



講座 高速プラズマ流と衝撃波の研究の始め

5. 実験室における高速流と衝撃波研究の最前線

5.3 プラズマにおける限界速度

田中 雅 慶

九州大学総合理工学研究院

(原稿受付: 2007年 3月26日)

プラズマ中に現れる限界速度を概観する。限界速度の発生は流れの向きによって大きく異なっている。磁場に沿う流れでは圧縮性の発現が重要であり、磁場に垂直な流れでは遠心力の効果が本質的である。また、電離によるエネルギー散逸が働けば臨界電離速度が現れる。これら多様な限界速度の形成メカニズムを簡単に解説する。

Keywords:

mach number, super sonic flow, critical ionization velocity, CIV, $E \times B$ drift velocity, centrifugal force, fast mode, slow mode, brillouin limit

5.3.1 はじめに

高速のプラズマ流は、実験室プラズマよりもむしろ宇宙・天体プラズマにおいて多く観測される。活動銀河核やパルサーからは光速に近いジェットが吹き出しており、原始惑星からも100 km/sオーダーのジェットが流れている。太陽風の速度も、地球の軌道付近では400 km/sの速度であり、地球磁場と干渉して前面にバウショックを形成している。一方で、実験室プラズマでは、だいたい音速以下の数 km/s の流れを対象とすることが多い。流れを駆動するメカニズムが違うといえばそれまでだが、宇宙・天体は激しく速い流れ、実験室は穏やかな遅い流れという印象を持つ。

しかし最近では、実験室プラズマにおいても高速プラズマ流を用いた高ベータプラズマ閉じ込めや、宇宙推進機のための高速プラズマ流の発生など、高速プラズマ流を対象とする研究が行われるようになってきた。そこで5.3節では、高速プラズマ流を発生させるときに問題となる限界速度についてその物理を概観する。

磁場に沿ったプラズマの運動と、磁場に垂直なプラズマの運動が異なるように、磁場に沿った流れに対する限界速度と、磁場に垂直な流れの限界速度は、その現れ方が全く異なる。次節以下に述べるが、磁場に沿う流れではプラズマの圧縮性が重要である。一方、磁場に垂直な回転流では、遠心力の効果が本質的で、この効果を含めることによって解の分岐が起り上限速度が現れる。また、回転流の上限速度は非中性プラズマの上限密度（ブリルアン限界）にも関係づけることができる。さらに、プラズマ固有の限界速度として、電離過程が上限速度を決める臨界電離速度がある。この古くて新しい問題についても簡単に説明する。一口に限界速度といっても、プラズマの場合は多様性に富んでいる。

5.3.2 磁場に沿った流れの限界速度

流速を上げるためには、流路の断面積を狭くすれば良い。ちょうどホースの口をしぼれば水が勢いよく飛び出すのと同じ理屈である。しかし無制限に上昇するかというとそうではなく、これが成り立つのは流体が非圧縮性の場合だけである。流速が上がってくると、流体は圧縮性を示すようになり、流路を狭くしても流速は上昇せず密度が上昇する。その限界は音速で決まっている。

流体の圧縮性になぜ音速が関わってくるかを簡単に考えてみよう。流体が圧縮性を示すということは、流れに沿って流体が圧縮（または膨張）し、局所的に密度変化が存在するということである。音波は流体中を伝播する粗密波であるが、局所的な密度変化は音波として系全体に拡散して行くと、最終的に密度変化は平坦化される。この速度が事実上“無限大”と見なせるならば、系に生じた局所的な変化は“瞬時に”“ならされて流体中に影響が残らない。すなわち、流体は非圧縮性と見なせる。ところが、流体の速度が上がって音速を無限大と見なせなくなると（流れの上流に向かう音波は流速の分だけ遅くなる）、流体中に生じた密度の変化が瞬時に緩和されなくなり、流れに沿って密度変化が残るようになる。すなわち、流体の圧縮性が発現する。したがって、流速が音速に比べて大きい小さいかということが、流体の圧縮性が発現する境界となる。

