c)よりわかるように背景プラズマとほぼ同じである。このとき電荷中性が領域全体でほぼ保たれているため、Weibel 不安定性発展後の電子ビームは、初期条件とは異なって高速電子のみが存在し、背景電子は排除されて存在しないことになる。すなわち、電子ビームフィラメントは初期の電流中性状態とは異なり、ネットの電流値が存在する。さらに背景電子によるリターン電流は中央の電子ビーム領域から排除されてビーム電流を取り巻くように存在している。この正味電流を持つ電流フィラメントが近づくと電流力による引力をお互いに及ぼすため距離がどんどん縮まってついには合体(マージ)する。合体するとビーム電流は増加するが電流構造は維持されるので、別の電流フィラメントが近づくと再び合体する。このような合体を繰り返すことで電流フィラメントは次第に太くなっていく、これを示したのが、Fig. 3 (d)である。この図ではフィラメント 3 本になっているが、さらに時間が経てば最終的には 1 本になって終了する。

Fig. 5 はすべての粒子データから得られた電子エネルギー

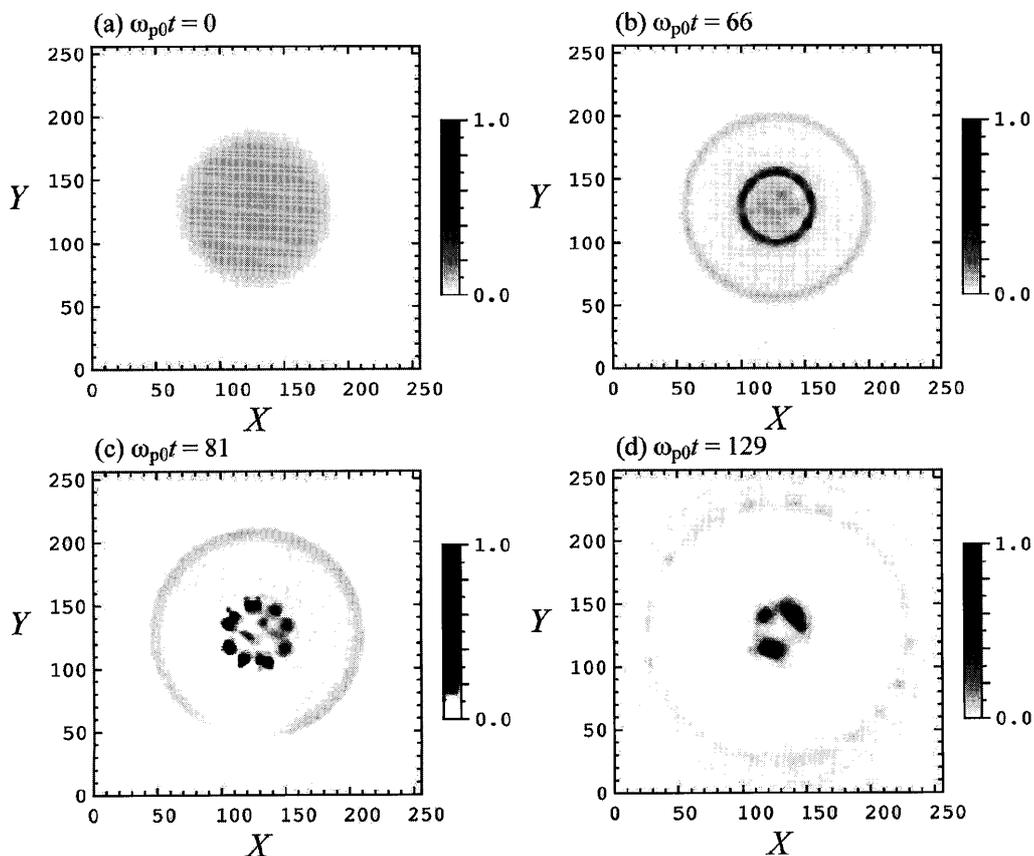


Fig. 3 2次元ハイブリッドコードを用いて計算した円筒形電子ビーム密度の時間発展。

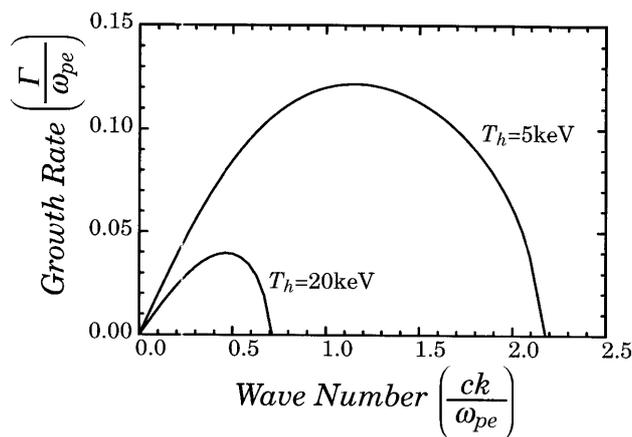


Fig. 4 Weibel 不安定性の成長率.

