

連載講座

「実際に試してみたくなくなった人々の話」

第2話 ばね振り子の共振から磁石ルーレットへ至る道

摂動の成長, 共振・共鳴, カオス

Stories Written by Those Who Have Realized Their Desires to Know the Fact in Physics

Story 2: Experimental Study of the Resonance of a Spring Pendulum and Its Evolution

井階正治 M. Ikai

愛知県立愛知工業高校, 名古屋市北区福徳町広瀬島 350-4 (〒462-0052)

Aichi Prefectural Aichi Technical High School, 350-4 Hirosejima, Fukutoku-cho, Kita-ku, Nagoya 462-0052, Japan

Key words: spring pendulum, resonance, perturbation, heat pipe, magnet roulette

はじめに

例年多くの学校でばね振り子の演示・生徒実験が行われていると思う。本校でも市販のバネ（ウチダ製 PK-15）を用いた実験を行っているが、新任の時代から奇妙に思い実験をするたびに気になる現象があった。ばね振り子の縦揺れと横揺れの共振である¹⁾。共振の条件は簡単だがその運動は決定論的カオスのように思われる^{2), 3)}。本稿では小さい摂動がおもしろい現象へと成長していく好例としてばね振り子の共振とブランコおもちゃ、熱パイプの共鳴、磁石ルーレットを紹介する。物理学の奥の深さを感じさせる実験・学習のテーマであると確信する。

1. ばね振り子の周期の測定

実験はたいへん簡単である。おもりと定規を用いてバネ定数を求めたうえで、おもりの質量を幾通りか変化させた場合の振動の周期を測定する。10~40回の振動に要した時間をストップウォッチで2回ずつ計り、平均したものを周期の実験値としている。おもりの質量が0.20~0.30 kgと小さい場合、周期が短いこともあって実験はなかなか難しい。何度もデータを取り直し、異常な数値を排除せねば理論値に近い実験値は得られない。だがこの困難性は周期の短さだけでなく、振り子の共振によって縦揺れがしだいに小さくなってしまうことによる。バネによってバネ定数や自然長が異なるためであろうが、ばね振り子→単振り子→ばね振り子…という変化にはバネによって個性があり非常に興味深い。おもりが0.20, 0.30 kgのときに共振が起こるバネもあるが、多くは0.25 kgのとき最も顕著に現れ単振り子状態のときにはほぼ完全に縦揺れは止まってしまう。

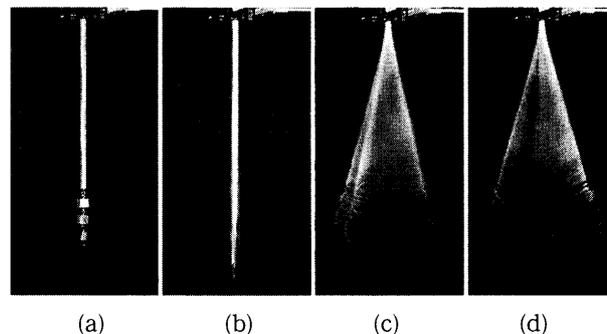


Fig. 1 Photographs showing the growth of resonance. Single-spring pendulum: spring constant $k=26.5$ N/m, original length $l_0=0.27$ m. (a) Equilibrium state, (b) vertical oscillation as a normal spring pendulum, (c) growing horizontal oscillation, (d) horizontal oscillation as a simple pendulum.

う。Fig. 1は0.25 kgのおもりを吊したばね振り子がしだいに横揺れを成長させ、単振り子の状態になる過程をそれぞれ約1秒間ずつバルブ撮影した写真である。周期の測定にはたいへん厄介な運動だが見ていて飽きず生徒も非常に興味を示す。

2. 共振の条件

縦揺れが横揺れに変わっていく過程を観察すると、縦に1周期分振動する間におもりはちょうど右から左に、あるいは左から右に、半周期分だけ横揺れしていることがわかる。そこで単振り子としての周期 $T_g=2\pi\sqrt{l/g}$ がばね振り子としての周期 $T_k=2\pi\sqrt{m/k}$ の2倍であれば互いの振動が共振し、しだいに振動状態が移行することが推定される。

実験に用いたバネはバネ定数 $k=26.5$ N/m, 自然長 $l_0=$

0.27 m. おもりが 0.25 kg の場合に最も共振した. つりあいのときのバネの長さは $l=l_0+mg/k=0.36$ m. 単振り子の周期 T_g は 1.20 s となるが, バネ振り子の周期 T_k は 0.61 s であるので $T_g=2T_k$ が確認される.