イオンの流れの上限速度を見積もってみよう。磁場が十分強く磁場に沿って流れる一次元的な流れを考える。イオンに対する運動方程式から、ベルヌーイの定理が得られる。すなわち、プラズマは流れに沿って

$$\frac{1}{2}v^2 + u + \frac{p}{\rho} + \frac{e}{m_i}\phi = \text{const.} \quad (1)$$

となる。ここで v はイオン流速, u はイオン内部エネルギー, p はイオンの圧力, ρ はイオン質量密度, m_i はイオンの質量, ϕ はポテンシャルである。第2項+第3項 ($u + p/\rho$) はエンタルピーである。また, エンタルピーは定積比熱とイオンの状態方程式 $p/\rho = RT_i$ ($R = C_p - C_v$, C_p : 定圧比熱, C_v : 定積比熱) を使って

$$u + \frac{p}{\rho} = C_v T_i + \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma_i}{\gamma_i - 1} \frac{p}{\rho} \quad (2)$$

と書ける (本講座1. プラズマ衝撃波の基礎物理 1.2 (犬竹) 参照)。ここで, $\gamma_i (= C_p/C_v)$ はイオンの比熱比である。結局, ベルヌーイの定理は

$$\frac{1}{2} v^2 + \frac{\gamma_i}{\gamma_i - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{e}{m_i} \phi = \text{const.} \quad (3)$$

と書ける。いま, 流路が緩やかに変化し, 流速, 密度, 圧力, ポテンシャルなどがそれにともなって変化する時, (3)式より流れに沿った変化は

$$v^2 \frac{dv}{v} + \frac{\gamma_i}{\gamma_i - 1} \frac{p}{\rho} \left(\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} \right) + \frac{T_e}{m_i} d \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) = 0 \quad (4)$$

によって関係づけられる。ここでポテンシャルを規格化するために電子温度を導入した (電子に関しては等温変化を仮定し, ボルツマン定数をかけたエネルギー単位の電子温度を T_e と表記している)。電子はボルツマン分布しているとする, ポテンシャル変化は

$$d \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) = \frac{dn_e}{n_e} = \frac{dn_i}{n_i} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (5)$$

のように密度変化で表わすことができる。ここで n_e , n_i はそれぞれ電子およびイオンの数密度である。一方, 連続の式より

$$\rho v A = \text{const.} \quad (6)$$

が成り立つので

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (7)$$

が得られる。ここで A は考えている流路の断面積である。また断熱変化を仮定すると $p\rho^{-\gamma_i} = \text{const.}$ となり

$$\frac{dp}{p} - \gamma_i \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad (8)$$

が得られる。まず(8)式からイオンの音速

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \gamma_i \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma_i T_i}{m_i} \quad (9)$$

が得られる。ここで, イオン温度は電子温度と同様エネルギー単位で表わしている (したがって, 状態方程式は $p = n_i T_i$ となる)。微分は断熱過程における変化を表わしている。(5), (7) - (9)式を(4)式に代入すると, 流速の変化や密度変化と流路の断面積変化の関係が得られる。

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{dA}{A} \quad (10)$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{dA}{A} \quad (11)$$

ここで, M はマッハ数であるが, 今の場合

$$M^2 = \frac{v^2}{\frac{\gamma_i T_i + T_e}{m_i}} \quad (12)$$

で定義される。(10)式よりマッハ数が1より小さい場合, 流路の断面積が減少すると流速が上昇することがわかる。マッハ数が1よりごくわずかに大きくなったとすると, 流路のわずかな減少 ($dA < 0$) は, 密度の急激な上昇 ((11)式) と, それに伴う速度の急激な低下 ((10)式) をもたらす。すなわち, 流体の圧縮性によって流速は急激に低下する。 $M = 1$ は特異点であり, 亜音速から速度を上げていく時の上限速度を与える。また, 流速や密度だけでなく圧力変化や温度変化もこの点で発散する。