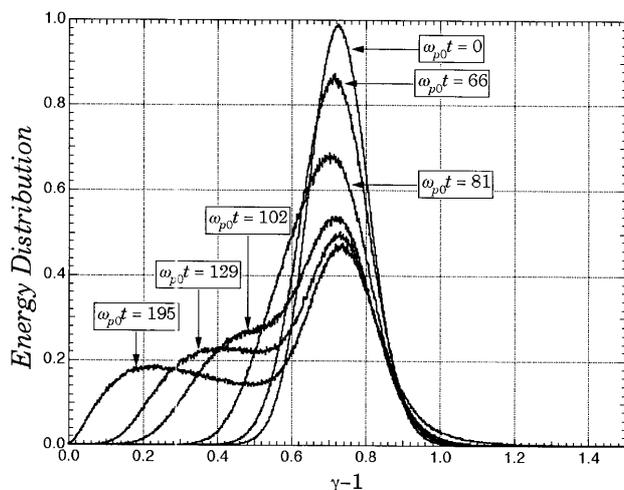


Fig. 5 電子ビームのエネルギー分布の時間的变化.

ギー分布である。この図で特徴的なのはビームが円環状になって、さらに分裂する段階 ($\omega_{p0}t = 0 \sim 81$) では減速を受けてもエネルギー分布の形状は大きく変化しないのに対し、合体が繰り返される段階 ($\omega_{p0}t > 100$) では非常に大きな減速を受けた電子成分が現れることである。すなわち、合体により、電子は大きな減速を受ける。これは、Weibel 不安定性の線形成長時には電子のエネルギーに対する生成磁場のエネルギーが小さいのに対し、合体の際には引力により大きな加速を受け、そのエネルギーが合体後に磁場やリターン電流のエネルギーに変換されるので大きなエネルギー損失になるからだと考えられる。

次に、3次元シミュレーションの結果を紹介しよう。2次元を3次元にすると現れる問題は、電子ビーム伝播方向の揺動による静電場の増大、いわゆる2流体不安定性がWeibel 不安定性と同時に誘起されることである。Fig. 6は2次元波数空間（ビームに垂直な成分 k_x と平行な成分 k_z ）における不安定成長率を示す。図に示されるように k_x 軸（垂直方向）に沿った成長率はFig. 3の2次元Weibel 不安定性における成長率であり、 k_z 軸（平行方向）に沿った成長率が2流体不安定性である。図よりわかるように垂直あるいは平行方向成分のみの完全な1次元問題ではそれぞれが独立した成長率を示し、両者の最大値はほぼ同程度

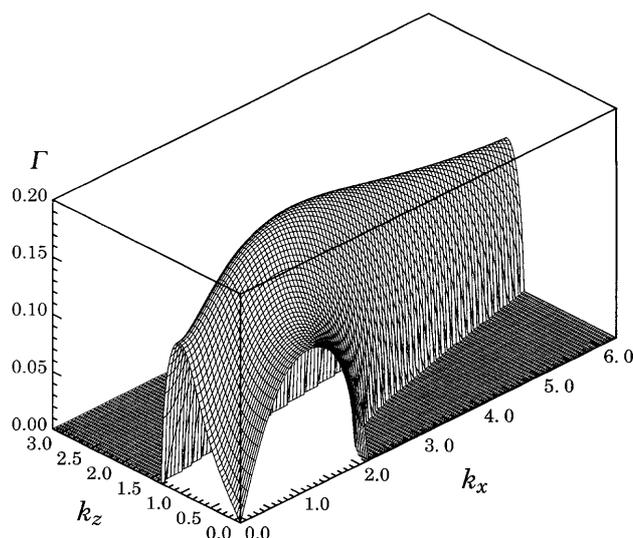


Fig. 6 2次元波数空間における2流体不安定性の成長率.