$2\pi\sqrt{l/g}=2\times 2\pi\sqrt{m/k}$ より, おもりの質量が $m=kl_0/3g$ となると共振することがわかるが, 同じバネを 2 本直列につないだ場合は自然長が 2 倍, バネ定数が 2 分の 1 になるので同じ質量で共振条件が満たされる. 実際に揺らしてみるとちゃんと共振する. Fig. 2 は 2 本直列に接続したバネに 0.25 kg のおもりを吊して振動させたばね振り子がしだいに横揺れを成長させ, 単振り子の状態になる過程をそれぞれ約 1 秒間ずつバルブ撮影した写真である.

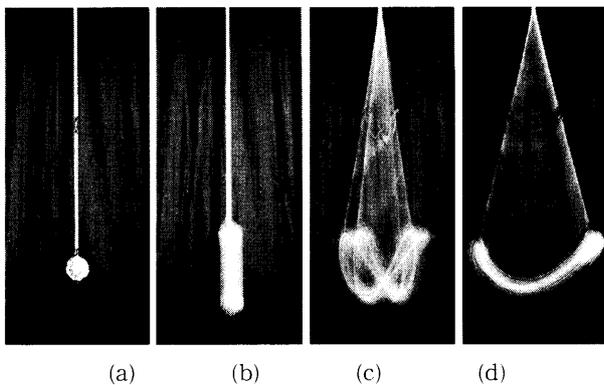


Fig. 2 Photographs showing the growth of resonance. Double-spring pendulum: spring constant $k=26.5$ N/m, original length $l_0=0.27$ m. (a) Equilibrium state, (b) vertical oscillation as a normal spring pendulum, (c) growing horizontal oscillation, (d) horizontal oscillation as a simple pendulum.

3. 振り子の運動方程式と共振のシミュレーション

おもりに作用する力は重力と弾性力の二つだけだが運動方程式は非線形微分方程式となり, その例に漏れず完全な解析解は得られないことがわかってきた. そこでかつては basic で, 現在は Mathematica で運動方程式をプログラム化し, 実際の実験で共振が見られる条件 ($k=26.5$ N/m, $l_0=0.27$ m, $m=0.25$ kg, amplitude $A=0.05$ m) を入れて, 0.01 秒ステップで加速度, 速さ, 座標の各成分を計算・グラフ化するシミュレーションを行った^{2)~4)}. Fig. 3 は 16 周期分のおもりの座標を初期条件を変えて計算したもので, 各グラフの縦軸は鉛直方向, 横軸は水平方向の座標を示し, グラフ直上の数値 ($X_0=2, 1, 0.5, 0.1, 0.05, 0.01$ cm) は振動のスタート地点の水平方向の変位を表している.

コンピューター上においてもばね振り子の運動が初期条件のわずかな違いによって大きく変化することには驚きを禁じえない. 実際の実験ではおもりを放すときの微妙な揺れなどにより初期条件をコントロールすることは極めて困難である. またそれが実験を繰り返すたびにばね振り子がさまざまな挙動を見せる原因でもある. シミュレーションからは以下のような知見が得られたが, それらは実際に振り子を揺らした経験からみて妥当なものである.

- ①与える振幅によらず, おもりが鉛直方向からほんのわずかでずれていたなら共振は必ず起こる.
- ②共振が繰り返す周期や鋭さはばね振り子の振幅に大きく依存する.
- ③座標 (x - y グラフ) については, 縦揺れ 1 周期ごとにしだいに軌道が横へ伸び再び縦揺れに戻っていくが, おもりは元の軌道と少しずれたところを通るので十分

