

最近の大規模三次元有限要素解析技術と応用

Recent Large Scale 3-D Finite Element Analysis and Applications

河瀬順洋 岐阜大学工学部応用情報学科

Y. Kawase, Department of Information Science, Gifu University

It is important to design electromagnetic devices using Computer Aided Engineering (CAE) to shorten the development period and reduce costs. In this paper, I introduce examples of the latest three-dimensional finite element method (3-D FEM) for electromagnetic field analysis. I describe the three-dimensional eddy current analysis in a silicon steel sheet of an interior permanent magnet motor, the torque characteristics analysis of a hybrid stepping motor, the three-dimensional analysis of a skewed squirrel-cage induction motor, a three-dimensional eddy current analysis in the laminated silicon steel sheets of a permanent magnet-type MRI, and three-dimensional analysis of a surface permanent magnet motor using soft magnetic composites (SMC).

Key words: finite element method, eddy current, iron loss, skew, MRI, SMC, CAE

1. はじめに

近年、電気機器の新規開発および詳細設計・性能評価を行う上で、電磁現象の究明を効果的に推進できる高精度な電磁界解析技術が必須なものとなっている。また、近年の計算機および各種数値解析法の発達により、有限要素法などを用いた計算機支援設計いわゆるCAEが広く用いられ、その有用性が認められている^{1), 2)}。ここでは、最近の大規模三次元有限要素解析技術とその応用について述べる。また、実際の解析例として、電磁鋼板中の渦電流による表皮効果を考慮した埋込磁石構造回転機の鉄損解析³⁾について述べる。次に、複雑な三次元形状を有するハイブリッド形ステッピングモータの層間ギャップの影響の解析例⁴⁾について述べる。さらに、かご形誘導電動機のスキューを考慮した解析例⁵⁾、永久磁石式MRIの積層鋼板中の渦電流解析例⁶⁾、渦電流の流れにくい粉末成形磁性体を用いた表面磁石構造回転機の解析例⁷⁾について述べる。

2. 解析手法

2.1 電磁界の基礎方程式

永久磁石および渦電流を考慮した磁界解析のための基礎方程式は、マクスウェルの電磁方程式より磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ と電気スカラーポテンシャル ϕ を用いて次式で表される。

$$\text{rot}(\nu \text{ rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e + \nu_0 \text{ rot } \mathbf{M} \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } \phi \right) \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{J}_e = 0 \quad (3)$$

ここで、 ν は磁気抵抗率、 $\mathbf{J}_0$ は強制電流密度、 $\mathbf{J}_e$ は渦電流密度、 ν_0 は真空中の磁気抵抗率、 $\mathbf{M}$ は永久磁石の磁化、 σ は導電率である。

2.2 損失の算出法

回転子鉄心、固定子鉄心、および永久磁石に発生する渦電流損は、渦電流を考慮した磁界解析から得られる渦電流密度 $\mathbf{J}_e$ から直接計算できる。導体に発生する渦電流の波形は磁性体の非線形性により、正弦波でなくひずみ波となることから、渦電流損 W_{ed} は渦電流密度 $\mathbf{J}_e$ を用いて次式で計算する。

$$W_{ed} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \left\{ \int_{V_e} \frac{(\mathbf{J}_e)^2}{\sigma} dv \right\} dt \quad (4)$$

ここで、 τ は周期、 V_e は渦電流の流れる導体の領域である。

一方、渦電流を考慮しない磁場解析の場合、回転子鉄心および固定子鉄心に発生する渦電流損については、磁界解析で得られた磁束密度 $\mathbf{B}$ の時間的変化から近似計算する⁸⁾。また、ヒステリシス損についても、ヒステリシスループを考慮した磁界解析を行うことが容易でないため、磁界解析で得られた磁束密度 $\mathbf{B}$ を用いて近似計算する⁸⁾。

2.3 分割図の合成法

スキューを考慮した回転機解析の分割図作成法の一例を以下に示す。

- Step 1: まず、二次元分割図を積み上げてスキューが施されていない三次元分割図を作成する。なお、固定子と回転子の間の空気領域は、固定子側と回転子側の二つの領域に分割する (Fig. 1(a)).
- Step 2: 回転子側の空気領域を削除する (Fig. 1(b)).
- Step 3: 回転子にスキューを施す (Fig. 1(c)).
- Step 4: 回転子領域と固定子領域を自動分割法を用いて結合する (Fig. 1(d)).