イオンの流れに対する実効的な“音速”は

$$\sqrt{\frac{\gamma_i T_i + T_e}{m_i}} \quad (13)$$

となっている。 T_e の係数が1であるのは, (4)式で電子温度 T_e を導入したときに等温変化 ($\gamma_e = 1$) を仮定したことによる。(4)式に立ち返ればわかるように, $\gamma_i T_i$ の項は純粋に流体力学的効果から来るものであり, T_e の項は静電ポテンシャルの効果, すなわち, プラズマ中に発生した電界によって流れが減速を受けて閉塞する効果から来ている。したがって, $T_i \gg T_e$ であるようなプラズマでは, 速度限界は純粋に流体力学的効果として起こり, $T_i \ll T_e$ であるようなプラズマでは静電的な減速とそれに伴う密度上昇によって速度限界が決まることになる。

音速以上の流れを得ようとすると, 音速に達するまで流路を狭くし ($dA < 0$), 音速に達した点で $dA = 0$, その後は流路を広げて ($dA > 0$) 膨張できるようにする。このような圧縮・膨張機構を備えたものがラバールノズルで, ロケットエンジンや超音速ジェットエンジンの根幹技術となっている。(G.P. de Laval (1845-1913) は名前から想像するとフランス人のように思うが, スウェーデン人の発明家・起業家である。蒸気タービンの性能向上のためにこのノズルを発明したそうである)

プラズマが磁気流体としての性質を示すようになると状況はやや複雑になる。ベルヌーイの定理は, 流体力学的変数に加えて磁場のエネルギーが入ったものになるが, これらの変数間の関係は, 電磁場が入った熱力学関係式を用いなくてはならないので複雑である。これまでの議論に従うと, 流体が速度限界を示すのは圧縮とそれに伴う減速の機構が働くためであった。したがって磁気流体ではイオン音波速度とともに磁気音波速度 (特に遅い磁気音波) が限界速度の目安になるだろう。

実験ではイオン音波速度に関する限界速度が観測されて

いる。イオン音波は遅いため、実験室プラズマではイオン音波マッハ数に関する限界速度のほうが観測しやすい。旧名古屋大学プラズマ研究所の TPH 装置では流れの減速に伴う密度増加が[1]、東北大学の HITOP 装置ではイオン音波マッハ数 1 に到達した後に流速が増加しない、いわゆる閉塞流 (choked flow) が観測されている [2]。

アルヴェン速度を基準とするマッハ数も定義できるが、アルヴェン波に伴う摂動は非圧縮性であり、圧縮のメカニズムが働かないので限界速度に関する指標としては効かないと考えている (著者の私見)。

ここまで流速に関する限界を述べてきたが、アルヴェン限界といわれる電流に関する上限もある。これは流体力学的な効果で現れるものではないが、高強度レーザーと物質の相互作用に関して用いられる重要な指標である。電流が強くなると、電流が作る自己磁場も強くなり、荷電粒子が自己磁場によるラーモア回転を開始するようになる。その結果、直進運動が抑制され、電流値に上限が発生する。したがって、真空中で流すことのできる電流には上限値が存在する [3]。

5.3.3 臨界電離速度 (Critical Ionization Velocity)

もう一つ、プラズマ固有の限界速度がある。これもアルヴェンが提唱したもので、臨界電離速度 (CIV) といわれている [4]。CIV の定義は非常に簡単で、プラズマと中性ガスが共存しているとき、両者の相対速度は電離エネルギーを超えることはできないというものである。式で書けば

$$\frac{m}{2} v_{\text{CIV}}^2 = e\phi_{\text{ion}} \quad (14)$$

となる。ここで m は質量、 v_{CIV} は臨界電離速度、 ϕ_{ion} は電離ポテンシャルである。つまり、この速度は、流れのエネルギーが電離によって消費されるために現れる限界速度である。

アルヴェンは、惑星系の形成を次のように考えた。中性ガスは太陽のような中心天体に向かって重力落下するときに加速される。その速度が臨界電離速度に達したとき、電離が急激に進み、流れのエネルギーが電離によって消費されて加速が抑制される。プラズマとなったガスは中心天体の磁場によってその場所に捕捉される。結果として電離臨界速度に達する距離のところでプラズマ密度が上昇し、そこに惑星が形成されるというものである (図 1 参照)。

