# SPICE 用非線形磁気抵抗におけるヒステリシスの一表現法

Method for Expressing Magnetic Hysteresis in the Nonlinear Reluctance for SPICE

木村 幸四郎・中村 健二・一ノ倉 理

東北大学大学院工学研究科, 仙台市青葉区荒巻字青葉 05 (〒980-8579) K. Kimura, K. Nakamura, and O. Ichinokura Graduate School of Engineering, Tohoku University, 05 Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai 980-8579

Magnetic circuit methods make it possible to analyze characteristics of various magnetic devices by simple calculations. Furthermore, we can use general-purpose tools, such as a SPICE circuit simulator, for calculation. In a previous paper, we proposed a method for calculating iron loss characteristics based on a magnetic circuit model considering iron loss. However, since this method treats hysteresis loss and eddy-current loss collectively, it is necessary to vary the parameters of the magnetic circuit model when frequency is varied. In this paper, we propose a method for calculating iron loss for each frequency without varying the parameters of the magnetic circuit.

Key words: magnetic circuit method, hysteresis loss, eddy-current loss, SPICE

## 1. はじめに

磁気回路法とは、起磁力と磁束の関係を電気回路における電圧 と電流の関係と同様に扱うことで、機器内部の複雑な磁気現象を 巨視的に捉えて解析する手法である. 磁路を磁気抵抗で置き換え, 巻線電流や永久磁石による起磁力源と回路を構成すれば、電気回 路におけるオームの法則と同様の理論に基づいて磁気回路を流れ る磁束を容易に求めることができる. この手法は、機器の形状を 反映したシンプルな解析モデルを構築できること、電気回路等の 外部回路との連成解析が容易であることから、簡便な計算で機器 の動作原理を容易に把握することができる. また, 計算には汎用 の回路シミュレータSPICE等のツールを活用することができる. そのため、磁気回路法は電気機器の解析設計手法の一つとして多 くの場面で利用されてきた. 先に筆者らは、磁気回路と電気回路 を連成解析した可変インダクタの特性算定手法。、磁気回路、電気 回路及び熱抵抗回路を連成解析したフェライト直交磁心の温度算 定手法?,磁気回路,電気回路,制御回路及び機械運動系を連成解 析したSRM(Switched reluctance motor), BLDCM(Brushless dc motor), IPMSM(Interior permanent magnet synchronous motor)の動特性算定手法を提案している3.4.5.

また近年,地球環境保護の観点から省エネルギーに対する要求 が高まっており,効率の高い電気機器を短期間に開発することが 望まれている.そのためには機器の損失まで考慮した解析設計手 法が必要不可欠である.これに対し筆者らは,磁気回路法におい て,非線形磁気抵抗に直列にインダクタンスを挿入することで, ヒステリシスを考慮した磁気デバイスの特性算定手法を提案し, 比較的良好な結果を得た<sup>&n</sup>.しかしながら,この手法では,周波 数に比例するヒステリシス損失と周波数の二乗に比例する渦電流 損失を動作周波数一定の下でまとめて定式化するために、動作周 波数ごとにパラメータを変更する必要がある.したがって、動作 周波数が時間的に変化する磁気デバイス等への適用は困難である.

ヒステリシス損失と渦電流損失を分離して算定可能な手法とし ては、Preisach モデル®、Chua 型磁心特性モデル®、電気・磁気・ うず電流等価回路をタブロー法によって解く手法®が挙げられる. Preisach モデル及び Chua 型磁心特性モデルは、精度の良い磁化 特性算定が可能な反面、詳細な実測に基づくパラメータ設定が必 要であること、電気・磁気・うず電流等価回路をタブロー法によ って解く手法は磁気回路が複雑になれば回路方程式が複雑になる ことから、必ずしも磁気デバイスの形状を考慮した磁気回路表現 に適さない、本稿では、材料のカタログ値を基にヒステリシス損 失と渦電流損失を分離して考慮し、比較的簡単に周波数に依存せ ずパラメータ設定が可能な簡潔な磁気回路モデルに関する検討を 行ったので報告する.