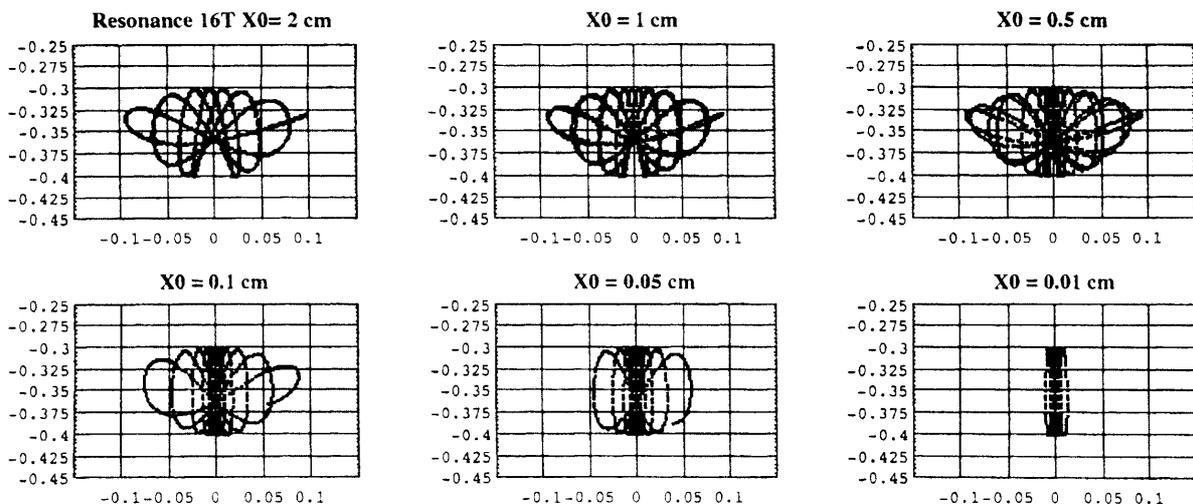


Fig. 3 Loci of a spring pendulum (16 periods) simulated by Mathematica. Vertical position (unit: meters) in relation to horizontal position (unit: meters) of a pendulum. The simulation conditions are $k=26.5$ N/m, $l_0=0.27$ m, $m=0.25$ kg, amplitude $A=0.05$ m, time-step 0.01 s. The initial condition X_0 is the horizontal starting position.

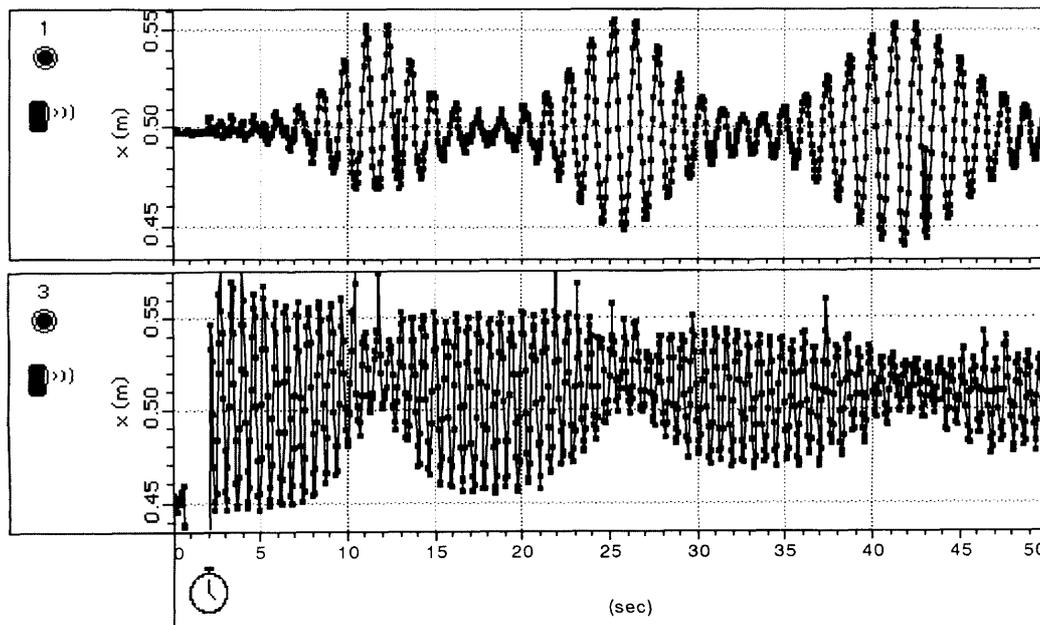


Fig. 4 Measurement of the resonance by means of a motion sensor. The upper graph shows the horizontal position, and the lower graph shows the vertical position of a pendulum in relation to time. The measurement conditions are $k=26.5$ N/m, $l_0=0.27$ m, $m=0.25$ kg, amplitude $A=0.05$ m.

長い時間が経てばおもりが運動できる空間はすべて塗りつぶされていく。対称的な美しい形は初期条件に依存する。Fig. 1 と 2 のおもりの軌跡と比較されたい。

4. 物理実験インターフェイス Mac65 による測定

手を放す際の微妙なタッチの違いでさまざまな挙動を示し、空間的にあちこちさまよう振り子の共振をストップウォッチや定規のみで定量的に実験することは無理であった。長い間諦めていたが、1995年夏の全国理化学会滋賀大会で物理実験インターフェイス Mac65 と距離センサーを知りさっそく測定を試みた。超音波による距離センサー二つでおもりの水平・鉛直両方向の位置を $1/20$ s の時間分解能で調べることができる。それまでシミュレーションでしか見えていなかったグラフなどが実際の実験値となって現れ非常に感動した⁶⁾。Fig. 4 は $m=0.250$ kg, はじめの振幅 5 cm の場合の測定結果で上段は水平、下段は鉛直方向のおもりの位置を表す。鉛直方向の振動が小さくなっていくにつれて水平方向の振動が増し、共振が繰り返し起こっていることがよくわかると思う。