それぞれの元素は異なる電離ポテンシャルを持つので、対応する臨界電離速度も元素ごとにばらばらのように思えるが、臨界電離速度は大きく 4 つのグループに分けられる。最も速いのは水素 50 km/sec (Ia)、次にヘリウム 34 km/sec (Ib)、窒素、炭素、ネオン、酸素など 12~14 km/sec (II)、その他多くの原子は 8~5 km/sec (III) の速度になる。星間中性原子の HI 輝線全天観測 (Leiden-Greenbank All-Sky Survey) では図 2 に示すように、輝線スペクトルが 4 つのグループに分解でき、それぞれの位置は臨界電離速度のドップラーシフトに対応していることが示された。この結果は、臨界電離が天体現象において普遍的なプロセスと

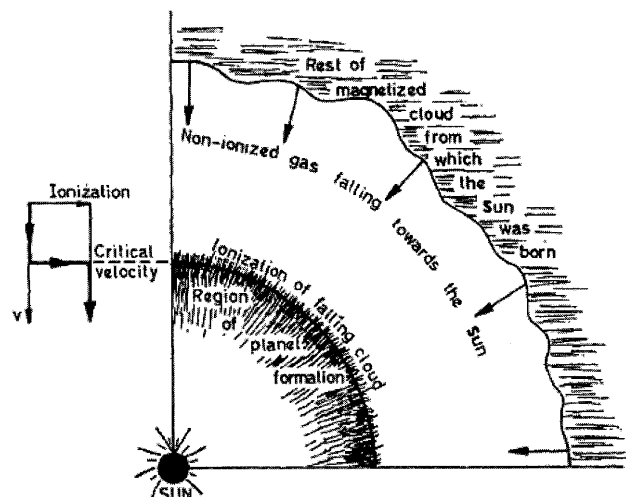


図 1 アルヴェンの臨界電離速度と惑星形成の説明 (文献[4])。

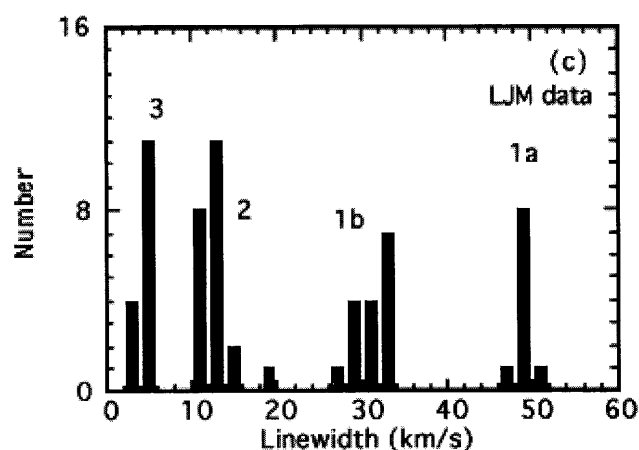


図 2 HI スペクトルを分解したときの各成分の出現頻度。おもに 4 つの成分に分解できることを示している。図中 1a, 1b, 2, 3 はそれぞれ対応する臨界電離速度を示している (文献[5])。

して働いている傍証であると考えられている [5]。また、最近では 2005 年にスペースシャトルから亜酸化窒素ガスを放出する臨界電離速度の宇宙実験が行われている [6]。

実験室では、アルヴェンのアイデアが出た直後から実験が行われた。図 3 は Fahleson (1961) の論文 [7] から取ったものを示しているが、同心円状の放電電極に外部磁場を加え、プラズマが $E \times B$ 回転できるようにした放電装置である。臨界電離のプロセスが働いているとすると、プラズマの $E \times B$ ドリフト速度が臨界電離速度に達した時に急激に放電電流が上昇 (放電開始) するはずである。この実験では、放電開始電圧を広いパラメータ範囲で測定した。実験の結果は、放電電流の値によらず放電開始電圧は一定値であること、また、磁場強度に関しては比例関係にあることなどが報告されている。

