

## リラクタンスネットワーク解析に基づく電磁機器の動特性解析

## Dynamic Operation Analysis of Electromagnetic Machine Based on Reluctance Network Analysis

中村健二・一ノ倉 理 東北大学大学院工学研究科

K. Nakamura and O. Ichinokura, Graduate School of Engineering, Tohoku University

The importance of high-precision analysis in design of electromagnetic machines, such as transformers, motors, and generators, is increasing day by day because of reductions in cycle time and cost for product development. Advantages of the magnetic circuit method include simplify of the analytical model and ease of calculation. This paper describes the basis of the magnetic circuit method and introduces Reluctance Network Analysis (RNA) as proposed by the authors. RNA, based on the magnetic circuit method, was developed for high-precision analyses of the dynamic characteristics of electromagnetic machines. Applications of RNA to analysis of an orthogonal-core variable inductor, SR motor, and IPM motor are presented in this paper.

**Key words:** magnetic circuit method, reluctance network analysis, coupled analysis, orthogonal-core, switched reluctance motor, permanent magnet motor

## 1. はじめに

電磁機器の解析手法には、磁気回路法、電氣的等価回路法、有限要素法などがあるが、それぞれ異なった特徴を有するため、解析の目的に応じて使い分けられている。

磁気回路法は、起磁力と磁束の関係を集中定数回路で扱うことにより、機器内部の磁気現象を巨視的に解析する手法である。歴史は古く、すでに1900年代前半に、回転機磁極間の漏れ磁束やプランジャ型電磁石の磁束分布を磁気回路で計算する方法が紹介されている<sup>1)~5)</sup>。1950年代以降は、変圧器やアクチュエータなどの解析にも磁気回路法が適用されるようになり<sup>6)~10)</sup>、電磁機器の大略的な解析設計に便利な手法として現在も利用されている。

これに対し、1970年頃から有限要素法による電磁界解析が提唱され、コンピュータの高性能化と相まって進展を遂げた。今日ではプリ・ポスト処理機能を充実させた電磁界解析プログラムとして市販され、電磁機器の解析設計に欠かせないツールになっている。有限要素法は、電磁機器の鉄心形状や材料特性を考慮した詳細な磁場解析が可能であるため、機器の動作機構の解明や最適形状の検討に適する。

一方、モータに代表されるように、最近の電磁機器はインバータなどのパワーエレクトロニクス機器と組み合わせて使用されることが多く、モータ、インバータ、およびその制御系も含めたシステムとして設計を行う必要性も高まっている。このような場合には有限要素法による解析は、計算量・計算時間の点で必ずしも適しているとは言えない。

電氣的等価回路法は、変圧器やモータをインダクタンスや抵抗などの電気回路素子でモデル化するもので、インバータや制御系も含めたシステム設計の場面で多用されている。しかしながら、電氣的等価回路法では電磁機器内部の磁気現象を解析することはできず、磁気特性の非線形性の考慮も難しい。さらに、等価回路定数は別途求める必要があるため、機器の形状や材料を変更するたびに等価回路定数を導出しなければならない。

これらの難点を解決するため、筆者らは解析対象をいくつかの要素に分割してそれぞれを磁気抵抗で表現し、全体を磁気抵抗回路網でモデル化する、いわゆるリラクタンスネットワークによる電磁機器の解析 (Reluctance Network Analysis: 以下RNAと略記) を提唱している<sup>11), 12)</sup>。本手法は、比較的簡便な計算で算定精度が高いという特長を有し、電気回路や運動系との連成も容易である。本稿では、まずRNAの基礎となる磁気回路法について述べ、次いで電磁機器の動作解析にRNAを適用した例をいくつか紹介する。

## 2. 磁気回路法の基礎

Fig. 1(a)に示すトロイダル磁心の磁気回路は同図(b)のように表され、透磁率を $\mu$ 、平均磁路長を $l$ 、断面積を $S$ とすれば、

$$Ni = R_m \phi \quad \left( \text{ここで, } R_m = \frac{l}{\mu S} \right) \quad (1)$$

の関係が成立する。

磁心の非線形磁気特性を考慮する場合には、起磁力と磁束の関係を適当な非線形関数で表せば良い。いま、Fig. 1のトロイダル磁心の材質の $B-H$ 曲線が、次式で与えられたとする。

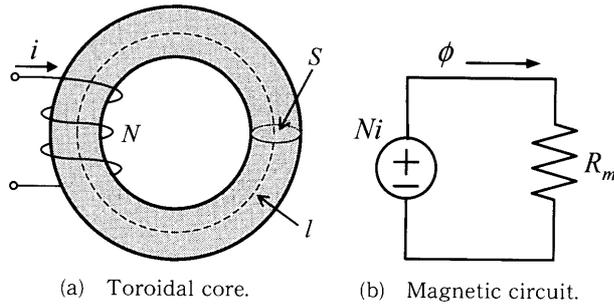


Fig. 1 Toroidal core and its magnetic circuit.