## 2. 鉄損を考慮した磁気回路モデルの導出

#### 2.1 鉄損について

一般に鉄心を交流で磁化した場合に生じる損失を鉄損という. 鉄損 W,は,主に直流ヒステリシス曲線によって決まるヒステリシ ス損失 W<sub>h</sub> と渦電流によって生じる渦電流損失 W<sub>e</sub>から成り,一般 に以下の Steinmetz の式で近似できることが知られている.

$$W_i = W_h + W_e \tag{1}$$

$$W_h = A_h f B_m^n$$
 (n = 1.6~2) (2)

$$W_e = A_e f^2 B_m^2 \tag{3}$$

ここで  $A_h$ ,  $A_e$  は磁心材質の鉄損特性によって決まる定数, f は周 波数,  $B_m$  は最大磁束密度である. n は簡単のため本稿では 2 とす る. 以下に  $A_h$ ,  $A_e$  の算出方法を示す.  $B_m$  一定の下で, (1)式を周 波数 f で割ることにより次式を導出する.

$$\frac{W_i}{f} = A_h B_m^n + A_e f B_m^2 = C_h + C_e f \qquad (4)$$

ただし $C_h$ ,  $C_e$ は $B_m$ を含めた定数である. 磁心材質の $W_i/f - f$ 曲線から切片 $C_h$ , 傾き $C_e$ を求めて $A_h$ ,  $A_e$ を決定する.

### 2.2 著者らの提案している磁気回路モデル

Fig. 1 に環状鉄心に巻線を施した回路を示す. 巻数はN, 磁心の断面積及び磁路長はS, Iとし, 周波数fの正弦波交流電圧を印加したときの磁心磁束を $\phi$ , 巻線電流をiとする.

Fig. 2 に鉄心を交流で磁化した場合の磁化特性の概略図を示す. 図中の a b 間の成分が B·H 曲線によって決まる磁界強度, b·c 間 の成分が磁束密度の時間変化に比例する磁界強度と考え、磁化曲線を以下のように近似する.

$$H = \alpha_1 B + \alpha_m B^m + \gamma_1 \frac{dB}{dt}$$
(5)  
(m:3以上の奇数)

ここで $\alpha_1$ ,  $\alpha_m$  は磁心材質の B·H 特性より,  $\beta$  は磁心材質 の鉄損特性より決まる定数である.また(5)式から起磁力 Niと磁束 $\phi$ の関係は次式で表される.

$$Ni = \frac{\alpha_1 l}{S} \phi + \frac{\alpha_m l}{S^m} \phi^m + \frac{\gamma_1 l}{S} \frac{d\phi}{dt}$$
(6)

(6)式において電気と磁気の双対性に着目し、起磁力を電圧、磁束 を電流と見れば、磁心を Fig. 3 に示すように抵抗にインダクタン スを直列に接続した磁気的等価回路として表現できる. なお、図 中の従属電源は巻線電流によって決まる起磁力源である.

ここで磁束密度波形が正弦波状であると仮定すると、鉄損は Fig.2の磁化曲線で囲まれる面積から次式のように表される.

$$W_{i} = \frac{1}{Tq} \int_{B_{1}(t=0)}^{B_{2}(t=T)} H dB = \frac{2\pi^{2} \gamma_{1} f^{2} B_{m}^{2}}{q} \quad (7)$$
$$\left( \because B = B_{m} \sin 2\pi f t \quad \frac{dB}{dt} = 2\pi f B_{m} \cos 2\pi f t \right)$$

qは磁心材質の質量密度である.一方,(1)式より鉄損は次 式のように表される.

$$W_i = \left(\frac{A_h}{f} + A_e\right) f^2 B_m^2 \tag{8}$$

ここで動作周波数fが決まれば、(7)、(8)式を比較すること により係数 $_{h}$ が決定される.よって、この磁気回路モデル では動作周波数fごとに $_{h}$ を決定しなければならず、可変 速電動機等の動作周波数fが時間的に変化する磁気デバイ スへの適用は困難であるという問題点がある.



Fig. 1 Toroidal core by AC source.



Fig. 2 Outline of magnetization curve.

