

# 6. PK-3 Plus による臨界点をめざした実験と PK-4 における微粒子の振る舞いの予想

# 6. Experiments Searching the Critical Point of Fine-Particle Plasmas in PK-3 Plus and Expected Behavior of Fine Particles in PK-4

東 辻 浩 夫 TOTSUJI Hiroo 岡山大学 (原稿受付: 2015年4月27日)

ー成分プラズマモデルの等温圧縮率は古典系・量子系ともに強結合領域で発散する.このモデルでは自由に 変形できるとされている背景電荷は、多くの実在の系では変形が難しいので、モデルのこの振る舞いは実際には 観測できないと考えられてきた. 微粒子プラズマでは微粒子系の背景は古典プラズマであり、等温圧縮率の発散 とそれに伴う臨界点の存在に対応する振る舞いを観測できる可能性がある.この予想に基づいて行われた PK-3 Plus における実験について述べる.また、PK-3 Plus の後継である PK-4 における微粒子の振る舞いについてこれ までに行った理論的研究について説明する.

#### Keywords:

one-component plasma model, divergent isothermal compressibility, fine-particle plasma, critical point, microgravity experiment, density fluctuation

# 6.1 理論的背景

# 6.1.1 一成分プラズマモデル

プラズマは通常,正負の荷電粒子から成り電気的にほぼ 中性である.電荷の間の相互作用の効果が大きく,プラズ マが理想気体とは大きく異なる振る舞いをするとき,強結 合であるという.強結合状態の解析においては一方の電荷 成分のみに着目した方が簡単であることが多い.一方の成 分のみに着目するモデルを「一成分プラズマ」,One-Component Plasma (OCP),という.こうすると電離・再 結合は起こらないので,現象は単純になる.強結合プラズ マの現象の中には,このような単純化を行っても本質的な 特性は失われないものも多いので,OCP は重要なモデルの 一つである.

ー成分プラズマとして扱われる例には、トラップ中のイ オン系、強く縮退した電子系の中の古典イオン系(天体中 心部の原子核の系)、金属など固体中の電子系(コア電子 をもつ原子核の格子を一様な正電荷-「ジェリウム」-とみな す)などである.イオントラップでは、電位が与えられた 電極や磁場の効果が負電荷分布の役割を果たす.

ー成分プラズマには強結合になると図1のように等温圧 縮率が発散するという特徴がある.この特徴はプラズマが 古典系であっても,量子系であっても存在する.また,相 互作用が湯川型(Yukawa OCP)になっても同じであ る.ただし,一成分プラズマの圧縮率は,反対符号の電荷 (背景電荷)は無限に大きな圧縮率をもつ(自由に変形する)として定義されているから、この発散は直ちに熱力学



Normalized inverse isothermal compressibility



図1 規格化された等温圧縮率.古典 OCP (上左),縮退 OCP (上 右),および湯川 OCP (下).

Okayama University, OKAYAMA 700-8530, Japan

author's e-mail: totsuji-09@t.okadai.jp

的不安定性につながるわけではない.背景電荷は通常小さ な圧縮率しかもたない.例えば,縮退した電子系はほとん ど縮まない(ある質量以下の天体がブラックホールになら ないのはこのためである).また,イオントラップでは,電 極などによる外場は変化しない(圧縮率は0).この特徴 は強結合プラズマの一成分系としての解析が始まると間も なく知られたことであるが[1],上記のように背景電荷系 の寄与を考慮すると,実在の系における実験での観測は不 可能であるとされていた.

微粒子プラズマでは、微粒子のもつ電荷はプラズマに よって遮蔽されるために、微粒子間の相互作用はクーロン ポテンシャルでなく湯川型(デバイ・ヒュッケル型)とな る(相互作用については2章を参照).その場合も、図1下 のように等温圧縮率は発散するが、直ちに熱力学的不安定 性と結びつかないのは同じである.しかし、大きな違いは 微粒子プラズマの背景電荷(プラズマ)は古典プラズマで あることである.古典プラズマであれば、背景の変形が極 端に難しいわけではないので、微粒子系の結合度が非常に 大きくなった場合に背景プラズマを含む系全体が熱力学的 不安定性になる可能性がある.