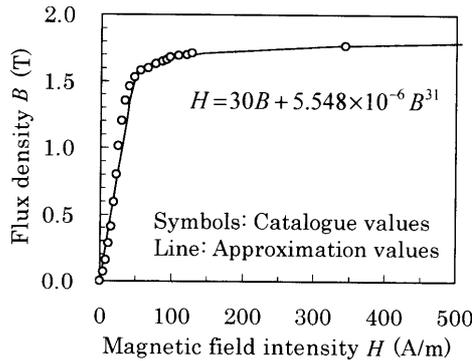


Fig. 2 Example of B-H curve and its approximation curve.

$$H = \alpha_1 B + \alpha_n B^n \quad (2)$$

ここで、 $\alpha_1$ ,  $\alpha_n$  は係数である。次数  $n$  は 3 以上の奇数であり、材質の非線形性が強いほど大きな値になる。Fig. 2 に、0.23 mm 厚の方向性電磁鋼板を  $n=31$  次で近似した例を示す。磁路長  $l$ , 断面積  $S$  を用いれば、(2) 式より起磁力と磁束の関係は、次式で表される。本式を回路方程式に組み込めば、種々の応用回路の解析が可能になる。

$$Ni = \left( \frac{\alpha_1 l}{S} + \frac{\alpha_n l}{S^n} \phi^{n-1} \right) \phi \quad (3)$$

例えば Fig. 3 の回路解析において、次の電気回路方程式が成り立つ。

$$N \frac{d\phi}{dt} + ri = v \quad (4)$$

(3) 式を (4) 式に代入すれば、次の非線形微分方程式が得られる。

$$N \frac{d\phi}{dt} + \frac{r}{N} \left( \frac{\alpha_1 l}{S} + \frac{\alpha_n l}{S^n} \phi^{n-1} \right) \phi = v \quad (5)$$

したがって、電圧  $v$  が指定されたとき、(5) 式をルンゲクッタ法などで解くことにより磁束が求められ、(4) 式から電流が計算できる。

しかしながら、磁気特性の非線形性が強い場合、磁心形状が複雑な場合、あるいは外部回路がインバータのような非線形回路の場合には、高次の非線形多元連立微分方程式を解くことになり、一般に計算が困難になる。このような場合には、回路シミュレータの利用が有効である。

Fig. 4 に、汎用の回路シミュレータの一つである

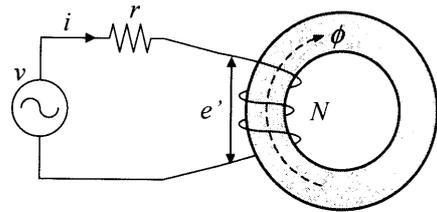


Fig. 3 Circuit configuration of nonlinear inductor.

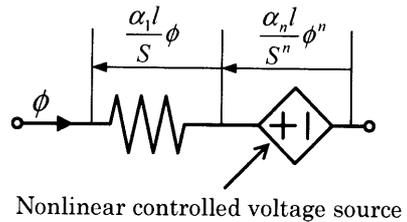


Fig. 4 SPICE model of nonlinear reluctance.

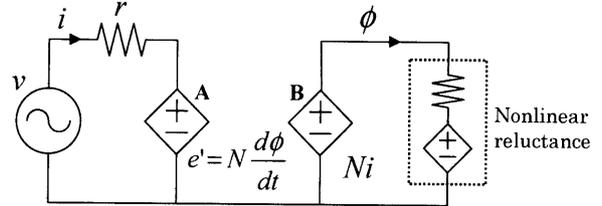


Fig. 5 Electric- and magnetic-coupled analysis model of nonlinear inductor circuit.

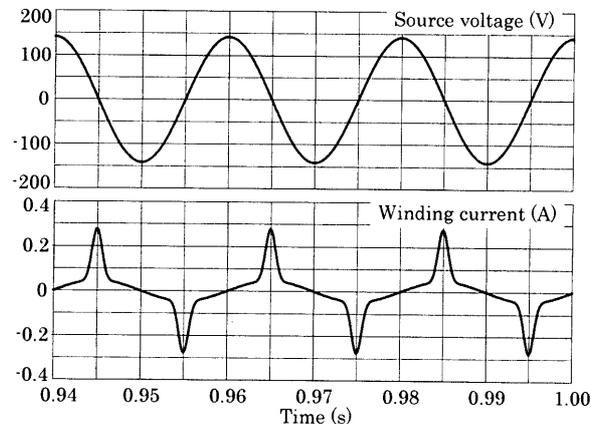


Fig. 6 Example of source voltage and a winding current wave forms.