回転角ごとの分割図の生成は回転子部分の分割図と新たに自動生成された分割図を回転させることによって行う。固定子側からこれらの分割図を見たときに、接合部分は従来の回転機解析に用いてきた分割図と同じであることか

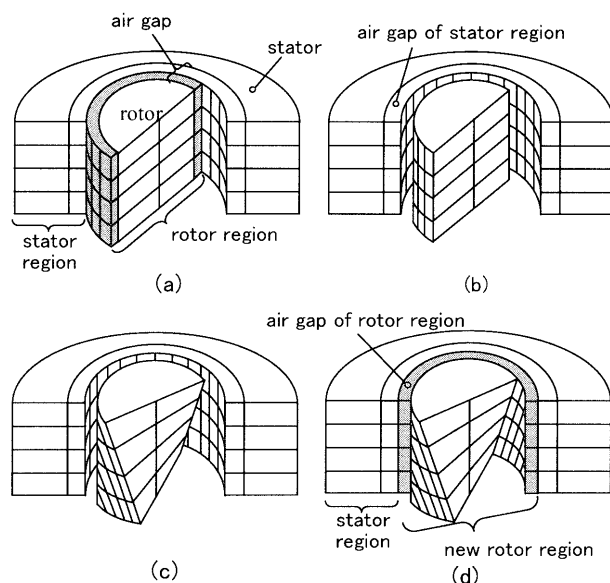


Fig. 1 Process of initial mesh creation: (a) conventional 3-D mesh (not skewed), (b) deletion of elements in air gap of rotor region, (c) skewing of rotor core, (d) mesh after connection.

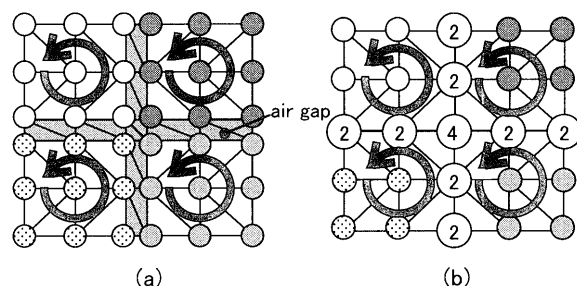


Fig. 2 Overview of multinode technique: (a) established technique, (b) multinode technique.

ら、回転角ごとの分割図の作成には従来の分割図修正法¹⁾が利用できる。すなわち、スキューを考慮した本手法では、初期分割図作成時にのみ回転子側の空気領域に自動分割法が使われるので、回転角ごとの分割図作成にかかる時間は新たに必要としない。

2.4 n 重節点法

Fig. 2 に n 重節点法⁶⁾による複数面に対する電氣的な絶縁を行う手法の概要を示す。Fig. 2(a) に示すように要素分割において極端に狭い空隙が扁平要素として存在すると要素数が増大するだけでなく、解析精度を低下させたり、ICCG 法の反復回数の増加による計算時間の増大などの問題が生じる⁹⁾。そこで、Fig. 2(b) のように、一つの節点に対して複数 (Fig. 2(b) の中央は四つ) の電気スカラーポテンシャル ϕ を設定 (節点の変数を多重化) できる n 重節点法を用いれば、複数面に対するの絶縁を表現することが可能となり、空隙の分割を減らすことができる。