この結果は、 $E \times B$ ドリフト速度が臨界電離速度 v_{CIV} (定数) に等しくなったために起こったと解釈できる。すなわち

$$E = v_{\text{CIV}} B \quad (15)$$

ここで、 E は放電装置内の径方向電場の大きさ (これを径

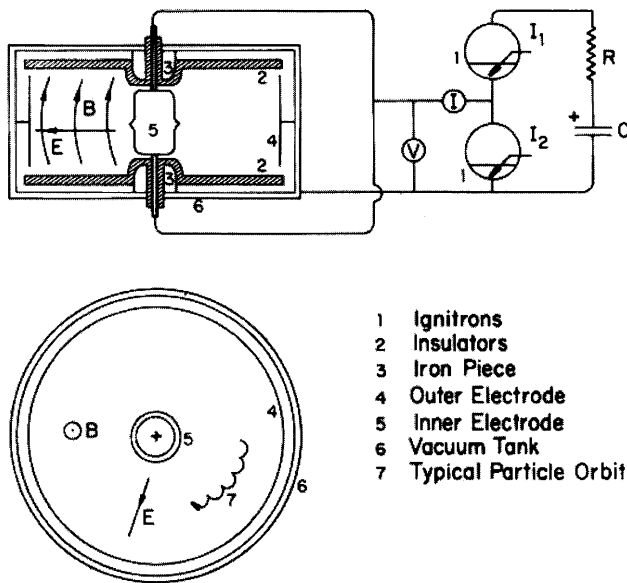


図3 臨界電離速度の実験装置（文献[7]）。

方向に積分したものが測定電圧), B は外部磁場強度である。(15)式から容易に分るように, 放電開始電圧は電流に依存しないこと, また, 磁場に対する比例関係も出てくる。このほか, プラズマの流れをターゲットガスに進入させるタイプの実験など, 臨界電離速度に関する室内実験は非常に多く行われている。室内実験の結果はすべて肯定的である。一方, 宇宙における実験結果は, 実験によって異なっていて, 否定的なものもある。太陽光による光電離の影響が問題を複雑にしているようである。臨界電離現象は一見簡単そうに思えるが, 電離, 励起などの原子過程がプラズマの運動と絡み合っている。また, 電離が進むためには, イオンから電子への速いエネルギー輸送(加熱)も起こらなければならない。このような複雑な現象の決定的実験というのは難しいのかも知れない。臨界電離速度に関する研究のまとめは, Brenning の総合報告にまとめられている[8]。

5.3.4 磁場に垂直な流れの限界速度

次に, 径方向電場による磁場に垂直な流れを考察してみよう。簡単のため, 円柱状のプラズマを考え, 軸対称性を仮定する。径電場による $E \times B$ ドリフトは磁場に垂直な回転流れを形成するが, このとき遠心力の効果が重要になる。周方向の速度成分は流体方程式の径方向成分から求められ, イオンに対しては以下のように与えられる。

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{mn} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial r} + v_\theta \Omega_i \quad (16)$$

ここで, ϕ は静電ポテンシャル, Ω_i はイオンサイクロトロン周波数, その他の記号は通常使われる意味で用いている。簡単のために線形化を行い, イオンの温度 T_i も十分低いとして圧力項を無視すると, 定常解は

$$\left(\frac{v_\theta}{r}\right)^2 + \Omega_i \frac{v_\theta}{r} + \frac{C_s^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{e\phi}{T_e}\right) = 0 \quad (17)$$

となる。左辺第1項が遠心力の効果, 第2項がローレンツ力を表わしている。第3項は電場の効果で, この項とローレンツ力をつり合わせると $E \times B$ ドリフト

$$v_{E \times B} = -\frac{C_s^2}{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (18)$$