SPICE で使用するための非線形磁気抵抗モデルを示す。SPICE では、非線形抵抗素子が存在しないため、図に示すように線形抵抗と非線形の従属電源を組み合わせ非線形磁気抵抗を表現する。さらに、Fig. 3 の回路を SPICE 上でモデル化する場合には、Fig. 5 のように、電気回路と磁気回路を分離し、従属電源を用いて両回路を結合すれば良い。図中の A は磁束  $\phi$  による起電力  $e'$  を与える従属電源、B は巻線電流  $i$  による起磁力  $Ni$  を与える従属電源である。

Fig. 6 に、SPICE シミュレーションにより得られた計算波形の一例を示す。同図より、磁心の飽和特性が良く横

擬されていることがわかる。

RNA は、解析対象とする電磁機器をいくつかの要素に分割し、それぞれを磁気抵抗に置き換えることにより、機器全体を一つの磁気抵抗回路網でモデル化して、解析する手法である。以下、いくつかの解析事例について紹介する。

### 3. 直交磁心型可変インダクタの特性算定

直交磁心は非線形磁気特性を積極的に利用した可変インダクタの一種であり、共振型 dc-dc コンバータの制御素子や<sup>13)</sup>、大型のものでは高圧配電システムの電圧調整器などへの

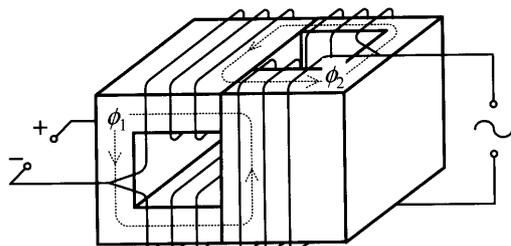


Fig. 7 Basic configuration of an orthogonal-core variable inductor.

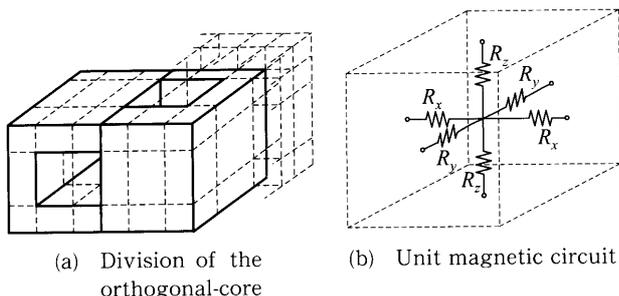


Fig. 8 Three-dimensional RNA model of the orthogonal-core.

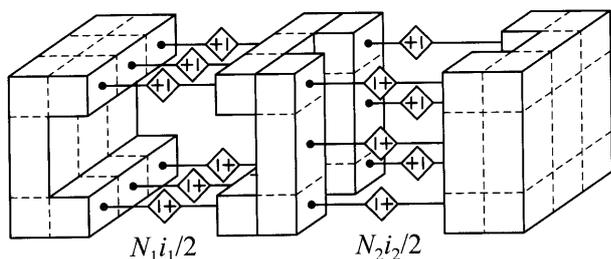


Fig. 9 Arrangement of magnetomotive forces produced by winding currents.

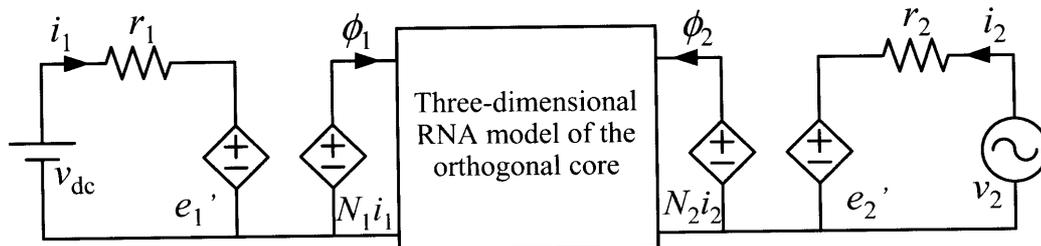


Fig. 10 Electric- and magnetic-coupled model of the orthogonal-core variable inductor.

応用例がある<sup>14), 15)</sup>。Fig. 7 に、直交磁心型可変インダクタの基本構成を示す。2 個の U 形磁心が 90 度回転して接合されている。2 次側に交流電源を接続し、1 次側から直流励磁を加えれば、磁心は飽和して、2 次巻線の実効的なインダクタンスが減少し、2 次側の電流が増加するため、制御素子として利用できる。

直交磁心の磁束分布は立体的であるため、その解析には三次元非線形動磁場解析が必要となる。ここでは、RNA による直交磁心型可変インダクタの動作解析について述べる。

まず、磁心形状ならびに磁束分布を勘案し、直交磁心を Fig. 8(a) に示すように、窓空間も含めて  $3 \times 3 \times 6$  の直方体要素に分割する。漏れ磁束も考慮するため、磁心外空間も要素一層分を解析領域に入れ、磁心と同様に分割する。このときの全体の要素数は 200 となる。分割した直方体要素それぞれを、同図 (b) に示すような三次元方向の 6 個の磁気抵抗で置き換える。ここで、磁心内部の要素については、材質の  $B-H$  曲線と要素寸法から (3) 式で計算される非線形磁気抵抗で置き換え、磁心外空間の要素については、真空の透磁率  $\mu_0$  と要素寸法から決定される線形磁気抵抗で置き換える。

