

# 3. 弱い相対論的電子ビームを用いた後進波発振器と スミス・パーセル放射

小椋一夫

新潟大学工学部 (原稿受付日:2012年7月25日)

弱い相対論的電子ビームを用いた後進波発振器について述べる.後進波発振器では、周期的コルゲートによ る遅波導波管の表面波を電子ビームで励起する.発振周波数を高くするため、導波管の口径をマイクロ波の波長 より大きくした大口径遅波導波管が使用される.周期的コルゲートを用いた電磁波源の高周波数化に対してはス ミス・パーセル放射を使うことも考えられる.後進波発振器の表面波動作とスミス・パーセル放射の関係につい ても紹介する.

#### Keywords:

backward wave oscillator, weakly relativistic electron beam, Smith-Purcell radiation, periodic corrugation, surface wave, Floquet's harmonic, Cherenkov instability, slow cyclotron instability

# 3.1 はじめに

後進波発振器は周期的コルゲートを用いた大電力遅波電 磁波源として,研究されてきた.パルスパワーを使った大 電力後進波発振器の研究が始まったのは1970年頃である [1]. マイクロ波のピーク電力を増加させることが重視さ れたため、使用する大強度相対論的電子ビームの電圧と電 流値は上昇していった. 1990年頃に報告された Relativistic Diffraction Generator (RDG) [2] や Multiwave Cherenkov Generator (MWCG)[3]は、遅波導波管を大口径化した後 進波発振器の発展型といえる. ビーム電圧1MV以上,電 流 10 kA オーダーで動作させることで,パルス幅は10ナノ 秒~100ナノ秒程度であるが、10 GW 級のマイクロ波出力 が報告されている. 遅波電磁波源の特徴を表すものとし て,その出力Pと周波数fを用いたPf<sup>2</sup>は10,000[GW・GHz<sup>2</sup>] 以上が実現された. 1990年以降は、大電力パルスマイクロ 波源の実用性・利便性が重視されてきた. Pf<sup>2</sup> は数100 [GW・GHz<sup>2</sup>]オーダーであるが、高効率・大電力を維持し ながら安定性した動作を実現するための研究開発が成され てきた.その一つとして外部磁場を使用せず,プラズマに より 200 kV 以下で数 100 A の電子ビームを伝搬させる Plasma-Assisted Slow-Wave Oscillator (Pasotron) が報告 されている[4]. 周波数帯は6 GHz 以下のC-band やL-band ではあるが, MW 級マイクロ波源のコンパクト化と軽量化 をめざしたものである.

プラズマ加熱・計測・応用やレーダなどの分野におい て,周波数可変でコンパクトな大電力電磁波源の開発は非 常に重要である.さらに最近では,医療など他分野への応 用も考えられており,周波数可変のマイクロ波・ミリ波お よびサブミリ波源の重要性・必要性は増してきている.こ のように応用面で要求される周波数は高くなっているが, 後進波発振器など遅波マイクロ波源の問題点は周波数が 10 GHz 程度を超えると大電力動作が難しくなることであ る.遅波構造である周期的コルゲートのスケールが波長の 程度に小さいことが主な原因である.大電力を維持しつつ 高周波数化を実現するためには,導波管の口径をマイクロ 波の波長より大きくする大口径化が必要になる.MWCG や RDG は,大口径遅波導波管を使用した成功例であるが, 1 MV 以上,1kA 以上の大強度電子ビームを必要とす る.実用性を考えると,弱い相対論的領域で動作する広帯 域で周波数制御可能な遅波ミリ波・サブミリ波源が大変重 要な研究テーマといえる.

高い周波数の光源としては、周期的コルゲートの空間高 調波によるスミス・パーセル放射がある.最近の研究で、 表面波との相互作用により電子ビームがバンチングされ誘 導スミス・パーセル放射、いわゆる超放射が実現できるこ とが報告され、注目されている[5-7].この章では、弱い 相対論的電子ビームを用いた後進波発振器について述べ る.また後進波発振器と誘導スミス・パーセル放射との関 係について紹介する.