2.5 ギャップ要素による解析

積層鋼板間にある層間ギャップを分割すると、扁平な要素ができる。しかし、層間ギャップが非常に小さい場合、

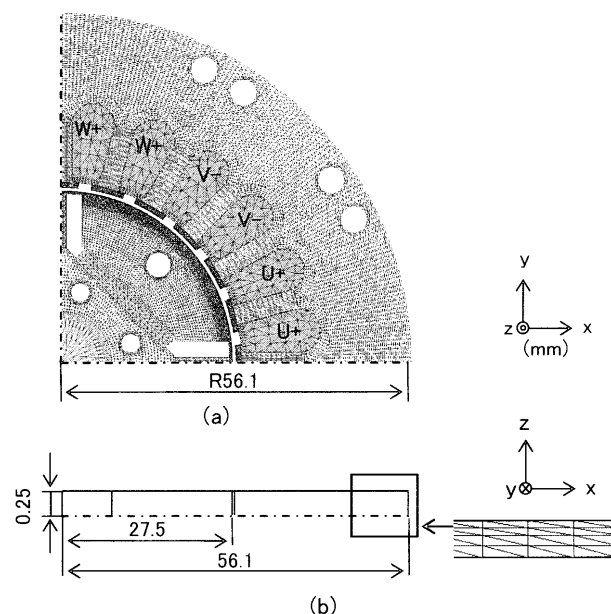


Fig. 3 Analyzed model (1/8 region): (a) plan view (x-y plane), (b) front view (x-z plane).

Table 1 Analyzed condition

Number of poles	4
Coil current (A)	5.7
Coil turn (turn)	35
Magnetization of magnet (T)	1.25
Revolution of rotor (min^{-1})	7,200
Frequency of coil current (Hz)	240
Thickness of silicon steel sheet (mm)	0.5
Conductivity of silicon steel sheet (S/m)	2.2×10^6
Density of silicon steel sheet (kg/m^3)	7.65×10^3

ギャップを磁束がほぼ垂直に通ると仮定でき、各鋼板間の空隙を二次元要素 (これをギャップ要素と呼ぶ) で近似することができるので、扁平な要素を作成することなく解析することができる。

3. 三次元有限要素解析例

3.1 電磁鋼板中の三次元渦電流解析例

3.1.1 解析条件および解析モデル Fig. 3 に解析モデルを示す。回転子鉄心および固定子鉄心は、電磁鋼板 (50A 400) が 120 枚積層されている。本解析では、厚さ 0.5 mm の電磁鋼板 1 枚分を解析対象とした。解析領域は、モデルの対称性から周方向に 1/4、厚さ方向に 1/2 の 1/8 領域とした。また、回転子鉄心および固定子鉄心の非線形性を考慮し、20, 30, 40, 50 deg. の 4 通りの誘起電圧に対する駆動電流の進み位相角について検討を行った。本解析では、電磁鋼板 1/2 枚分を厚さ方向に 4 層分割した。Table 1 に解析条件を示す。

3.1.2 解析結果と検討 Fig. 4 に位相角 30 deg. における渦電流密度ベクトル分布を示す。同図 (a) より、渦電流

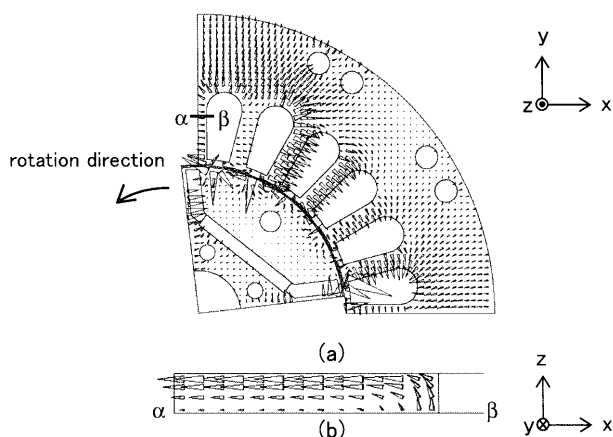


Fig. 4 Distributions of eddy current density vectors: (a) x - y plane ($z=0.24$), (b) x - z plane (α - β section).