巻線電流による起磁力源については、巻線が磁心脚部に施されていることから、Fig. 9 に示すように磁心脚部を二分割し、その間に集中的に配置する。

1 次側、2 次側の起磁力が与えられれば、直交磁心の三

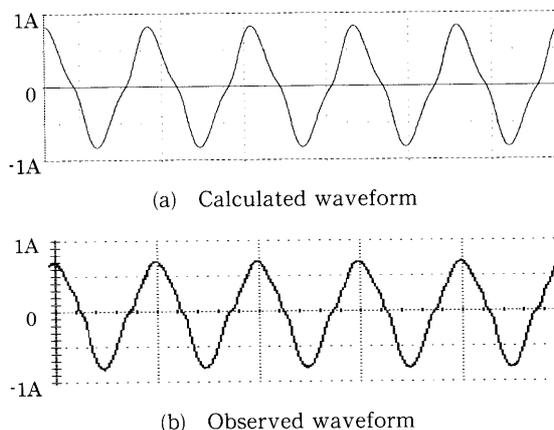
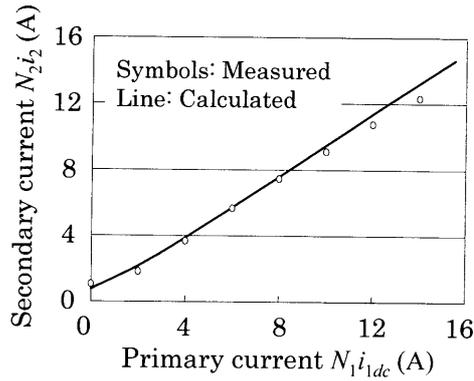


Fig. 11 Calculated and observed waveforms of a secondary winding current at supply frequency  $f=200$  kHz.



**Fig. 12** Control characteristics of orthogonal-core variable inductor at supply frequency  $f=200$  kHz.

次元 RNA モデルから磁束が計算される。さらに, Fig. 10 に示すように, Fig. 5 の手法を用いて直交磁心の三次元 RNA モデルの 1 次側を直流制御回路と, 2 次側を交流回路と結合すれば, 可変インダクタの動特性の算定が可能になる。

Fig. 11 に, フェライト直交磁心の制御時の 2 次巻線電流波形の計算値と実測値を示す。また, Fig. 12 に制御特性を示す<sup>16)</sup>。これらの結果から, 計算値と実測値は大略一致しており, 本手法の妥当性が了解される。

#### 4. モータの動特性解析への応用

これまで, モータの動特性解析に磁気回路法を適用する試みはほとんどなされていない。筆者らは, 回転子の運動が磁気抵抗あるいは起磁力の変化で表現できることに着目し, RNA によるモータの動特性算定手法の構築を進めている。ここでは, スイッチトリラクタンスモータおよび永久磁石モータへの適用について紹介する。

##### 4.1 スイッチトリラクタンスモータ

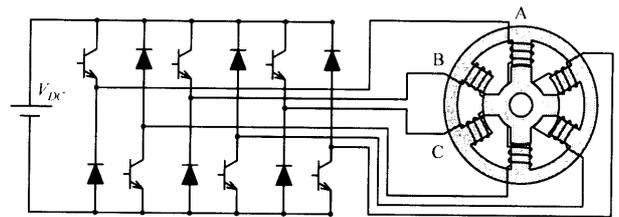
スイッチトリラクタンスモータ (以下 SR モータと略記) は, 構成が簡単で堅牢, 高速回転に適する, 耐熱性に優れるなどの特長を有するため, 安価な可変速モータとして期待されている。しかしながら, SR モータは磁心の飽和領域まで使用するため, 動特性算定には非線形磁場と電気回路, ならびに運動方程式の連成解析が必要になる。

Fig. 13 に SR モータの基本構成を示す。SR モータは回転子, 固定子ともに突極構造を有しており, 巻線は固定子極にのみ集中巻されている。駆動回路は, 非対称ハーフブリッジコンバータと呼ばれ, 回転子位置角に応じてトランジスタのスイッチングを適切に切り替えることで, 回転子は連続回転する。