## 3.2 後進波発振器

図1は新潟大学における100 keV 程度の弱い相対論的電 子ビームを用いた後進波発振器のパルス発振特性をまとめ たものである[8,9]. このエネルギー領域では熱陰極が一 般的であるが、図1の後進波発振器では冷陰極を使用して おり、新たなディスク型冷陰極も提案している[10,11]. 遅

3. Backward Wave Oscillators and Smith-Purcell Radiations Driven by Weakly Relativistic Electron Beam OGURA Kazuo

author's e-mail: teogura@eng.niigata-u.ac.jp



Journal of Plasma and Fusion Research Vol.88, No.10 October 2012

弱い相対論的後進波発振器の出力と周波数の関係. 図1

波導波管の管壁はサイン曲線による周期的コルゲートで、 その周期と振幅を変えて X, K と Q の周波数バンドを決め ている、その他の条件はほぼ同じである、つまり、導波管 直径は約3 cmであり、円環状電子ビームのパラメータは電 圧と電流を含めてほぼ同じである.このような条件の下 で、マイクロ波出力 P は周波数 f の増加に伴い、 $Pf^2 = 3.5$  $\times 10^2 \, \text{GW} \cdot \text{GHz}^2$ に従い減少している.このデータとは別 に、長パルス発振に対するfの2.5 乗則がみられるが、それ と比べると高い周波数での出力の減少は小さい.

後進波発振器の遅波構造は導波管の管壁を周期的なコル ゲートとすることで得られる. コルゲートの形状は、サイ ン曲線や矩形が代表的なものである。GW 級の大電力動作 では放電の問題があり、角のないサイン曲線の方が選ばれ る. また,半円や台形などを組み合わせた特殊な形状も検 討されているが[12],特徴的パラメータとしてはコルゲー トの周期長z<sub>0</sub>と振幅h<sub>0</sub>であり, 表1に図1の後進波発振器 で使用されたコルゲートパラメータと導波管直径 D を示 す.後進波発振器の周波数を上げるために大口径の遅波導 波管を用いるのが一般的である.大口径とはマイクロ波の 波長に比べて、導波管の直径が大きいことを意味する. **表1**ではXバンドがD/λ=1であり、大口径とは言えない.  $K \ge Q$ バンドでは $D/\lambda > 1$ であり、さらに周波数を上げた  $G バンドの例では D/\lambda = 18 と非常に大きな値となる.$ 

直円筒導波管と周期的コルゲート導波管の分散特性の比 較を図2に模式的に示す。通常の直円筒導波管では、その 分散曲線は軸方向の波数 k₂ がゼロの点を中心とした放物 線となる.一方,周期性を有する空間中の電磁場に対して は、フロケの定理により波数空間の高調波が生じる. その 高調波はフロケ高調波とも呼ばれ、図2のように直円筒導 波管の放物線をコルゲート波数  $k_0 = 2\pi/z_0$  の整数(n)倍だ け平行移動したものである. 実際の電磁場は空間高調波の 和として次の式で表される.

$$E(r, \theta, z, t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} E_n(r) \exp[i(k_n z + m\theta - \omega t)]$$
$$= \left\{ \sum_{n = -\infty}^{\infty} E_n(r) \exp[i(nk_0 z)] \right\} \exp[i(k_z z + m\theta - \omega t)]. (1)$$

ここで、 $k_n = k_z + nk_0$ である. また $E_n(r) \exp[i(k_n z)]$ は第n番目のフロケ高調波である.このように、構造物の 空間的周期性により電磁場の分散曲線は波数空間において 周期的となる.その周期は ko である.同様な分散曲線はブ ロッホの定理でよく知られている固体物理のバンド理論で も現れるが、表示には、周期的ゾーン形式、還元ゾーン形 式および拡張ゾーン形式がある.分散関係は同じもので, 扱う現象によりわかりやすい形式を選ぶことになる.図2 は、周期構造による遅波の形成を説明するために、周期的 ゾーン形式を使っている.