が得られる。

遠心力は周方向速度の2乗に比例するため, (17)式は2次式となって解に2価性が生じる。その結果, 回転角速度と電場の強さの両方に限界が生じる。図4に, (17)式で与えられる回転角速度 $\omega = v_\theta/r$ と電場の関係を示している。図を見ると電場と回転角速度の両方に最大値が存在することがわかる。電場に対する制限は, (17)式の解

$$\frac{v_\theta}{r} = -\frac{\Omega_i}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{C_s^2}{\Omega_i^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{e\phi}{T_e}\right)} \right] \quad (19)$$

の根号の中が常に正であるという条件から得られる。最大電場は根号の中が0となることに対応し, そのとき $v_\theta/r = -\Omega_i/2$ である。一方, 回転角速度の限界は, 電場が0の極限に対応し, 最大値は $-\Omega_i$ である(図の縦軸は絶対値であることに注意)。図が示すカーブの上半分は(11)式の根号の前が+符号の解(異常解または fast mode と呼ばれる)によって与えられ, 下半分は根号の前が-符号の解($E \times B$ 解または slow mode と呼ばれる)によって与えられる。

これら2つの解の物理的意味を調べてみよう。まず $E \times B$ 解の方は, 電場が弱いとして展開すると

$$v_\theta \approx -\frac{C_s^2}{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (20)$$

となる。(20)式は(18)式そのものであり, 通常の $E \times B$ ドリフトにつながる解である。一方, 異常解の方は, 同様に根号を展開すると

$$v_\theta \approx -\Omega_i r \quad (21)$$

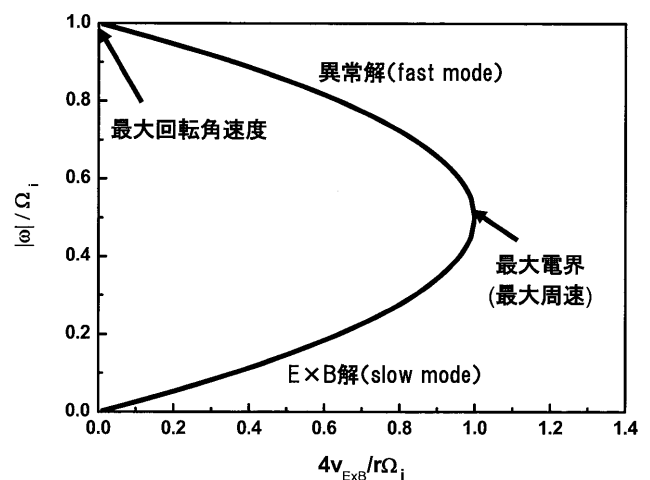
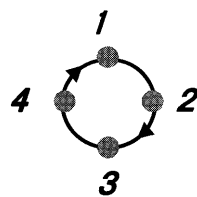


図4 回転角速度と電場の関係。回転角速度(縦軸)はサイクロトロン周波数で規格化, 電場(横軸)は $E \times B$ ドリフトと剛体回転の周速の比として表現している。

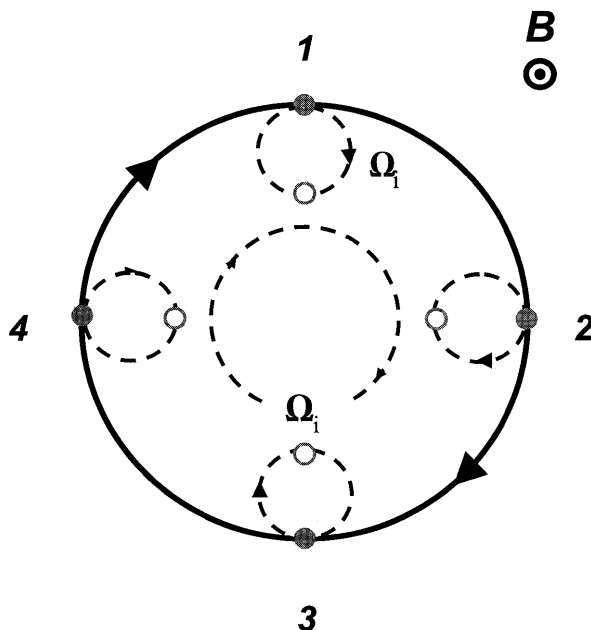
となる。この関係式は(17)式において遠心力(第1項)とローレンツ力(第2項)をバランスさせたときに得られる結果である。すなわち、異常解は遠心力を外力とする $F \times B$ ドリフトということになる。この流れは半径に比例する回転、すなわち剛体回転を表わしている。しかもその角速度は $-\Omega_i$ (最大)である。これは、巨大なラーモア回転を意味しているのだろうか？