# 2.3 ヒステリシス損失と渦電流損失を分離して考慮した 磁気回路モデル

Fig. 4 にヒステリシス損失と渦電流損失を分離した磁化曲線の 概略図を示す. 図中の a b 間の成分が直流ヒステリシス特性によ って決まる磁界強度, b c 間の成分が磁束密度の時間変化に比例す る磁界強度と考えると、磁化曲線は以下のように近似できる.

$$H = \alpha_1 B + \alpha_m B^m + \beta_1 \frac{dB}{dt} + g(B) \quad (9)$$

ここで $\alpha_1$ ,  $\alpha_m$  は磁心材質の B·H 特性より,  $\beta_1$  は磁心材質 の鉄損特性より, g(B) は磁心材質の直流ヒステリシス特 性より決まる関数である. また(9)式から起磁力 Ni と磁束 $\phi$ の関係は次式で表される.

$$Ni = \frac{\alpha_1 l}{S} \phi + \frac{\alpha_m l}{S^m} \phi^m + \frac{\beta_1 l}{S} \frac{d\phi}{dt} + l g\left(\frac{\phi}{S}\right) \quad (10)$$

ここで、前節と同様に磁心の磁気的等価回路を導出すると Fig. 5 に示すように、抵抗、インダクタンス、磁束密度 B による従属電 圧源を直列に接続した回路で表現できる.



Fig. 3 Magnetic circuit model of core considering iron loss.







Fig. 5 Magnetic circuit model of core considering hysteresis loss and eddy-current loss.

#### 2.4 各係数の導出

磁心材質の B·H 曲線を以下のように 1 次 m 次式で近似 することにより $\alpha_1$ ,  $\alpha_m$ を求める.

$$H = \alpha_1 B + \alpha_m B^m \tag{11}$$

Fig. 6 に磁心材質の直流ヒステリシス曲線の概略図を示す. 磁束密度が増加する領域と磁束密度が減少する領域の二つの場合に分け, 図中の矢印で示す部分の磁界強度を B の関数として読み取り g(B) とする.

ここで磁束密度波形が正弦波状であると仮定すると、Fig. 4の 磁化曲線から渦電流損失 W<sub>e</sub>を求めると次式のようになる.

$$W_e = \frac{1}{Tq} \int_{B_1(t=0)}^{B_2(t=T)} \beta_1 \frac{dB}{dt} dB = \frac{2\pi^2 \beta_1 f^2 B_m^2}{q} \quad (12)$$
$$\left( \because B = B_m \sin 2\pi f t \quad \frac{dB}{dt} = 2\pi f B_m \cos 2\pi f t \right)$$

(12)式と(3)式を比較することにより係数β,は次式のように表される.

$$\beta_1 = \frac{A_e q}{2\pi^2} \tag{13}$$

### 3. 計算および計算結果

鉄損特性の算定にあたり環状鉄心の寸法は $S = 1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $l = 1.571 \times 10^{-1} \text{ m}$ , 巻線の巻数はN = 100, 磁心材質は厚さ0.35 mmの無方向性電磁鋼板(35A300), 密度は $q = 7.650 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ である. Fig. 7に示す材料のB-H曲線のカタログ値を近似しm = 17,  $\alpha_1 = 102 \text{ Am}^{-1}\text{T}^{-1}$ ,  $\alpha_m = 8.6 \times 10^{-1} \text{ Am}^{-1}\text{T}^{-17}$  とした. また, 最大磁東密度 $B_m = 1$  Tのときの材質の $W_i/f - f$  曲線のカタログ 値をFig. 8に示すように近似し,  $A_h = 2.368 \times 10^{-2} \text{ Am}^2 \text{ kg}^{-1}\text{T}^{-1}$ ,  $A_e = 5.883 \times 10^{-5} \text{ Am}^2 \text{ skg}^{-1}\text{T}^{-1}$ ,  $\beta_1 = 2.2280 \times 10^{-2} \text{ Am}^{-1}\text{s}\text{T}^{-1}$ とした. g(B) に関しては, 直流ヒステリシス曲線のカタログデ ータは最大磁東密度1 Tと1.5 Tのものが提供されているが,本論 文では動作点を1.5 Tと仮定し,  $B_m = 1.5$  Tの曲線から導出した. Fig. 9( $c_g(B)$  を示す.