後進波発振器では軸方向に入射された電子ビームを使 う.図2に電子ビームのモードを示している.速波と遅波 の空間電荷モードおよび遅波サイクロトロンモードと速波 サイクロトロンモードが存在する.後進波発振器では, ビームの初期の垂直方向エネルギーは小さく、軸方向の ビームエネルギーを電磁波エネルギーに変換する. 電子の 垂直方向エネルギーを使うジャイロトロンと本質的に異な る点である.

図3に,遅波導波管の基本波と軸方向入射電子ビームと の相互作用により励起される遅波不安定性の計算結果を示 す.計算ではKバンド後進波発振器実験に使用されている パラメータを使用している.電子ビームの伝搬用に軸方向 磁場が存在する場合である.磁化電子ビームの固有モード がハイブリッドモードであるため、それを含む導波管モー ドも TMと TE モードが混在するハイブリッドモードとな る.このことは軸対称モードでも同様で、図3のEH01モー ドは、ビームを含まない導波管の TM01 モードに対応する モードである. 導波管モードは遅波空間電荷モードとチェ レンコフ相互作用を、遅波サイクロトロンモードと遅波サ イクロトロン相互作用をする。それぞれ、チェレンコフ不 安定性と遅波サイクロトロン不安定性が起きる。図では前

X, K, Q バンド後進波発振器に使用された周期的コルゲー 表 1 ト導波管.また、周波数をGバンドまで上げた場合の例も 示す.

Band	D[mm]	<i>z</i> <sub>0</sub> [mm]	<i>h</i> [mm]	λ [mm]	D/λ
X	28.9	8.0	4.45	30	1.0
K	31.4	3.0	1.7	11.8	2.7
Q	30.0	2.0	1.0	7.5	4.0
G	30.0	0.5	0.3	1.7	18



周期的コルゲート導波管の分散図.フロケ高調波により光 図 2 速線(ckz)より遅い遅波が形成される.コルゲート導波管 モードの遅波空間電荷モードとの交点でチェレンコフ相互 作用が、遅波サイクロトロンモードとの交点で遅波サイク ロトロン相互作用が起きる.

者が後者の5倍あるいはそれ以上に大きい. 遅波サイクロ トロン相互作用を使った遅波サイクロトロンメーザの実験 の報告があるが[13,14],一般的に言って,弱い相対論的後 進波発振器では,チェレンコフ相互作用が重要な役割を果 たす. 図3では,速波サイクロトロンモードは導波管モー ドと相互作用して,交点あたりの曲線を変形するが,不安 定性は起きていない.これは,速波サイクロトロン不安定 性のエネルギー源であるビームの垂直方向エネルギーがな いためである.

図3は、図2と同様に周期的ゾーン形式での表示である が、横軸 $k_2$ は0から約 $k_0$ のほぼ1周期分だけを表示してい る.ここで、速波サイクロトロンモードが右下と左上に分 かれて表れており、図2の模式図とは異なる。実際のビー ムを入れた不安定性の計算では、導波管の空間高調波と ビームモードの関係は図2のように単純ではない.理由 は、擾乱は式(1)のように空間高調波を含むものであり、 ビームモードにも空間高調波が存在するためである。分散 関係の周期性により、右下と左上の左半分が、図2の第1 ブリルアン・ゾーン( $-k_0/2 \sim k_0/2$ )のものに対応する。左 上の右半分が図2の第2ブリルアン・ゾーン( $k_0/2 \sim k_0$ )に 対応する。このようにビーム擾乱の高調波が入ると複雑に なるが、基本波の遅波不安定性を見る場合、図3の周期的 ゾーン形式が使われることが多い。

相互作用に関与する導波管モードに高次モードを含む場 合は、還元ゾーン形式が便利である.図4には、還元ゾー ン形式により、Xバンド遅波導波管の分散曲線をTM<sub>03</sub>ま で示す.第1ブリルアン・ゾーン(-k<sub>0</sub>/2~k<sub>0</sub>/2)での表示 である.ビーム線は、空間電荷モードに対応する.図3と 異なり、1本のビーム線は1つの高調波に対応しており、 導波管の高次モードとの対応が見やすくなる.