具体的に求めると、微粒子プラズマが熱力学的に不安定 になる領域があり、それに伴って臨界点があることが示さ れる[2]. PK-3 Plus の実験として臨界点の探求を提案した のはこのためである. 臨界点存在の可能性はそれまでにも 指摘されたが[3,4], 文献[2]は一成分プラズマの特性との 関係を明確にした.

#### 6.1.2 予想される相図

微粒子プラズマは帯電した微粒子と背景プラズマ(電 子,イオン)の混合物である.微粒子と電子・イオンの質 量の違いに基づき,微粒子配置を固定して背景プラズマに ついて統計平均を取る断熱近似が適用できる.微粒子配置 に対する実効ポテンシャル(ヘルムホルツ自由エネル ギー)は次のように書かれる.

$$U_{\rm coh} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{N_{\rm p}} \frac{(Qe)^2}{r_{ij}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{\lambda}\right) \\ -N_{\rm p} \frac{n_{\rm p}}{2} \int d\mathbf{r} \frac{(Qe)^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right), \qquad (1)$$

ここで,右辺第1項は微粒子間の湯川型ポテンシャルで ある(λは遮蔽長).第2項は電気的中性であることに起因 する1種の閉じ込めポテンシャルである(2章参照).

湯川型ポテンシャルで相互作用する系で一成分のみに着 目するとき湯川 OCP という.湯川 OCP については数値シ ミュレーションなどによりよく研究されていて,熱力学関 数,相図(図2)などが知られている[5].

湯川OCPの数値シミュレーションでは、おそらくすべて の場合、周期境界条件の下で一定数の粒子を扱い、粒子間 の力は斥力の湯川ポテンシャルから導いている.この系の 背景電荷は、粒子の電荷と同じ密度で反対符号の電荷で、 粒子に対して引力の湯川型相互作用を及ぼすが、シミュ レーションでは背景電荷は陽に考慮されていない.これは 粒子数と体積が固定されていることで間接的に表現されて





いるからである.しかし,系のエネルギーを求めるには背 景の効果を考慮する必要がある.例えば,粒子間相互作用 のエネルギーへの寄与は次式である.

$$\frac{n_{\rm p}}{2} \int d\mathbf{r} \frac{(Qe)^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) [g(r) - 1]$$
(2)

右辺の被積分関数が斥力湯川ポテンシャルと2体分布関数g(r)の積でなく2体相関関数g(r)–1との積であるところに背景の存在が現れている.

微粒子間には斥力が働くから何らかの外場で閉じ込める 必要があると考えがちである.しかし, 微粒子とプラズマ の系が電気的に中性であれば, その必要はない;全体に電 気的に中性であればクーロン爆発は起きない(電気的中性 からの外れがあれば, それを源とする電位分布が生じ, 微 粒子に力を及ぼす(2.3.4参照)).

電気的中性の効果,および,微粒子の有限半径のコアを 考慮すると,微粒子プラズマの熱力学関数が近似的に求ま り,次の4つのパラメータで表される(Q は電荷, a は平 均粒子間距離, r<sub>p</sub>は半径, T は温度,添字 p, e, i は粒子, 電子, イオン).

$$\Gamma = \frac{(Qe)^2}{ak_{\rm B}T_{\rm p}} \tag{3}$$

$$\xi = \frac{a}{\lambda} \tag{4}$$

$$A = \frac{N_{\rm e}k_{\rm B}T_{\rm e} + N_{\rm i}k_{\rm B}T_{\rm i}}{N_{\rm p}k_{\rm B}T_{\rm p}} \gg 1 \tag{5}$$

$$\Gamma_0 = \frac{(Qe)^2}{r_{\rm p}k_{\rm B}T_{\rm p}} = \Gamma \frac{a}{r_{\rm p}} \tag{6}$$

相図は図3のようになる.図3上は通常の気体・液体転移の密度・温度面に、図3下は温度・圧力面にあたる. 図3上の相境界曲線の内側では密度の異なる2相が共存する.図3下において共存線上では密度の異なる相が接しており、共存線が終わるところが臨界点である.3次元で秩序パラメータはスカラーであり、臨界点の性質は3次元イジングモデルと同じと予想される[6].