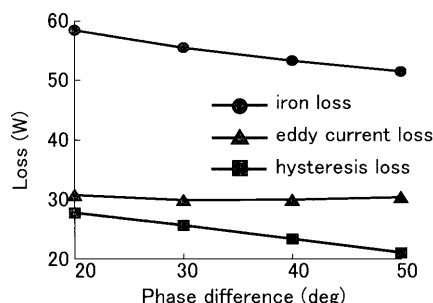


Fig. 5 Eddy current loss, hysteresis loss, and iron loss.

Table 2 Discretization data and CPU time

Number of elements	321,888
Number of nodes	68,205
Number of edges	418,740
Number of unknown variables	384,384
Average number of nonlinear iterations	12.1
Number of time steps	220
CPU time (hours)	210

Computer used: Pentium 4, 1.9-GHz PC

は固定子鉄心ではティース部分に、回転子鉄心では Fig. 4 中のギャップ付近の回転方向前方に集中して流れていることがわかる。また、同図 (b) より、渦電流は鋼板中央にはほとんど流れず、鋼板表面に沿って流れており、鋼板積層状態の解析ができていることがわかる。Fig. 5 に位相角-損失特性を示す。ここで示す鉄損は、渦電流損とヒステリシス損の和である。同図より、渦電流損は位相角 30 deg. において損失が一番小さいことがわかる。ヒステリシス損は位相角 20 deg. において損失が一番大きく、位相角が大きくなるに従って損失が小さくなっていることがわかる。Table 2 に解析諸元を示す。

3.2 ステッピングモータのトルク特性解析例

3.2.1 解析条件および解析モデル Fig. 6 に解析に用いた二相ハイブリッド形ステッピングモータを示す。回転

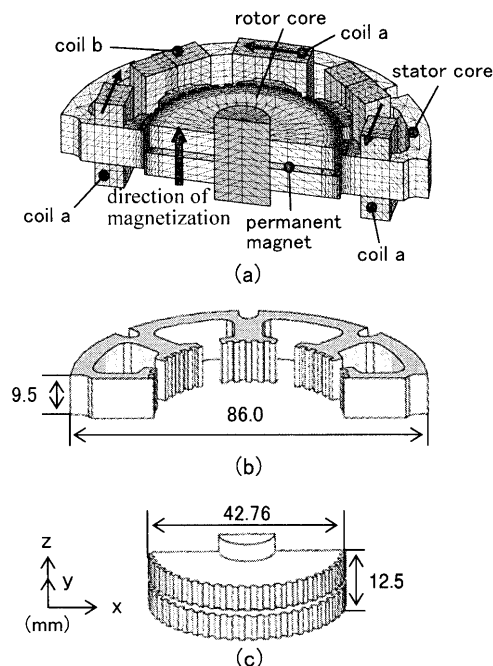


Fig. 6 Analyzed model (1/2 region): (a) overall view, (b) stator core, (c) rotor.

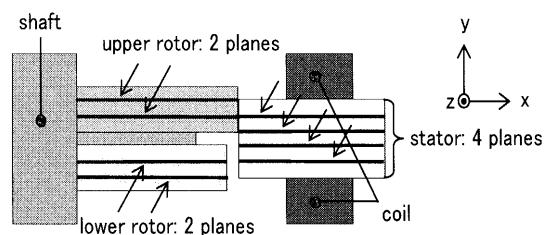


Fig. 7 Insert positions of gap elements.

子部分には 50 枚の小歯がついており、半ピッチずれた上下 2 枚の鉄心間に z 軸方向に磁化された永久磁石 (1.26 T) を有する構造となっている。また、固定子の直径が 86 mm であるのに対し、エアギャップは $75 \mu\text{m}$ と非常に小さくなっている。解析領域は、モデルの周方向の対称性により全体の 1/2 領域とした。回転子鉄心および固定子鉄心は、電磁鋼板を z 軸方向に積層しているため、ギャップ要素を考慮した解析時には Fig. 7 に示すように回転子鉄心および固定子鉄心の積層全体に対する鋼板間のギャップの割合 (占積率) を考慮して、固定子鉄心ではギャップ長 0.09 mm のギャップ要素を四つ、上部および下部の回転子鉄心ではギャップ長 0.10 mm のギャップ要素をそれぞれ二つつ設けた。