図3 軸方向入射電子ビームの相互作用と遅波不安定性.表1の Kバンド導波管を図1の実験に対応した80 keV,200 Aの 円環状電子ビームで励起した場合である.磁場は0.4 Tである.

図4はD/λ=1であり大口径ではない.基本モードの TM<sub>01</sub>と高次モードのTM<sub>02</sub>, TM<sub>03</sub>の曲線は重なる周波数帯 がない. 伝搬領域は曲線間の禁止領域により分離されてい る.図5には,大口径であるQバンド遅波導波管の分散曲 線を示す.この場合,基本モードTM<sub>01</sub>の上限よりTM<sub>02</sub> など高次モードの下限周波数の方が低くなり,いわゆる モードのオーバーラップが起こっている.図では軸対称の 基本モードのみを示しているが,非軸対象モードを含める とさらに多くのモードが存在しオーバーラップしている.

遅波構造内でのビームと導波管モードとの相互作用においては、図6に示しているようにビームモード $(k_b)$ と導波管モード $(k_z^+ \land k_z^-)$ が存在する. $k_z^+$ は群速度が正の、 $k_z^-$ は群速度が負の導波管モードである。後進波発振器では、チェレンコフ相互が重要となるが、そこではビームの遅波と速波の空間電荷モードと後進波の3つの波が相互作用する.励起された後進波は遅波構造の入り口で反射され $(R_1)$ ,進行波と成る.進行波は遅波構造の出口で一部は放射され残りは反射 $(R_2)$ されて後進波となる.したがって遅波構造内には反射で決まる定在波つまり軸方向モードが形



図4 Xバンド遅波導波管における軸対称TMモードの分散曲線. また 80 keV のビーム線を示す.



図5 Qバンド遅波導波管における軸対称TMモードの分散曲線. また 80 keV のビーム線を示す.

Journal of Plasma and Fusion Research Vol.88, No.10 October 2012



図6 有限長遅波導波管における軸方向モードの形成.

成される.ここで軸方向モードを形成する進行波と後進波 は、周期的コルゲート構造の境界条件を満たすために、式 (1)のように高調波の和であることに注意する必要があ る.つまり、軸方向モードにはビームにより直接励起され るフロケ高調波に加えて、それ以外の高調波も自動的に含 まれる.軸方向モードの形成には遅波構造の両端における 反射(*R*<sub>1</sub> と *R*<sub>2</sub>)が重要な役割を果たす[10,15].軸方向 モードを励起することで、コヒーレントな大強度マイクロ 波発振が可能となる.また、進行波管ではビームと相互作 用するのは進行波である.

通常,後進波発振器の大電力動作ではビーム相互作用を TM<sub>01</sub>のアッパーカットオフつまり $\pi$ ポイント( $k_z z_0 = \pi$ )に 近づける[9-12].  $\pi$ ポイントでのXバンド遅波導波管内の 電場強度分を図7に示す.電場は導波管の中心部分まで広 がっており体積波に近い.このような場合は,遅波構造の 端にカットオフ導波管などを配置して反射 $R_1$ ,  $R_2$ を調整 することができる.

これに対して、大口径である Q バンドでは、図8 に示す ように、電場は管壁近くに集中しており、コルゲートから 離れると指数関数的に減少する.この場合、カットオフ導 波管の径は遅波構造の径に比べ小さくなりすぎる.特に、 ビーム入射部にカットオフ導波管を設置すると、ビームは コルゲートから離れ、十分な相互作用が得られない.大口 径の場合、軸方向の反射 $R_1$ ,  $R_2$ をどのように制御するかは 重要な問題である.特殊な反射器を利用する等、軸方向 モードの制御が報告されている[10,13,14].軸方向モード の制御により、発振モードや周波数も変化し、発振効率が 向上した例も報告されている.また、相対論的な大口径後 進波発振器の改良型である MWCG や RDG においては、2 つの大口径遅波導波管をドリフトセクションと呼ばれる直 円筒導波管で連結している.動作原理は非常に複雑になる が、GW 級の大電力ミリ波発振を実現している.