#### 6.1.3 構造因子と密度搖動

圧縮率総和則などを用いると長波長領域の密度搖動スペ



phase diagram in  $(\Gamma/\xi^2, p)$ -plane



図3  $(\Gamma, \xi)$ 面および $(\mathbf{p}, \Gamma/\xi^2)$ 面の相図.

クトル (構造因子) が次のように求まる (*p*tot は背景プラズ マを含む全圧力).

$$S(k) \sim \left[ -\frac{V}{n_{\rm p} k_{\rm B} T_{\rm p}} \left( \frac{\partial p_{\rm tot}}{\partial V} \right)_{T_{\rm L} T_{\rm e} T_{\rm p}} + \mathcal{O}(k^2) \right]^{-1}$$
(7)

分母から,臨界点に近づくと密度搖動が増大することがわ かる.増大因子は図4の例のようになると期待される.

# 6.2 実験

6.2.1 制御できるパラメータとプラズマのパラメータ

実験において変化したパラメータは次のとおりである: ガス種,ガス圧,入力する RF 電力, 微粒子半径, 微粒子投 入量・頻度. 電極に加える電位などについても制御できる が,この実験では特に利用しなかった.

一方,プラズマのパラメータとしては,粒子座標から粒 子密度は計測される.しかし,電子密度,電子温度,イオ ン密度,イオン温度,微粒子温度については直接の測定が ない.同じ装置の別の実験の解析での仮定に基づき,電子 温度は1-3 eV 相当,イオン温度,微粒子温度は中性ガス と同じ室温程度,と推測した.

大きな粒子を用い,できるだけ強結合の状態をつくるべ く実験パラメータを検討した結果,大粒子,高ガス圧,大 RF電力が望ましいと思われた.一方,このような条件につ いてはそれまでのPK-3Plusの実験ではあまり経験がなく, 試行錯誤が必要であった.

実験条件について最大の不定性はイオン密度である.直

接の測定値はないから,同じような実験パラメータでの推 測を基にするほかない.実験したパラメータの推測値をプ ロットすると図4に書き込んだ点になる[7].

#### 6.2.2 実験結果

高密度・高電力の条件では、中心部にボイドが発生す る.このため、密度が一様な観測領域がボイドの周辺の比 較的小さな領域となった.観測された領域について、密度 などを描くと図5のようになる(横軸は実験の番号で時間 順).粒径、ガス圧、RF電力を変えて、できるだけ強結合 の状態をめざした.構造因子の例を図6に示す.

# **6.3 実験結果の検討**

# 6.3.1 非一様性の効果

解析に耐える粒子数を含み,できるだけ一様な領域を選 択しても,非一様性は残る.したがって,その効果を何ら かの方法で評価する必要がある.一様な強結合湯川 OCP において人為的に加えた非一様性の効果を図7に示す.波 数が0の付近で,実験で得られたように密度揺動スペクト ルが増大することがわかる.一方,実験で得られた程度の 増大を得るには,実験の場合よりかなり大きな非一様性が 必要なことがわかる.したがって,観測対象の非一様性の 影響はあるが,実験結果をすべて説明できるほどではない と考えられる.

波数が小さいが0付近ではない領域でも密度搖動の増大 が観測された.これは、観測領域が有限である効果と考え られる.例えば、3次元領域の相関を薄い層に分割して観 測すると、見かけ上の密度搖動の増大が観測される.この 場合には、後者から、本来の3次元領域における(波数が 小さいが0付近ではない領域でも0に近い)相関を復元す る公式が得られている[8].今の場合、このような公式は ないが、数値的に本来の構造因子を復元することができ る.しかし、波数が0付近の増大はこの復元によって0に



The position of c.p. depends on experimental parameters, giving similar enhancement contour.

図4 (Γ, ξ)面における増大率の例.