本解析では、電流は Fig. 6 に示すコイル a のみに 100 AT の電流を流し、ギャップ要素を設けたモデルと設けないモデルの 2 種類についてスティフネストルク特性を解析した。

3.2.2 解析結果と検討 Fig. 8 に一相励磁時における磁束密度ベクトル分布を示す。同図より、ギャップ要素を設けることにより z 軸方向への磁束が通りにくくなり、固

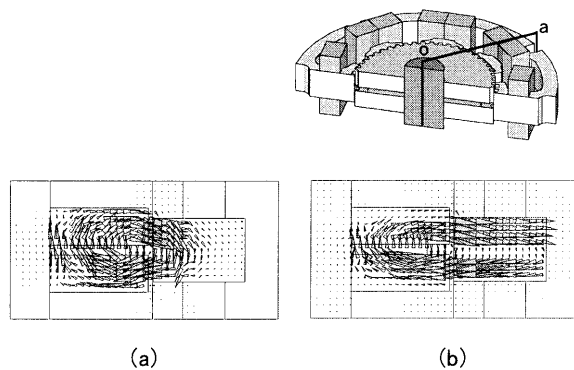


Fig. 8 Distributions of flux density vectors: (a) o-a section (without gap elements), (b) o-a section (with gap elements).

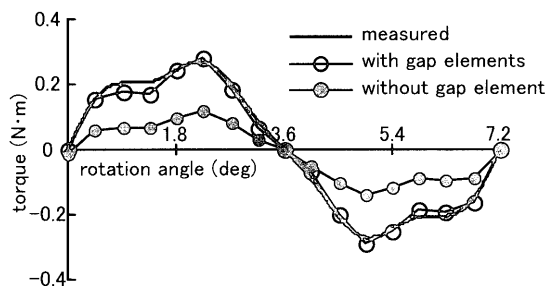


Fig. 9 Stiffness torque characteristics.

Table 3 Discretization data and CPU time

Number of elements	1,196,514
Number of nodes	218,148
Number of edges	1,451,997
Number of unknown variables	1,341,162
Average number of nonlinear iterations	15
Number of time steps	17
CPU time (hours)	447

Computer used: Pentium 4, 1.9-GHz PC

定子鉄心により多くの磁束が回り込んでいることがわかる。Fig. 9 に一相励磁時におけるスティフネストルク特性を示す。同図より、ギャップ要素を設けない場合は計算値と実測値が異なるが、ギャップ要素を設けることにより計算値が実測値とよく一致することがわかる。これは、励磁電流により磁束が固定子鉄心に発生するため、固定子鉄心中の磁束分布がトルクに大きく影響するためと考えられる。したがって、スティフネストルク特性を正確に求めるためには、積層鉄心間のギャップを考慮する必要があることがわかる。Table 3 に解析諸元を示す。

3.3 かご形誘導機解析例

3.3.1 解析条件および解析モデル Fig. 10 に解析モデルを示す。本モデルは三相かご形誘導電動機であり、電気学会の回転機のバーチャルエンジニアリングのための電磁界解析技術調査専門委員会において解析精度検証用として提案されているものである。回転子におけるスキュー角度は1ロータースロットピッチであり、約11度である。解

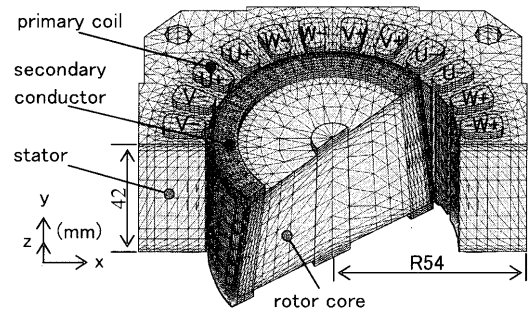


Fig. 10 Analyzed model (1/2 region).