(21)式はガイディングセンターの運動である。このような巨視的“ラーモア回転”が個々のイオンのラーモア回転から作れるのかどうか考えてみる。図5にはラーモア回転しながら中心軸の周りにドリフト回転するイオンを示している。ガイディングセンターのドリフト回転角速度が Ω_i に等しい場合を考えると、初期位置が1にあった粒子は $\pi/2$ 回転して2の位置に来る、さらに $\pi/2$ 回転して3、さらに $\pi/2$ 回転して4へと繰り返し一周する。このとき、イオンはラーモア回転(小さな円)しているが、両者の回転角速度が同期しているので、粒子の軌跡をつなぐと巨大なラーモア回転ができあがる。これが、(21)式の表わす流れである。

(21)式は剛体回転を表わす式と同じであるが、例えば、初期位置1においてラーモア回転が π だけ進んだ位置にも



中心が静止したラーモア回転



中心軸のまわりに Ω_i で回転するラーモア回転

図5 中心軸周りの回転とラーモア回転が合成して作る剛体回転。
上：純粋なラーモア回転，下：中心軸周りの回転とラーモア回転の合成。

う一つイオン(図中白丸印)があったとすると、その粒子と初期位置1にある粒子は、2の位置に来たときも(同様に3, 4でも)相対位置に変化がない。まさに剛体的な特徴を持っているのである。

径電場は軸上で必ず0となるため、プラズマの中心軸付近では、ローレンツ力は遠心力とつり合わざるを得ない。したがって剛体的な回転は、回転軸近傍の流れとして実現される。一方、周方向速度が無制限に大きくなることはないとすると、半径が大きくなるとともに遠心力は効かなくなるので、軸から離れたところでは、ローレンツ力は電場とつり合って $E \times B$ 流れを形成する。それぞれの解は、縮退する位置 r_c

$$r_c = 4 \frac{C_s^2}{\Omega_i^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (22)$$

でつなぎかわる。剛体的な回転では、周方向速度は半径に比例して増加するので、周方向速度は r_c 付近で最大となる。

磁場に垂直な回転流は二つの領域から構成され、中心部では遠心力が、周辺部は電場が主要な役割を果たしている。このような流れはプラズマホールを形成する流れとして観測されている[9, 10]。

非中性プラズマの場合には、電場は荷電粒子密度に直接関係づけられるため、電場に対する制限は密度の上限と等価になる。簡単のために、一様な円柱状の非中性プラズマを考えると、内部電場はガウスの法則を使って、

$$E_r = 2\pi enr \quad (23)$$

と書ける。ここで、 n は荷電粒子密度である。この式を(19)式に代入すると

$$\frac{v_\theta}{r} = -\frac{\Omega}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - 2\frac{\omega_p^2}{\Omega^2}} \right] \quad (24)$$

を得る。ここで ω_p はプラズマ振動数 ($\omega_p = 4\pi ne^2/m$)、 Ω は荷電粒子のサイクロトロン周波数である。根号の正負によって fast mode (+) と slow mode (-) に分けられる[11]。解が存在できる最大密度は

$$\omega_p^2 = \frac{\Omega^2}{2} \quad (25)$$

で与えられ、ブリルアン限界 (Brillouin limit) と呼ばれている。この限界密度では2つの解が縮退している。

以上まとめると、回転角速度の限界はローレンツ力が遠心力とつり合うようになる極限で与えられ、最大値はサイクロトロン周波数である。周方向速度の限界は、 r_c 付近で起こり $v_\theta \approx -r_c \Omega_i/2$ である。このとき、電場も限界値(式(19), (20))に達している(非中性プラズマの場合密度の上限)。