Journal of Plasma and Fusion Research Vol.91, No.8 August 2015



思われる.しかし,構造因子に対する非一様性の効果と結 果は定性的に異なるものではなかったので,次元の効果な ど,視点を広げて,引き続き結論を補強したいと考えてい る[9].

# 6.4 PK-4 による実験に向けて

PK-3 Plus の後継として PK-4 が計画され,すでに ISS に設置されている. 我々は PK-4 における実験として可能 なテーマを検討してきた[10,11]. PK-4 の特徴は円筒対称 性をもつことであり,この特徴を生かした実験が可能であ る.また,ボイドの発生についても PKE-Nefedov や PK-3 Plus とは異なった状況であることを期待したい.

#### 6.4.1 微粒子分布

微小重力下では円筒対称性を反映した構造が得られると 期待される.十分強結合になれば微粒子は結晶になるが, 結晶は幾何学的境界条件に対応したものになる.今の場 合,円筒状の微粒子結晶である.この構造は軸方向から見 れば同心円の多重のシェル構造である.このような構造は 数値シミュレーションで解析され,簡単な内挿式で表現で きることがわかっている[12].その例を図8に示す.地上 実験では多重の層からなる構造が観測されている[13].た だし,重力のために層は歪んでいる.

#### 6.4.2 電位構造

ドリフト・拡散方程式の範囲で, 微粒子・電子・イオン の分布および電位構造が求められている[13]. その例を 図9に示す.特徴は,(1)微粒子の存在する領域では電子 分布・電位はほぼ平坦,(2)微粒子分布の変化による負電 荷の変化はイオン分布の変化で補償されている,である. (1)は6.4.1で用いたモデル[6]が適当であることを示して いる.

統計力学に基づく解析によって,不均一な微粒子プラズ マにおける微粒子のエネルギーは次のように表されること

#### 近い値にはならない.

### 6.3.2 PK-3 Plus による実験のまとめ

実験として, 微粒子が高密度, 高ガス圧, プラズマが高 励起の状態は実験で制御できるパラメータの範囲ではある が振る舞いが十分知られている領域ではなく, 試行錯誤が 必要であった. ボイドの存在のため, 解析できる領域の大 きさと上の条件は両立しない. 結果として, 臨界点への接 近は十分ではなかったが, 密度搖動の増大は観測されたと

k(3/4m)1/3

図6 構造因子の例.



#### interpolation formulas for structures





図8 円筒対称な装置における微粒子分布(上)と内挿公式との 比較(下).



図9 粒子分布(上),電位(中),および空間電荷密度(下).

が示される[14].

$$\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \left[ \overline{\rho_{\mathrm{p}}}(\mathbf{r}) + \overline{\rho_{\mathrm{bg}}}(\mathbf{r}) + \rho_{\mathrm{ext}}(\mathbf{r}) \right] \overline{\Psi}(\mathbf{r}) \\ + \left[ \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{N} (Qe)^{2} u(\mathbf{r}_{i}, \mathbf{r}_{j}) + \sum_{i=1}^{N} (-Qe) \int d\mathbf{r}' u(\mathbf{r}_{i}, \mathbf{r}') \left[ -\overline{\rho_{\mathrm{p}}}(\mathbf{r}') \right] \right]$$

$$+\frac{1}{2} \iint \mathbf{dr} \mathbf{dr} \mathbf{r'} u(\mathbf{r}, \mathbf{r'}) \overline{\rho_{\mathrm{p}}}(\mathbf{r}) \overline{\rho_{\mathrm{p}}}(\mathbf{r})' - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \frac{(Qe)^{2} k_{\mathrm{D}}(\mathbf{r}_{i})}{4\pi\epsilon_{0}}.$$
 (8)

第1項は平均場の中で平均電荷密度 $\overline{\rho_p} + \overline{\rho_{bg}} + \overline{\rho_{ext}}$ がもつエ ネルギー,第2項の[]中,第1項が湯川斥力相互作用, 第2項が微粒子の電荷密度の符号を反転した'shadow'に よるポテンシャル (2.3.4参照)である.第4項は各微粒子 の周りのシースのエネルギーであり,いわゆる分極力を与 える.