Table 4 Analyzed condition

Number of poles	4
Connection of coils	Y-connection
Line voltage (V)	100
Resistance of coil (Ω/m)	2.92
Number of coil turns (turn)	66
Slip	0.33
Frequency of line voltage (Hz)	50
Conductivity of secondary conductor (S/m)	2.984×10^7

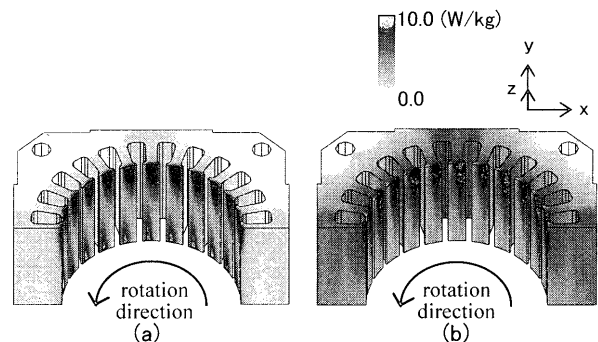


Fig. 11 Iron loss of stator core: (a) eddy current loss, (b) hysteresis loss.

析対象は、モデルの対称性から周方向に1/2領域とした。Table 4 に解析条件を示す。三次元解析であるので、二次導体の導電率は、二次元解析のような補正はしていない¹⁰⁾。

3.3.2 解析結果と検討 Fig. 11 に固定子鉄心の鉄損分布を示す。渦電流損は、ティース表面の上部と下部で大きいのに対し、ヒステリシス損はティース表面の上部で大きいことがわかる。Fig. 12 に回転子鉄心の鉄損分布を示す。渦電流損、ヒステリシス損ともに表面上部で大きいことがわかる。Table 5 に解析諸元を示す。

3.4 永久磁石式 MRI の解析例

3.4.1 解析条件および解析モデル Fig. 13 に永久磁石式 MRI 用磁気回路の解析モデルを示す。解析領域は、モデルの対称性より全領域の1/4とした。Yコイルの巻数は14 turn とし、波高値 25 A のパルス電流を入力した。なお、永久磁石の磁化は1.357 T とした。ヨーク、ベース板、リング、およびポールピース（電磁鋼板）中の渦電流を考

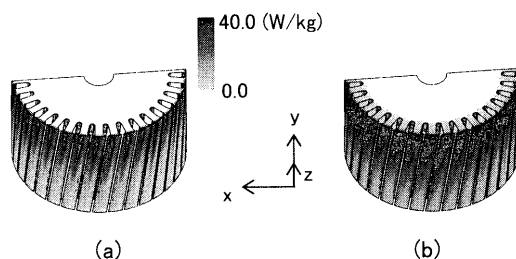


Fig. 12 Iron loss of rotor core: (a) eddy current loss, (b) hysteresis loss.

Table 5 Discretization data and CPU time

Number of elements	494,244
Number of nodes	87,572
Number of edges	592,731
Number of unknown variables	589,682
Average number of nonlinear iterations	11.1
Number of time steps	661
CPU time (hours)	1,419

Computer used: Pentium 4, 2.5-GHz PC

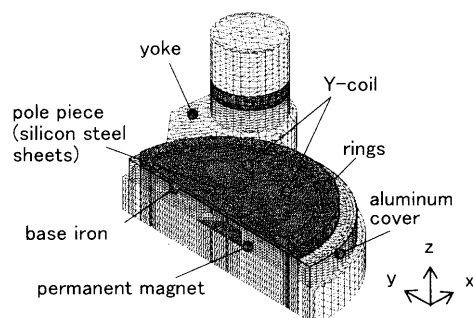


Fig. 13 Analyzed model (1/4 region).

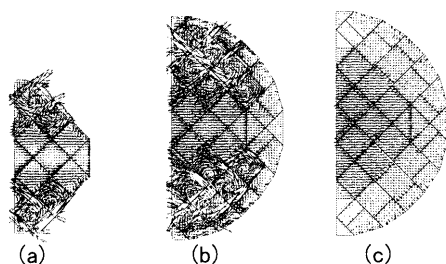


Fig. 14 Distributions of eddy current density vectors in laminated silicon steel sheets: (a) sheet 1, (b) sheet 2, (c) sheet 11.

