

無散逸ブラソフシミュレーション手法の開発

Non-dissipative Vlasov simulation method

° 渡辺智彦、佐藤哲也

核融合科学研究所

「はじめに」 1970年代には、Vlasov方程式をEuler的に直接解く、様々なVlasovシミュレーション手法が提案されていた。しかし、粒子シミュレーションに比べ安定に計算するにはより多くの計算機資源を必要とすることから、1980年代から90年代にかけては、あまりVlasovシミュレーションは行われなくなった。一方で、位相空間内で連続な分布関数を考える場合、Vlasovシミュレーションは、粒子法に比べより数値誤差を少なくできると期待される。最近の計算機の大規模化に伴って、より正確なシミュレーションを行うために、Vlasovシミュレーションが見直されつつある。ここでは、我々が現在開発に取り組んでいる、無散逸Vlasovシミュレーション手法を、その時間積分法に焦点を当てて紹介する。

「Vlasov-Poisson系」 まず、最も基礎的な1次元のVlasov-Poisson系を考える。出発点として、Cheng & Knorrにより考案されたsplitting schemeを考える。

$$\begin{cases} f^*(x, v) = f^n(x - v\Delta t/2, v) \\ f^{**}(x, v) = f^*(x, v - \Delta t \partial \phi / \partial x) \\ f^{n+1}(x, v) = f^{**}(x - v\Delta t/2, v) \end{cases} \quad (1)$$

このスキームは、ハミルトン力学系の数値計算で良く知られたシンプレクティック積分法を用いて、次のように一般化され得ることが分かった。

$$f^{n+1}(q, p) = \prod_{i=1}^k \mathcal{L}_i f^n(q, p) \quad (2)$$

$$f_{i+1}(q, p) = \mathcal{L}_i f_i(q, p) \equiv \begin{cases} f_i^*(q, p) = f_i(q - c_i \Delta t \partial T / \partial p, p) \\ f_{i+1}(q, p) = f_i^*(q, p + d_i \Delta t \partial V / \partial q) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 c_i 、 d_i はそれぞれシンプレクティック積分法で用いられる係数であり、 $T(p)$ と $V(q)$ は運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを示す。こ

25aB2

れにより、簡単に高次精度のスキームを作ることができ、エネルギー保存等が大幅に改善された。また、(3)式は f のシンプレクティック写像なので、無散逸で時間反転対称なスキームとなっている。実際にはFourierモードの位相をシフトさせることで、写像変換を行う。十分なモード数をとれば、離散化された位相空間においても高精度な近似解法となる。

「ドリフト運動論方程式系」 ここでは、スラブ配位での無衝突ドリフト運動論方程式の解法を考察する。ドリフト粒子のハミルトニアン H は $H = mv^2/2 + e\phi$ であたえられ、粒子は、磁力線に平行方向の運動に加え $E \times B$ ドリフトをする。この場合 H は、互いに共役な磁力線に垂直方向の座標に関して(Vlasov-Poisson系のように)分離できないので、陽的なシンプレクティック積分法は適用できない。また、ドリフト速度 $E \times B/B^2$ が空間座標の関数であるために、数値的にシンプレクティック写像を行うことが難しい。そこで、陰的な時間中心差分を用いてドリフト運動論方程式を解くことにする。

$$f^{n+1} - f^n = -\Delta t \{ \bar{f}, \bar{H} \} \quad (4)$$

ここで $\bar{f} = (f^{n+1} + f^n)/2$ であり、 $\{, \}$ はPoisson括弧を表す。 $\bar{H}$ は、 $\bar{f}$ から計算されたポテンシャル $\bar{\phi}$ を用いて $\bar{H} = mv^2/2 + e\bar{\phi}$ で与えられる。 f が正準座標の場合、(4)式はその正準変換を与えるが、分布関数 f のシンプレクティック変換にはなっていない。しかし、時間反転対称なスキームであり、数値的な散逸をもたらさない。したがって、無衝突ドリフト運動論方程式の持つ時間反転対称性を厳密に保ったシミュレーションが可能となる。講演ではこの手法をITGモードの3波相互作用問題に適用した例を紹介し、他のスキームの結果と比較しながらその有効性を示す。また、ジャイロ運動論方程式への拡張についても議論する。

不均一プラズマにおける電磁波動のトンネル伝播

Tunneling Propagation of Electromagnetic Waves in a Nonuniform Plasma

北條 仁士

筑波大学プラズマ研究センター

平衡状態の磁場とプラズマ密度が不均一であるようなプラズマ中の電磁波の伝播問題を考える。このような均一系では、波の伝播に関してカットオフや共鳴が存在するので、波の伝播問題は一般に複雑なものになってくる。ここでは例として、空間1次元の電子・陽電子プラズマを考えて、磁場に沿って伝播するアルベン波の(相対論的)流体シミュレーションを行う。解くべき基礎方程式は下記に示すマクスウェルの式と電子と陽電子に対する連続の式及び運動方程式である(外磁場 B_0 は伝播方向の z 方向を向いており、 $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ は相対論的因子である)。この方程式系は、図に示すようにアルベン波と光波につながる混成波の2つの線形モードを記述している。この2つのモードの間には共鳴とカットオフで挟まれた波が伝播できないエバネッセント領域があり、このエバネッセント領域を横切った波のトンネル伝播がここでの研究対象である。

本研究では、アルベン波のトンネル伝播の様子が、外磁場やプラズマ密度の不均一性や共鳴とカットオフ間の距離の長短、また波の振幅の大小(波の非線形性)等によってどのように変化していくかを系統的にシミュレーション解析する。

ここでは簡単のため、電子・陽電子プラズマを考えているが、本解析は通常の電子・イオンプラズマ中の波の伝播や波動加熱への応用に対しても有用であると考えている。

$$\frac{\partial}{\partial t} B_y + \frac{\partial}{\partial z} E_x = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_x + c^2 \frac{\partial}{\partial z} B_y + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{j=e,p} q m v_x = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n + \frac{\partial}{\partial z} (n v_z) = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (\gamma v_x) = \frac{q}{m} (E_x + v_y B_0 - v_z B_y) \sqrt{\omega_c^2 + 2\omega_p^2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (\gamma v_y) = -\frac{q}{m} v_x B_0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (\gamma v_z) = \frac{q}{m} v_x B_y$$