Fig. 10に環状鉄心を正弦波交流で励磁する場合の電気・磁気連 成解析モデルを示す. R<sub>win</sub>は巻線抵抗,従属電圧源 e' は巻線の誘 起電圧であり,以下のような関係が成立する.



Fig. 6 Outline of DC hysteresis curve.

電気回路を流れる電流iにより、磁気回路における起磁力源 Ni が 決定され、磁気回路を流れる磁束 øによって誘起電圧 e' が決定さ れる.このモデルを用いて種々の周波数における磁化曲線と鉄損 の算定を行った.なお、解析には汎用の回路シミュレータ SPICE を用いた.

Fig. 11 に周波数を 50 Hz, 400 Hz, 1 kHz としたときの磁化曲線の算定結果を示す. 周波数が大きくなるにつれてヒステリシス ループが大きくなり、鉄損が増加していることがわかる.

Fig. 12 に周波数を 50 Hz, 400 Hz, 1 kHz としたときの鉄損 の算定結果を示す.最大磁束密度が小さい領域で若干誤差が大き くなるが,概ね算定値とカタログ値と比較的良好に一致しており, 本磁気回路モデルの妥当性が了解される.最大磁束密度が小さい 領域での誤差の原因としては, g(B)を求める際に最大磁束密度 1.5 T の直流ヒステリシス曲線を用いているため、最大磁束密度が 小さい領域では、実機との間に誤差が生じているためと考えられ る.



Fig. 7 Approximation curve of B-H curve.







Fig. 9 Relationship between g(B) and flux density.



#### (c) 1 kHz.



以上,材料のカタログ値を基にヒステリシス損失と渦電流損失 を分離して考慮し,周波数に依存しないパラメータ設定が可能な 磁心の磁気回路モデルを導出した.導出した磁気回路モデルによ る鉄損の算定値はカタログ値と比較的良好に一致した.本手法は 非常に簡潔な磁気回路表現をしており,周波数の変化に対しても 定性的に鉄損の評価が可能であるため,可変周波数で駆動される モータの解析等にも適用できるものと考えられる.ただし,本手 法ではマイナーループの表現,及び直流偏磁状態での鉄損算定に 問題があるため,今後これらを考慮可能な磁気回路モデルについ て検討を行う必要がある.



 Fig. 12 Calculation results for iron loss characteristic.

 文 献

1) K. Nakamura, O. Ichinokura, M. Kawakami, M. Maeda, S. Akatuka, K. Takasugi, and H. Sato: *IEEE Trans. Magn.*, **36**, 3565 (2000).

2) H. Yoshida, K. Nakamura, and O. Ichinokura: J. Magn. Soc. Jpn., 27, 561 (2003). (in Japanese)

3) T. Tukii, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *Trans. IEE Jpn.*, **122-D**, 16 (2002). (in Japanese)

4) S. Matsushita, H. Nagao, K. Nakamura, and O. Ichinokura: J. Magn. Soc. Jpn., 27, 538 (2003). (in Japanese)

5) K. Nakamura, K. Saito, and O. Ichinokura: *IEEE Trans. Magn.*, **39**, 3250 (2003).

6) K. Tajima, O. Ichinokura, A. Kaga, and Y. Anazawa: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **19**, 553 (1995). (in Japanese)

7) H. Yoshida, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *Trans. IEE Jpn.*, **123-D**, 386 (2003). (in Japanese)

8) E. Yotsuya, T. Horii, and A. Tozune: J. Magn. Soc. Jpn., 27, 543 (2003). (in Japanese)

9) T. Naruta, H. Endo and S. Hayano, and Y. Saito: *The Paper of Technical Meeting on Magnetics, IEE Japan*, MAG-01-227 (2001). (in Japanese)

10) K. Fulushima, M. Iwahara, and S. Yamada: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **24**, 823 (2000). (in Japanese)

2003年10月24日受理, 2004年2月10日採録