径電場による磁場を横切る流れは、非圧縮性の流れであることを指摘しておきたい。いま、軸対称なポテンシャルを $\phi(r)$ 、磁場方向の単位ベクトルを e_z とすると、 $E \times B$ ドリフトは

$$\boldsymbol{v} \propto \boldsymbol{e}_z \times \nabla \phi \quad (26)$$

で与えられ、系が軸対称であるとする、その発散(div)は恒等的に0である。つまり、流れは非圧縮性である。遠心力の効果を取り入れる場合でも、軸対称な遠心力ポテンシャルを導入すれば、結果は同じである。したがって、軸対称性がある場合には、5.3.2節に述べたような圧縮に伴う閉塞流のメカニズムは働かない。

実験でも直線型装置のように軸対称性が良い装置では音速を超える $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 流れが観測されている。例えば前述のプラズマホールの流れや、Maryland Centrifugal Experiment (MCX) 装置ではイオン音波マッハ数が1以上の流れが観測されている。MCX 装置は径方向に速い回転を作り、シアによってMHD不安定性を抑えミラー装置の欠点を克服しようとする実験装置である[12]。

5.3.5 まとめ

プラズマ流の限界速度という立場から定性的な解説をおこなった。限界の現れ方は、磁場に沿う流れと垂直な流れでは全く異なっている。磁場に沿って流れる場合には、プラズマの圧縮性が本質的であり、それが発現する速度、すなわち音速が限界を与える。この点は通常の流体と共通であるが、プラズマの場合、静電ポテンシャルも考慮する必要がある。

一方、プラズマ固有の限界速度として臨界電離速度がある。これはアルヴェンの提唱に端を発する古い問題であるが、傍証は多いものの、未だに決着はついていない。上に述べたMCX装置の実験でも、遅い回転モードは電離臨界速度にほぼ等しいということが報告されている[13]。臨界電離速度に関しては、インターネット上の百科事典 Wikipedia [6]が参考になる。

径電場による磁場に垂直な流れでは、遠心力の効果が本質的である。遠心力の効果を含めることによって解の分岐が起こり、速いモードが回転角速度の上限を与える。また、速いモードの流れは剛体的な流れであり、同じ回転角速度を持つ軸の周りの回転とラーモア回転の合成されたドリフトとして実現される。

トラス系のプラズマのように、径電場によるプラズマの流れが磁場に沿った流れ成分も持つ場合には、圧縮性の効果も共存することになる。この場合は、音波が限界速度に関わってくることもあり得るだろう。このような一般的な条件における限界速度を論じるのは著者には難しいので本小論では省略した。

参考文献

- [1] A. Komori *et al.*, Phys. Lett. A **78**, 143 (1980).
- [2] M. Inutake *et al.*, J. Plasma Fusion Res. **78**, 1352 (2002).
- [3] H. Takabe, J. Plasma Fusion Res. **78**, 427 (2002).
- [4] H. Alfven, Rev. Modern Phys. **32**, 710 (1960).
- [5] G.L. Verschuur and A.L. Peratt, Astrophys. J. **118**, 1252 (1999).
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Critical_roman_ionization_velocity
- [7] U.V. Fablesen, The Phys. Fluids **4**, 123 (1961).
- [8] N. Brenning, Space Science Reviews **59**, 209 (1992).
- [9] K. Nagaoka *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 075001-1-4 (2002).
- [10] 田中雅慶, 河野光雄, 吉村信次: 日本物理学会誌「解説」 **61**, 489 (2006).
- [11] A.J. Theiss, R.A. Mahaffey and A.W. Trivelpiece, Phys. Rev. Lett. **35**, 1436 (1975).
- [12] R. F. Ellis *et al.*, Plasma Physics **12**, 055704-1-7 (2005).
- [13] R. Ellis *et al.*, Proc. 32nd EPS Conference on Plasma Physics, Tarragona Vol.29C P-5.120 (2005).