### 3.3 スミス・パーセル放射

電子ビームが周期的コルゲートの近くを通る時に放射さ れるスミス・パーセル放射は、ミリ波から可視光までの幅 広い領域における光源への応用として研究されてきた.本 来のスミス・パーセル放射は自然放射であり、本質的に放 射強度が弱い.ところが近年,超放射の原理を利用して強 度を上げる試みがなされている.これまでは実現が困難と されてきたテラヘルツ帯領域における大強度出力を可能に するものとして、活発に研究が進められている.本小特集



図7 Xバンド遅波導波管中のπポイントにおけるTM<sub>01</sub>モードの 電場強度分布.



図8 Qバンド遅波導波管中のπポイントにおけるTM<sub>01</sub>モードの 電場強度分布.

の5章で関連する内容が紹介されているので参照していた だきたい.本章では、後進波発振器動作とそれに関係する スミス・パーセル放射について紹介する.

相対論的領域に対して桁違いにエネルギーの低い数 10 keV 程度の弱い相対論的電子ビームによる誘導スミ ス・パーセル放射による超放射が Dartmouth 大学のグ ループにより報告された[5]. コンパクトなテラヘルツ波 源として注目されており,理論的解析も行われている[6]. これまでの研究により、図9のような機構が提案されてい る.まず、電子ビームは周期構造と相互作用しながら周波 数ω0の表面波を励起する.このときビーム電流値が臨界値 を超えると、非線形効果によりビームは十分に強くバンチ ングされる.自ら励起した表面波の電場によるセルフ・バ ンチングである. そのバンチング・ビームにより空間高調 波が励起・散乱され周波数ω2の誘導スミス・パーセル放 射が起きる. セルフ・バンチングの過程で励起される表面 波は周期構造の表面に張りついた TM モードであるが、コ ルゲート端で反射される時に伝搬モードに変換され出力さ れる. ビームと相互作用する表面波の群速度が負のとき後 進波発振器動作であり、群速度が正のとき進行波管動作で ある.出力される伝搬モードの周波数 $\omega_1$ は表面波の $\omega_0$ と等しい. テラヘルツ波あるいはそれ以上の高い周波数帯 において、回折格子の表面波励起に関する報告はなかった が、最近になり後進波発振器動作による表面波励起がテラ



図9 表面波による遅波相互作用とフロケ高調波によるスミス・ パーセル放射.電子ビームは表面波と遅波相互作用する が、ビーム電流が臨界値を超えるとビームがバンチングされ、誘導スミス・パーセル放射が起きる.

ヘルツ波帯の実験により確認された[7].

誘導スミス・パーセル放射に対する電流の臨界値と後進 波発振器動作に対するスタート電流との関係は、今のとこ ろ不明である.しかし、表面波とスミス・パーセル放射は 同時に励起できる.このことは1973年に K. Mizuno 氏等の 先駆的なLedatronの論文で述べられている[16].モードの オーバーラップが考えられるが、Ledatron では Fabry-Perot 型共振器により発振モードを制御している.

これまで紹介してきたスミス・パーセル放射の実験で は、周期的コルゲートとして回折格子など平板形状が使用 されてきた.最近、大電力動作で実績のある円筒状コル ゲートによる研究も開始されている[17].円筒系では、大 電力後進波発振器の円環状大電流電子ビームをそのまま応 用できるため、表面波励起で非常に高いレベルの出力が得 られ、その表面波を利用した誘導スミス・パーセル放射 は、超広帯域ミリ波・サブミリ波電磁波源として有望なも のと言える.