慮した。

3.4.2 解析結果と検討 Fig. 14 に電磁鋼板中の渦電流密度ベクトル分布を示す。図より、渦電流はポールピース表面部分の電磁鋼板（1 枚目、2 枚目）にはかなり流れているが、下部（11 枚目）の電磁鋼板ではほとんど流れていないことがわかる。これは表面部分の電磁鋼板では磁束の変化が大きい、下部になるにつれて磁束の変化が小さくなっているからであると考えられる。Table 6 に解析諸元を示す。

Table 6 Discretization data and CPU time

Number of elements	1,759,248
Number of nodes	302,122
Number of edges	2,078,953
Number of unknown variables	2,241,155
Average number of nonlinear iterations	5.0
Number of time steps	45
CPU time (hours)	118

Computer used: Pentium 4, 2.5-GHz PC

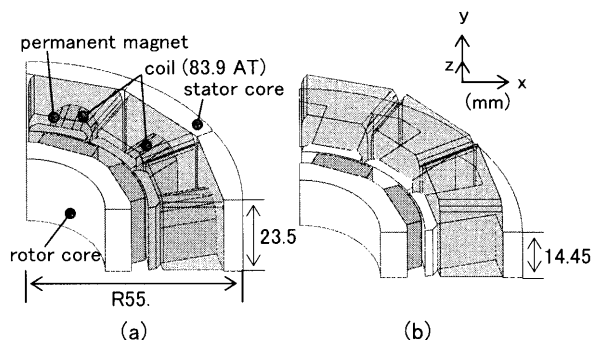


Fig. 15 Analyzed model: (a) model A, (b) model B.

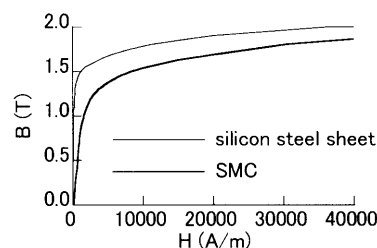


Fig. 16 B - H curves.

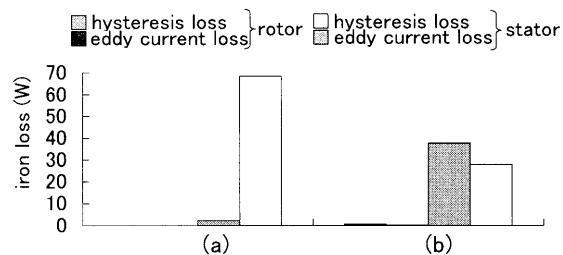


Fig. 17 Loss characteristics: (a) model A (SMC), (b) model B (silicon steel sheet).

3.5 粉末成形磁性体を用いた表面磁石構造回転機の解析例

3.5.1 解析条件および解析モデル Fig. 15 に解析モデルを示す。ここでは、鉄心を塊状の粉末成形磁性体 (SMC) を用いて作成したモデル A (Fig. 15(a)), 鉄心に積層電磁鋼板を用いて固定子、回転子鉄心の積厚をコイルエンド下までの高さとして作成したモデル B (Fig. 15(b)) について解析した。モデル A は回転子鉄心および固定子鉄心中の渦電流を考慮して解析し、モデル B は鉄心中の渦電流は考慮せずに解析し、得られた磁束密度 B を用いて近似的に鉄損

Table 7 Discretization data and CPU time

Number of elements	552,552
Number of nodes	96,888
Number of edges	658,919
Number of unknown variables	630,524
Average number of nonlinear iterations	14.4
Number of time steps	100
CPU time (hours)	480

Computer used: Pentium 4, 2.2-GHz PC

を算出した¹¹⁾。Fig. 16 に解析に用いた B - H 曲線を示す。また、回転速度は $3,000 \text{ min}^{-1}$ とした。

3.5.2 解析結果と検討 Fig. 17 に鉄損特性を示す。回転子の鉄損は二つのモデルとも非常に小さいことがわかる。また、モデル A はモデル B に比べ、固定子鉄心の渦電流損が非常に小さいが、ヒステリシス損は大きいことがわかる。Table 7 に解析諸元を示す。