となる。これに対し両方の成分を同時に持つ、すなわち斜め伝播成分の場合にも成長率が存在し、斜め伝播の方が大きな成長率を持つ。これは、磁場の成長(Weibel 不安定性)と静電場の成長(2流体不安定性)が同時に起こるためである。興味深いのは k の絶対値が増大すると、漸近的に特定方向に伝播するモードのみが成長することである。

3次元シミュレーションは断面 (x - y 面) が円筒形の電子ビームを z 方向に伝播させるため、オープン境界とし、電子ビームを $z = 0$ の面から入射することで実現した。Fig. 7に結果を示す。このシミュレーションではグリッド数が $256(X) \times 256(Y) \times 512(Z)$ である。グリッド間隔 Δ は2次元のシミュレーションと同じであるが、電子ビームの速度は $0.95c$ である。電子入射は $z = 0 \sim 50\Delta$ のところに加速領域を設け、 $z = 50$ のところで所定の数になるようにした。ビームの密度やバックグラウンドの密度は2次元と同じである。Fig. 7(a)-(d)はそれぞれ $\omega_{p0}t =$ (a) 80, (b) 120, (c) 160, (d) 200 の時点での電子ビーム密度を示している。なお、シミュレーション領域は $z = 0 \sim 512\Delta$ であるが、不安定性の成長領域を強調するために $z = 50 \sim 350\Delta$ のいくつかの断面図で空間変化を表現している。図よりわかるように $z = 150\Delta$ 付近で2次元シミュレーション同様のリング形成が起こり、これがさらに分裂して最終的には1本のビームに合体していることがわかる。しかし、このような振る舞いを見せるのは短い距離間だけで、ビームが伝播するにつれて分裂したビームが縦方向にも変動することにより拡散してしまうことがわかる。

3.3.4 ハイブリッドコードの今後の展開

ここまで、筆者等が開発したハイブリッドコードの内容とそれを用いて得られた代表的結果を紹介した。本稿の最後に FI^3 への組み込みとそれに伴う現在のハイブリッドコードの問題点、および今後の発展について述べる。

FI^3 におけるハイブリッドコードの役割は「カットオフ密度の数十倍から数百倍の密度領域の解析」である。このため、 FI^3 に組み込むとすればFig. 8のダイアグラムのよう

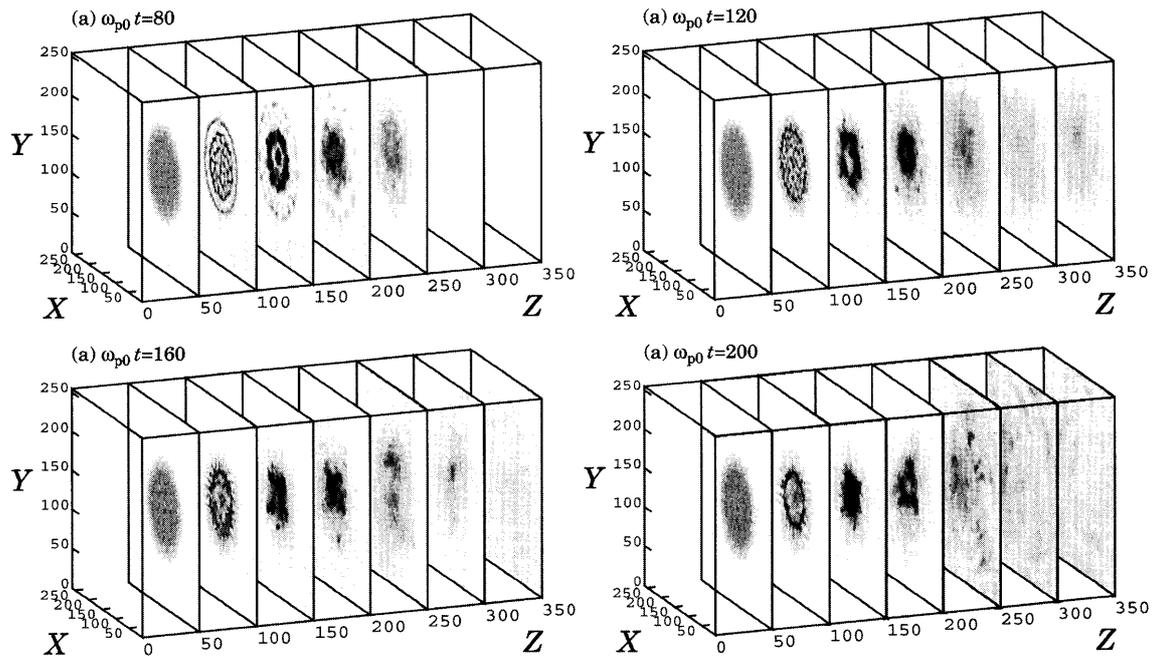
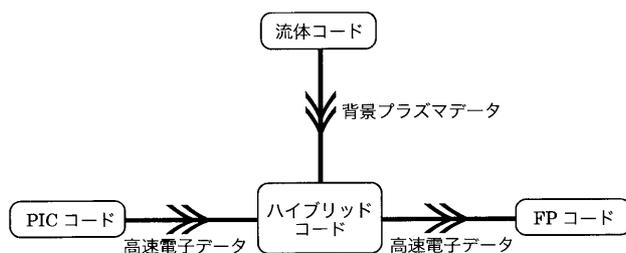


Fig. 7 3次元ハイブリッドコードを用いて計算した円筒形電子ビーム密度の時間発展.