## 3.4 まとめ

本章で紹介した 100 keV 程度あるいはそれより低いエネ ルギー領域の後進波発振器は, MW 級の出力を実現してい る.後進波発振器は周期的コルゲートの表面波を励起し, 伝搬モードに変換し,出力として取り出すものである.周 波数が高くなると  $Pf^2 = -定を満たすように出力は減少す$ るが,図1のデータから,100 GHz 程度以上でも 10 kW以上の出力が期待できる.また,GW 級動作では放電防止のために滑らかなコルゲート形状が要求されてきたが,MW級以下の動作であれば矩形コルゲートなどを使用できる[10,14].表1のGバンドの例のように微細なコルゲートをサイン曲線や複雑な曲線で製作するのは困難である.矩形などの形状が使用できると高い周波数帯においてもコ ルゲートの製作が可能となり,弱い相対論的電子ビームを 使用した場合でも,表面波励起によりkW以上から MW 級ミリ波発生の可能性は十分にある.また,速波領域の高 調波を直接励起するスミス・パーセル放射は,誘導放射に よる大電力化を図ることで,広帯域で大電力なミリ波・サ ブミリ波源への応用が期待できる.

K. Ogura

# 参 考 文 献

- [1] J.N. Benford, J.A. Swegle and E. Schamiloglu, *High Power Microwaves, second edition* (Taylor & Francis, New York, 2007) Chapter 8.
- [2] S.P. Bugaev, V.A. Cherepenin, V.I. Kanavets, V.I. Koshelev, V.A. Popov and A.N. Vlasov, IEEE Trans. Plasma Sci. 18, 518 (1990).
- [3] S.P. Bugaev, V.A. Cherepenin, V.I. Kanavets, A.I. Klimov, A.D. Kopenkin, V.I. Koshelev, V.A. Popov and A.I. Slepkov: IEEE Trans. Plasma Sci. 18, 525 (1990).
- [4] D.M. Goebel, R.W. Schumacher and R.L. Eisenhart, IEEE Trans. Plasma Sci. 26, 354 (1998).
- [5] J. Urata, M. Goldstein, M.F. Kimmitt, A. Naumov, C. Platt and J.E. Walsh, Phy. Rev. Lett. 80, 516 (1998).
- [6] V. Kumar and K-J. Kim, Phy. Rev. E 73, 026501 (2006).
- [7] H.L. Andrews, C.A. Brau and J.D. Jarvis, Phys. Rev. ST Accel. Beams 12, 080703 (2009).
- [8] K. Tanaka, Theoretical and Experimental Studies on Nonaxisymmetric Mode Radiation from X-Band High Power Backward Wave Oscillator (PhD thesis, Niigata University, 1999) Chapter 4.
- [9] S. Aoyama, Y. Miyazawa, K. Ogura, A. Sugawara and M. Hirata, Trans. Fusion Sci. Tech. 51, 204 (2007).
- [10] K. Ogura, Y. Miyazawa, A. Aoyama, Y. Takamura, S. Tamura and A. Sugawara, IEEJ Trans. FM 127,681 (2007).
- [11] H. Oe, K. Ogura, Y. Kazahari, K. Bansho, H. Iizuka, A. Sugawara and W.S. Kim, J. Plasma Fusion Res. SERIES 8, 1477 (2009).
- [12] A.N. Vlasov, A.G. Shkvarunets, J.C. Rodgers, Y. Carmel, T.M. Antonsen, Jr., T.M. Abuelfadl, D. Lingze, V.A. Cherepenin, G.S. Nusinovich, M. Botton and V.L. Granatstein, IEEE Trans. Plasma Sci. 28, 550 (2000).
- [13] K. Ogura, M.R. Amin, K. Minami, X.D. Zheng, Y. Suzuki, W.S. Kim, T. Watanabe, Y. Carmel and V.L. Granatstein, Phy. Rev. E 53, 2726 (1996).
- [14] K. Bansho, K. Ogura, H. Oe, Y. Kazahari, H. Iizuka, A. Sugawara, T. Shimozuma, S. Kobayashi and K. Okada, Plasma Fusion Res. 5, S1049 (2010).
- [15] L.D. Moreland, E. Schamiloglu, R.W. Lemke, A.M. Roitman, S.D. Koronvin and V.V. Rostov, IEEE Trans. Plasma Sci. 24, 852 (1996).
- [16] K. Mizuno, S. Ono and Y. Shibata, IEEE Trans. Electron Devices 20, 749 (1973).
- [17] K. Ogura, K. Yambe, H. Yoshimura and M. Takahashi, Plasma Fusion Res. 6, 2401039 (2011).