4. ま と め

近年の計算機の進歩と有限要素法などの数値解析技術の発達により、計算機支援設計技術はかなりの実用レベルまで達している。ここでは、大規模な三次元実用解析例として、電磁鋼板中の渦電流による表皮効果を考慮したモータの損失解析、ハイブリッド形ステッピングモータのトルク特性の解析例、スキューを考慮した解析例、永久磁石式 MRI の積層鋼板中の渦電流解析例、粉末成形磁性体を用いたモータの解析例について述べ、三次元有限要素法を用いた計算機支援設計の実用性を示した。従来技術との比較は ref. 12 を参考にしてほしい。

三次元有限要素法を用いた数値解析により、各種電気機器の最適設計のための重要な指針を得ることが可能であり、また従来の試作中心の開発方法では考えもつかなかった発想を生む可能性も秘めている。それだけに今後の CAE 技術のさらなる発展が望まれている。

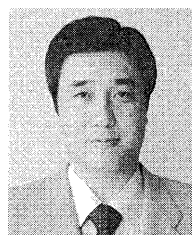
References

- 1) Y. Kawase and S. Ito: "New Practical Analysis of Electrical and Electronic Apparatus by 3-D Finite Element Method," Morikita Publishing Co. (1997).
- 2) S. Ito and Y. Kawase: "Computer Aided Engineering of

Electrical and Electronic Apparatus Using Finite Element Method," Morikita Publishing Co. (2000).

- 3) Y. Kawase, T. Yamaguchi, S. Sano, M. Igata, K. Ida, and A. Yamagiwa: *IEEE Trans. Magn.*, **39**, 1448-1451 (2003).
- 4) Y. Kawase, T. Yamaguchi, T. Masuda, H. Domeki, and M. Kobori: *T. IEE Japan*, **123**, 330-336 (2003).
- 5) Y. Kawase, T. Yamaguchi, and S. Sano: "3-D Finite Element Analysis of Skewed Squirrel-Cage Induction Motor," The Papers of Technical Meeting on Rotating Machinery, IEE Japan, RM-03-124 (2003).
- 6) Y. Kawase, T. Yamaguchi, R. Okayasu, M. Aoki, and T. Tsuzaki: "Magnetic Field Analysis of Permanent Magnet-type MRI Systems," The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan, SA-02-55/RM-02-91 (2002).
- 7) Y. Kawase, T. Yamaguchi, T. Okouchi, K. Kanno, and Göran Nord: "3-D Finite Element Analysis of Surface Permanent Magnet Motor Using Soft Magnetic Composites," The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan, SA-04-18/RM-04-18 (2004).
- 8) K. Yamazaki: "A Study on Method of Loss Calculation for Rotating Machines Considering Effects of Slot Harmonics and Rotational Magnetic Field," The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan, SA-01-32/RM-01-100 (2001).
- 9) K. Fujiwara, T. Nakata, and H. Ohashi: *IEEE Trans. Magn.*, **32**, 804-807 (1996).
- 10) Investigation Committee on Analyzing Techniques of Electromagnetic Fields for Virtual Engineering of Rotating Machines: "Analyzing Techniques of Electromagnetic Fields for Virtual Engineering of Rotating Machines," Technical Report, IEE Japan, No. 776 (2000).
- 11) Y. Kawase, T. Yamaguchi, and Y. Mizuno: *T. IEE Japan*, **123**, 323-329 (2003).
- 12) T. Nakata, S. Ito, and Y. Kawase: "Design and Application of DC and AC Electromagnet Using Finite Element Method," Morikita Publishing Co. (1991).

(2004 年 7 月 1 日受理)



河瀬 順洋 かわせ よしひろ

昭 31 生まれ。昭 56 岡山大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了、同年同大学工学部電気工学科助手、昭 60 岐阜大学工学部電気工学科助手、昭 63 同学部電子情報工学科助教授、平 9 同学部応用情報学科教授、現在に至る。

専門 計算機支援設計 (工博)