Fig. 8 FI³におけるハイブリッドコードの位置づけ.

に、流体コードから密度プロファイルをもらい、PICコードから高速電子の情報（粒子数、エネルギー分布等）をもらって解析し、FPコードに高速電子のデータを出力する、ということになる。しかし、実際にこれを行うには現在のバージョンでは不完全で、各種の改良が必要である。

そもそも、高速電子の伝播問題をハイブリッドコードで解析することが有効なのは高速電子と背景電子のそれぞれの発生場所・発生方法が全く異なるからである。このような2状態の電子群の重ね合わせが前節で述べたWeibel不安定性を引き起こすのであるから、2状態を別々に記述するのは必要条件である。しかしすべての電子をPICコードで解析するのは効率が悪いので、高速電子の相対論的效果や運動論的效果などを含めるためにビーム電子だけを粒子法で記述するのは自然な発想であるといえる。

第3.3.2節で述べたように無衝突プラズマの場合には同種粒子を分割して別途解くことに大きな問題はない。しかし、高密度プラズマでは衝突が増加するため、衝突の効果が無視できなくなり、ハイブリッドコードにも取り入れていかなければならない。粒子部に衝突項を導入することも必要であるが、流体部にも熱緩和項や熱伝導項などを取り入れてより詳細な流体コードにする必要がある。

さらに、ハイブリッドコードでは流体と粒子間の衝突の

効果も取り入れなければならない。しかしこれは、粒子から見れば連続的に分布した背景プラズマによる摩擦（friction）と散乱（scattering）をモンテカルロ法的に導入することで実現可能である。逆に、流体が粒子から受ける必要があるのは運動量とエネルギーのみであるからいわゆる摩擦項やエネルギー注入項を導入することで実現できる。

背景プラズマ密度が増大した時の解析を行う際のもう一つの課題は、電磁場の時間発展の計算効率の向上である。現在のハイブリッドコードでは、完全なMaxwell方程式を用いて時間発展を計算しているため、電磁波のCourant条件 $c\Delta t/\Delta x < 1$ が時間ステップ Δt の必要条件となる。また、電子とイオンが完全に独立して運動するので $\omega_{pe}\Delta t \ll 1$ も必要である。高密度プラズマの解析では後者の条件がきつく、LSPコードではこの問題を解決するため、時間発展に関してはインプリシット法を用いて $1/\omega_{pe}$ よりも大きな時間ステップで動作させることができる。

また空間スケールについては、Weibel不安定性の最大成長波数が ω_{pe}/c 程度なので $\omega_{pe}\Delta l \leq 1$ のグリッド間隔 Δl が必要である。これはPICコードで要求されるデバイ長より大きいとはいえ、高密度プラズマになった時には解きたい全領域のサイズに比べて非常に小さな量になってやはり効率がよいとは言えない。

筆者らの現在の目的は微視的な磁場発生による高速電子伝播問題の解析なので、Weibel不安定性が解像できるスケールでのシミュレーションを行っているが、将来的にFI³と組み合わせる際には「微視的解析を優先させるか」「巨視的解析を優先させるか」の選択が必要である。

フランスなどにおいては微視的過程を無視したマクロMHDに近い方程式を用いたハイブリッドコードが使われている[14]。すなわち、電子の慣性項を無視した $\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{J}$ のような方程式にしてしまうのである。電子の慣性項を無視すると電子プラズマ振動は出てこない

ので、Weibel不安定性は出てこない。しかしWeibel不安定性の効果が無視できるか、あるいはそのような微視的過程による輸送係数を「異常抵抗率」のような形でマクロな量 η に繰り込んで解析できれば、より大きなスケールでの問題を中性流体の問題よりは微視的な階層において解くことができると考えられる。このあたりはコードを応用する問題の最下層スケールに依存するわけで、それこそ本稿で最初に説明したFI³の開発の原点である「大きくかけ離れたスケールを同時に解く」というメインテーマへ回帰することになる。