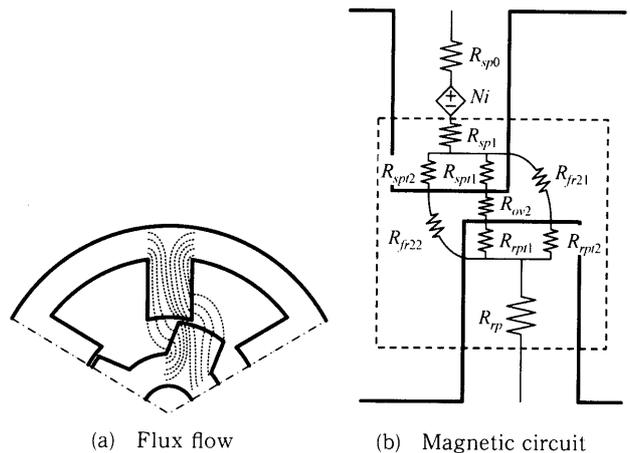
SR モータは固定子, 回転子ともに突極構造を有することから, 回転子位置角によって, 磁極近傍の磁気回路が変化する。Fig. 14(a) に, 固定子極と回転子極の一部が対向した位置関係にあるときの磁極近傍の磁束の流れを示す。同図より, 磁束は極同士が重なった部分に集中的に流れる

ことがわかる。したがって, 極先端部では強い磁気飽和が生じるため, 解析においてはこれを考慮できるようにモデリングする必要がある。同図 (b) に, 磁極近傍の磁気回路モデルを示す。上述の磁気飽和を考慮するために, 極先端部の磁気回路は二つに分割されている<sup>17)</sup>。なお, 同図中の破線で囲まれた 9 個の磁気抵抗は, 回転子位置角によって変化するため, 回転子位置角の関数で与える。

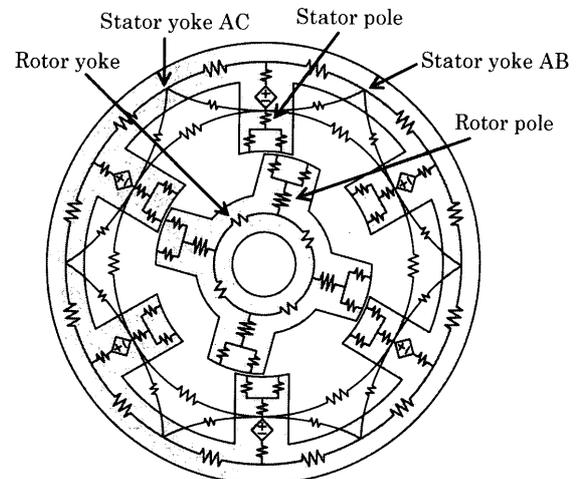
Fig. 15 に, SR モータの二次元 RNA モデルを示す。モータ鉄心部は極とヨークに分け, 材料の  $B-H$  曲線と寸



**Fig. 13** Basic configuration of a 6/4-pole SR motor.



**Fig. 14** Flux flow diagram around a stator and rotor poles and the corresponding magnetic circuit.



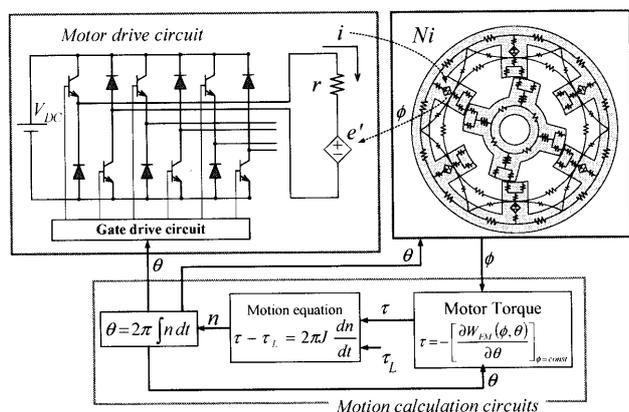
**Fig. 15** Reluctance network model of a 6/4-pole SR motor.

法から決定される非線形磁気抵抗で置き換える。さらに、固定子極からヨークや隣接する極への漏れ磁束も存在するため、極間および極ヨーク間に漏れ磁気抵抗を配置している。

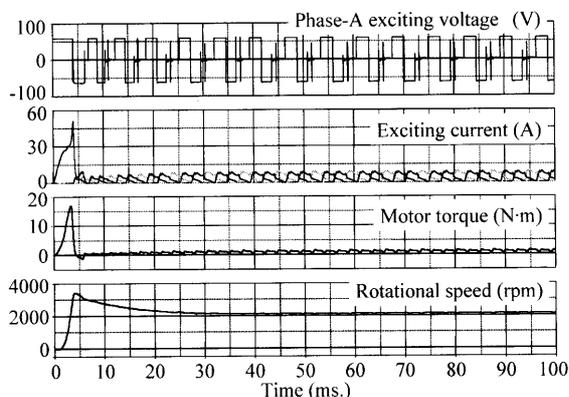
SR モータのトルクは、磁気エネルギー  $W(\phi, \theta)$  を用いて、次式で与えられる。

$$\tau = - \left[ \frac{\partial W(\phi, \theta)}{\partial \theta} \right]_{\phi = \text{const.}} \quad (6)$$