微粒子分布を求めるには、本来、上記の方程式を無撞着 に解く必要があるが、直ちには困難と思われる.これまで の解析では、電位構造が放物型、あるいは、微粒子の存在 領域で電位は平坦であると仮定されている.ドリフト・拡 散方程式の解は後者の仮定が実際に近いことを示唆してい る.

#### 6.4.3 ボイド形成

PKE-Nefedov, PK-3 Plus におけるボイドの形成はそれ 自体興味ある現象であるが,できるだけ一様に近いプラズ マの特性の検証には望ましくない.したがって, PK-4 にお けるボイド形成条件を調べる必要がある.ドリフト・拡散 方程式の範囲ではボイドは対称軸の周りに発生し,係数や べき指数の詳細は別として,近似的な形成条件は次のよう になる[13].

$$n_{\rm e}^{\rm c}(0) \ [{\rm cm}^{-3}] \sim 4 \cdot 10^6 \frac{(p_{\rm n}[{\rm Pa}])^{1.56}}{(T_{\rm e}[{\rm eV}])^{0.24}(r_{\rm p}[\,\mu{\rm m}])^{0.42}} \ (9)$$

 $r_p$ は粒子半径,  $n_e(0)$ は中心における電子密度,  $T_e$ は電子 温度,  $p_n$ はガス圧 (Ar)である.形成条件が実験的に調べ られ,ボイドを制御した実験が可能になることを期待した い.

# 6.4.4 PK-4 への期待

PK-4による本格的実験はこれからである. 微粒子の振る 舞いについての多様な観測結果が得られると予想するが, 背景プラズマのパラメータについても情報が得られて, ボ イド形成条件のような, 混合物としての微粒子プラズマの 特性がより明らかになることを希望する. 6.3.2に述べた ように, 等温圧縮率の発散とそれに伴う臨界点の存在が現 時点で明らかに示されたとは言い難い. PK-3 Plus とは異 なる状況で形成される PK-4 の微粒子集団が存否の判定に 役立つ可能性もあると考えている.

# 参考文献

- [1] S.G. Brush et al., J. Chem. Phys. 45, 2102 (1966).
- [2] H. Totsuji, Phys. Plasmas 15, 072111 (2008).
- [3] S.A. Khrapak et al., Phys. Rev. Lett. 96, 015001 (2006).
- [4] K. Avinash, Phys. Rev. Lett. 98, 095003 (2007).
- [5] たとえば, M.O. Robbins *et al.*, J. Chem. Phys. **88**, 3286 (1988); R.T. Farouki and S. Hamaguchi, J. Chem. Phys. **101**, 9885 (1994); S. Hamaguchi *et al.*, Phys. Rev. E **56**, 4671 (1997).
- [6] 例えば, P.M. Chaikin and T.C. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics* (Cambridge University Press, 1995) Chap.5.

Journal of Plasma and Fusion Research Vol.91, No.8 August 2015

- [7] H. Totsuji *et al.*, J. Jpn. Soc. Microgravity Appl. 28, 27 (2011).
- [8] H. Totsuji, J. Phys. Soc. Japan 78, 065004 (2009); H. Totsuji,
   J. Phys. Soc. Japan 79, 064002 (2010); H. Totsuji and C. Totsuji, Phys. Rev. E 85, 031139 (2012).
- [9] JAXA-RR-14-012E.
- [10] H. Totsuji *et al.*, Int. J. Microgravity Sci. Appl. **31**, 055 (2014).
- [11] K. Takahashi *et al.*, Int.J. Microgravity Sci. Appl. **31**, 062 (2014).
- [12] H. Totsuji and C. Totsuji, Phys. Rev. E 84, 015401 (2011).
- [13] S. Mitic et al., Phys. Rev. Lett. 101, 125002 (2008).
- [13] Preliminary result is guven in H. Totsuji, J. Plasma Phys. 80, 843 (2014).
- [14] H. Totsuji, J. Phys. Soc. Japan 84, 064501 (2015).