筆者らはフルセットのMaxwell方程式を用いたハイブリッドコードを開発する以前には、Darwin近似を用いたコードを開発し、それを用いて前節の結果である円筒ビームが円環ビームに発展することを示した[13]。Darwin近似とは電場を縦成分と横成分に分離し、横成分の変位電流項を落とす近似である。これにより、高周波成分である電磁波は発生せず、低周波の電磁波であるWhistler波やWeibel不安定性のみ抽出できることになる。すなわち、Courant条件による制約を受けないのでタイムステップを大きく取ることができるのである。ただし、電場の縦横成分への分離にFourier変換を用いるので、境界条件が周期的でない場合や背景プラズマの密度勾配が大きいと、収束計算に時間がかかって、さほど有効な方法とは言えなくなった。これが現バージョンではフルセットのMaxwell方程式を解いている理由であるが、高密度領域で電磁場をすべてセルフコンシステントに解く必要はなく、また、密度の上昇に伴いWeibelのような不安定性も重要ではなくなるだろうから、背景密度の変化に伴って近似を変化させるような手段も必要ではないかと考えている。

最後にハイブリッドコードの将来の可能性について言及したい。コンピュータの進歩は目覚ましく、PICコードを直接高密度プラズマに応用することができるほどまでになっている。この実行にはもちろん超並列計算機が必要であるが、プラズマ研究のコミュニティでは幸いにもそのような計算機にアクセスすることはさほど困難ではない。とは言ってもやはりすべてのプラズマをPICコードで解くわけにはいかず、どこかに妥協点が必要である。

冒頭で述べたようにプラズマのおもしろさの一つは非常に異なるスケールの世界を同じ土俵の上で話をすることができることである。逆に、非常に異なるスケールの現象を同じ土俵の上で取り扱う必要が出てくることもまたプラズマである。そう考えるとFI³のように異なる階層を別の手

法で解いて、それを有機的に結合させて全体を解析する手法はこれからさらに発展して行くだらう。しかし、一つのコードの中で異なるスケール(粒子と流体等)を適材適所という形で結合させたハイブリッドコード単独でも、より多彩な方面への応用の可能性を持っている。例えば超短パルスレーザー物理の分野で言えば、fsオーダーの超トランジェントな現象で発生する粒子は、やはりその運動論的效果を平均化することなく解きたいし、かといって背景の固体物質全体を粒子法(分子動力学法)で解くのは大変だろう。そこで背景固体を「物質場」として量子論的な解析手法で取り扱って、粒子計算とハイブリッドにさせることも考えられるのではないか。そうすれば固体物理との融合も可能ではないかと期待している。

本稿を読んでハイブリッドコードへの興味を持つ方が増え、レーザープラズマ以外の様々な方面への応用を試みていただければ幸甚である。

参考文献

- [1] R.A. Fonseca, L.O. Silva, J.W. Tonge, W.B. Mori and J. M. Dawson, *Phys. Plasmas* **10**, 1979 (2003).
- [2] 高部英明: プラズマ・核融合学会誌 **81**, Suppl. 150 (2005).
- [3] A.S. Kingsep, K.V. Chukbar and V.V. Yan'kov, *Reviews of Plasma Physics* Vol.16 (Consultant Bureau, London, 1990), p.243.
- [4] M.E. Mandt, R.E. Denton and J.F. Drake, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 73 (1994).
- [5] C.K. Birdsall and A.B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (MacGraw-Hill, New York, 1985).
- [6] T. Takizuka and H. Abe, *J. Comp. Phys.* **25**, 205 (1977).
- [7] M.A. Shay and J.F. Drake, *Geophys. Res. Lett.* **25**, 73 (1998).
- [8] R.J. Mason, *J. Comput. Phys.* **71**, 429 (1987).
- [9] LSP is a software product of Mission Research Corporation, Albuquerque, NM 87110; <http://www.mrcabq.com>. D.R. Welch, MRC/ABQ-R-1942, Mission Research Corporation (1999).
- [10] T. Zh. Esirkepov, *Comput. Phys. Commun.* **135**, 144 (2001).
- [11] F. Xiao, T. Yabe and T. Ito, *Comput. Phys. Commun.* **93**, 1 (1996); F. Xiao, T. Yabe, G. Nizam and T. Ito, *Comput. Phys. Commun.* **94**, 103 (1996).
- [12] T. Taguchi, T.M. Antonsen Jr., C.S. Liu and K. Mima, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5055 (2001).
- [13] E.S. Weibel, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 83 (1959).
- [14] L. Gremillet, G. Bonnaud and F. Amiranoff, *Phys. Plasmas* **9**, 941 (2002).