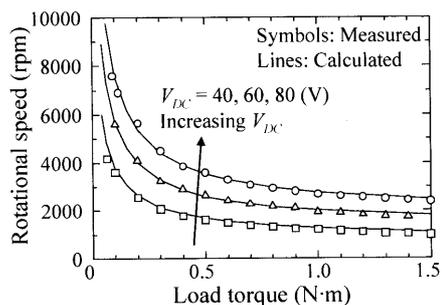
したがって、導出した SR モータの RNA モデルを用いて、種々の回転子位置角における磁化曲線を算出し、これを適当な数式で表現すれば、SR モータのトルクが求められる<sup>18)</sup>。



**Fig. 16** Electromagnetic- and motion-coupled analysis model of the SR motor.



**Fig. 17** Calculated starting characteristics of SR motor.

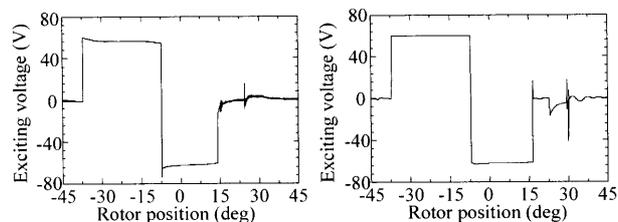


**Fig. 18** Torque versus rotational speed characteristics.

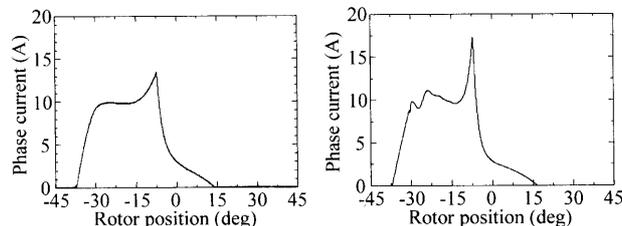
る<sup>18)</sup>。

Fig. 16 に、SR モータの電気-磁気-運動連成解析モデルを示す。この連成モデルにおいて、回転子位置角  $\theta$  が与えられると、SR モータの駆動回路のゲート信号が決まり、モータの励磁電流  $i$  が計算される。励磁電流が求まると起磁力源  $Ni$  が決まるため、Fig. 15 の磁気回路内を流れる磁束  $\phi$  が計算される。モータトルク  $\tau$  は、磁束と回転子位置角から (6) 式を用いて計算される。したがって、負荷トルク  $\tau_L$  が与えられれば、運動方程式から SR モータの回転数  $n$  が求められる。回転数を積分すれば、回転子位置角となる。Fig. 16 の解析モデルは、SPICE 上ですべて回路表現することができるため、電気系、磁気系、ならびに運動系の同時連成解析が可能になる<sup>19)</sup>。

Fig. 17 に、SR モータの起動特性の計算例を示す。同図より、モータの起動から定常状態に至るまでの過渡状態の算定が可能であることがわかる。Fig. 18 に、トルク-速

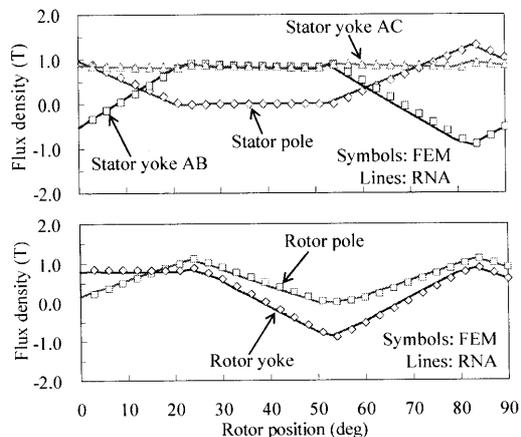


a) Exciting voltages



b) Exciting currents

**Fig. 19** Calculated and observed waveforms of exciting voltage and current (left: measured; right: calculated).



**Fig. 20** Flux density waveforms at each part of SR motor.

度特性の計算値と実測値を示す。計算値と実測値は良好に一致しており、本解析手法の妥当性が了解される。Fig. 19に、負荷トルクが1.5 N・mにおける励磁電圧と励磁電流波形の計算値と実測値を示す。定量的差異が多少認められるが、良好に一致していることがわかる。Fig. 20は、SRモータ各部の磁束密度波形の計算結果である。比較のため、三次元有限要素法により求められた結果についても同図に示した。これを見ると、両者は大略一致しており、本解析手法でモータ各部の磁束密度分布もある程度算定可能であることが了解される。

#### 4.2 埋込磁石型モータ

永久磁石モータは、界磁電源が不要であるため効率が良く、OA機器、家電機器、電気自動車など幅広い分野で利用されている。永久磁石モータには、永久磁石の配置方法により、表面磁石型(SPM)と埋込磁石型(IPM)があるが、ここではIPMモータにRNAを適用した結果を簡単に紹介する。

Fig. 21に、解析対象としたIPMモータの構造と諸元を示す。Fig. 22は、このIPMモータに対応するRNAモデルである<sup>20), 21)</sup>。図中の $Ni_u, Ni_v, Ni_w$ は巻線電流による起磁力源、 $\phi_{mu}, \phi_{mv}, \phi_{mw}$ は永久磁石を表す磁束源である。 $R_{sp}$ は、固定子極の非線形磁気抵抗であり、 $R_{uv}, R_{vw}, R_{wu}$ は固定子極間の非線形可変磁気抵抗である。また、 $R_l$ は漏れ磁気抵抗である。

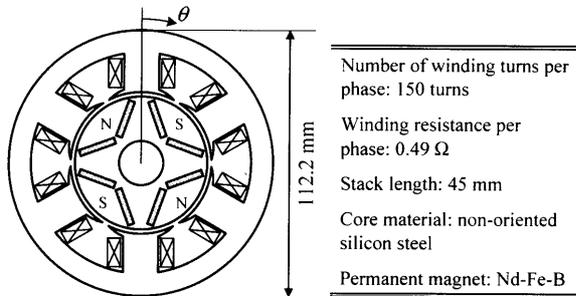


Fig. 21 Specifications of three-phase four-pole IPM motor.

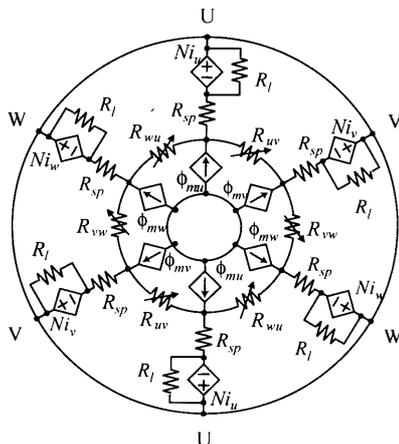


Fig. 22 RNA model of IPM motor.

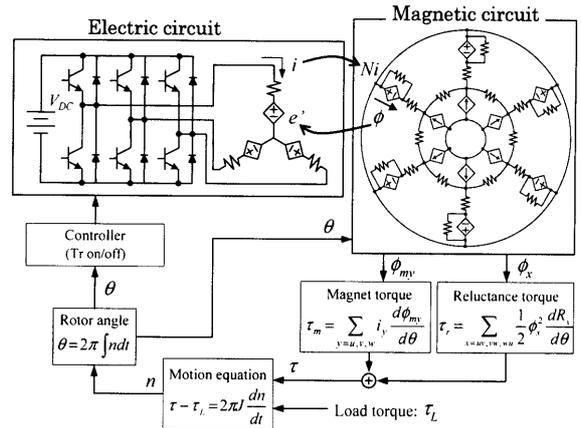
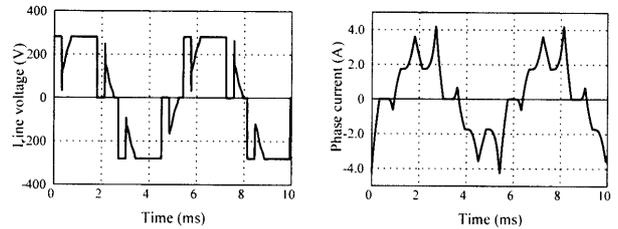
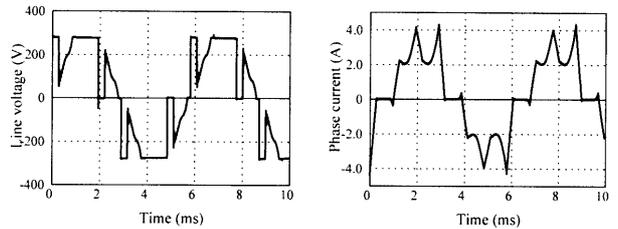


Fig. 23 Electromagnetic- and motion-coupled analysis model of IPM motor.



(a) Calculated waveforms



(b) Observed waveforms

Fig. 24 Calculated and observed waveforms (left: line voltage; right: phase current).

Fig. 23に、IPMモータの電気-磁気-運動連成解析モデルを示す。モデルの基本的な構成は、Fig. 16のSRモータの連成モデルと同様であるが、IPMモータでは、発生トルクがマグネットトルクとリラクタンストルクの和となる。

Fig. 24(a)は、負荷トルクが1.0 N・mの場合の線間電圧波形と相電流波形の計算値である。また、同図(b)は同条件における実測波形である。これらの図を見ると、計算値と実測値は良好に一致していることがわかる。

#### 5. まとめ

以上、リラクタンسネットワーク解析(RNA)に基づく直交磁心およびSRモータ、ならびにIPMモータの動特性解析について述べた。その他、RNAの適用例として種々の電力用磁気デバイスや<sup>22), 23)</sup>、表面磁石型永久磁石モータ<sup>24)</sup>などがある。また、鉄損を考慮した解析も報告されている<sup>25), 26)</sup>。さらに熱抵抗回路網との連成解析の試みも行われている<sup>27), 28)</sup>。

RNA は、①モデルの作成が簡便、②計算時間が短い、算定精度が比較的高い、③電気系や運動系および熱系などとの連成も容易という特長を有している。したがって、電磁機器内部の磁気現象から、回路の挙動、さらには運動系や熱系まで含めた統一的な解析が可能であり、電磁機器のより高度な解析手法として発展することが期待される。

### References

- 1) V. Karapetoff: The Magnetic Circuit (McGraw-Hill, New York, 1911).
- 2) F. W. Carter: *Electrical World and Engineer*, **38**, 884 (1901).
- 3) R. Pohl: *J. Inst. Electrical Engineering*, **52**, 170 (1914).
- 4) F. W. Carter: *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, **64**, 1115 (1926).
- 5) H. C. Roters: *Electromagnetic Devices* (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1941).
- 6) E. C. Cherry: *Proceedings of the Physical Society B*, **62**, 101 (1949).
- 7) G. R. Slemon: *Proceeding of the Institution of Electrical Engineering*, **100**, 129 (1953).
- 8) R. W. Kulterman and L. F. Mattson: *IEEE Trans. Magn.*, **5**, 519 (1969).
- 9) R. M. Hunt and J. W. Nippert: *The Bell System Technical Journal*, **57**, 179 (1978).
- 10) J. A. Wagner and W. J. Cornwell: *Electric Machines and Electromechanics*, **7**, 143 (1982).
- 11) K. Tajima, O. Ichinokura, Y. Anazawa, and A. Kaga: The Paper of Technical Meeting on Magnetics, IEE Japan, MAG-90-96 (1990) (in Japanese).
- 12) K. Tajima, A. Kaga, Y. Anazawa, and O. Ichinokura: *IEEE Trans. Magn.*, **19**, 3219 (1993).
- 13) M. Yasumura: *T. IEE Jpn.*, **117-D**, 204 (1997) (in Japanese).
- 14) O. Ichinokura, T. Jinzenji, and K. Tajima: *IEEE Trans. Magn.*, **29**, 3225 (1993).
- 15) M. Maeda, M. Sakamoto, K. Mitamura, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **22**, 733 (1998) (in Japanese).
- 16) O. Ichinokura, H. Yoshida, and K. Tajima: *T. IEE Jpn.*, **120-A**, 865 (2000) (in Japanese).
- 17) K. Nakamura, K. Kimura, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **28**, 602 (2004) (in Japanese).
- 18) T. Tsukii, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *T. IEE Jpn.*, **122-D**, 16 (2002) (in Japanese).
- 19) K. Nakamura, K. Kimura, and O. Ichinokura: The Paper of Technical Meeting on Rotating Machinery, IEE Japan, RM-04-47 (2004) (in Japanese).
- 20) K. Saito, M. Ishihara, K. Nakamura, and O. Ichinokura: The Paper of Technical Meeting on Magnetics, IEE Japan, MAG-04-60 (2004) (in Japanese).
- 21) K. Saito, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **28**, 615 (2004) (in Japanese).
- 22) K. Nakamura, S. Akatsuka, T. Ohinata, T. Aoki, M. Maeda, H. Sato, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **26**, 572 (2002) (in Japanese).
- 23) S. Hayakawa, K. Nakamura, S. Akatsuka, T. Aoki, M. Kawakami, T. Ohinata, K. Minazawa, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **28**, 425 (2004) (in Japanese).
- 24) S. Matsushita, H. Nagao, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **27**, 538 (2003) (in Japanese).
- 25) K. Tajima, O. Ichinokura, A. Kaga, and Y. Anazawa: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **19**, 553 (1995) (in Japanese).
- 26) K. Kimura, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **28**, 611 (2004) (in Japanese).
- 27) H. Yoshida, K. Nakamura, and O. Ichinokura: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **27**, 561 (2003) (in Japanese).
- 28) K. Nakamura, H. Yoshida, and O. Ichinokura: *IEEE Trans. Magn.*, **40** (2004) (in press).

(2004年8月3日受理)



中村健二 なかむら けんじ

平 10.3 東北大学工学部電気工学科卒業、平 10.4 同大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻博士課程前期2年の課程入学、平 12.3 同修了、平 12.4 東北大学大学院工学研究科助手、現在に至る。  
専門 パワーマグネティックス、電磁機器解析設計



一ノ倉 理 いちのくら おさむ

昭 55.3 東北大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻博士後期課程修了、昭 55.4 東北大学工学部電気工学科助手、昭 63.1 同助教授、平 7.10 同教授、平 9.4 大学院重点化により、同大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻教授に配置換、現在に至る。  
専門 パワーマグネティックス、パワーエレクトロニクス (工博)