ここで共振の鋭さを示す指標として、

$$\text{共振指数} = \frac{\text{共振時の水平最大振幅}}{\text{共振時の鉛直最小振幅}}$$

を導入する。共振は必ずしも水平方向検知用距離センサーの向きに起こるとは限らないため、ばねの鉛直上方にビデオカメラを設置し録画した画像から水平最大振幅を読み取った。おもりは 170 g から 310 g まで 10 g ずつ変化させ、初期条件のコントロールのため振幅 5 cm に相当する小おもりを糸で吊るし、静置した上で糸を焼き切って振動

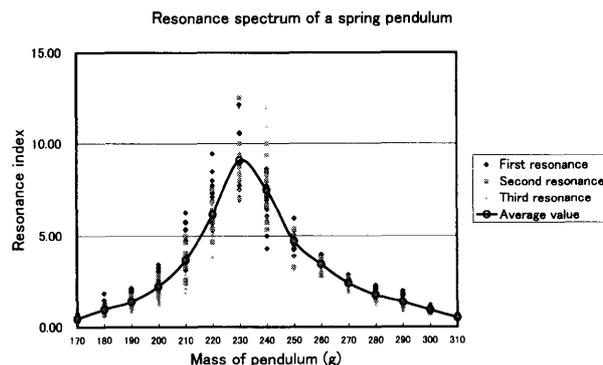


Fig. 5 Resonance spectrum of a spring pendulum. Resonance index in relation to the mass of the pendulum. Observed results (points) and average values (solid line). The peak of the spectrum for a mass of 230 g.

をスタートさせた。およそ 520 回の測定を処理したところ、おもりの質量 230 g にピークをもつスペクトルが得られた (Fig.5)。

スペクトルのピークとなった質量 230 g のときのおもりは共振時には右左にはほぼ水平に振動する。センサーは水平、鉛直方向の位置を測定しているため、おもりが水平に動く場合は鉛直方向の振幅が小さくなり、分母が小さくなるため共振指数は大きい値となる。しかし実際は Fig. 1 と 2 のように質量 250 g の方が動径方向に対して相対的に静止して見え、より単振り子的に、より鋭く共振しているように感じられる。

5. ブランコおもちゃの仕組みと製作

身の回りのおもちゃの中にも振り子の共振を利用したものが¹⁴⁾。揺れ出すとしだいに振幅が大きくなり、いつまで経っても止まらない振り子のおもちゃの仕組みは巧妙である。振り子の下部に備えられた磁石が台の内部にあるコイルに近づくと感知用コイル (1600 Ω) に誘導起電力が発生する。回路に流れた誘導電流はトランジスタにより増幅され、キックコイル (170 Ω) はその直上を通過する磁石を反発する電磁石となる。台の内部にあるコイルは自身がセンサーとして作動し、振り子の磁石をタイミングよくキック、加速する摂動を与える。電池が電力を供給する時間は振り子がコイルの上を通りすぎる1回あたり約50 msのみであり、振り子が止まっていれば電池が接続されていても電流は流れない。またオシロスコープでの観察によればコイルを含む回路はRCL回路として発振しており非常に興味深い (Fig. 6)。

愛知物理サークルの山岡世司郎氏 (愛知県立旭野高校) や臼井泰洋氏 (愛知県立東郷高校) はこの原理を利用して50 cm以上の大きな人形がアクロバットのように揺れる装置を開発し、青少年のための科学の祭典名古屋大会 (2004) での展示や授業に活用している¹⁵⁾。



Fig. 6 Internal mechanism of a swing toy. A search coil and a kick coil are wound around the same steel core. The search coil detects the magnet of the pendulum approaching. The induction electric current is amplified by a transistor. The kick coil is magnetized by an amplified current and repels the magnet of the pendulum.

振り子のもつ固有振動数に合わせタイミングよく摂動を与える仕組みを作れば実際に子供がブランコを漕ぐようなおもちゃができるはずである。1996年11月名古屋市科学館を会場として「青少年のための科学の祭典・東海大会」が開催されたが当時の勤務校 (愛知県立豊田工業高校) の同僚大内富夫氏 (現・愛知県立旭野高校) や理科が好きな生徒とともにブースを出すことになり、子供にもわかりやすいブランコ共振のおもちゃを作ることにした。

ブランコを漕ぐ力学や仕組みについての解析は難しそうなので、実際のブランコにのる人の動きを再現してみようと試作を重ね、最終的に完成したものがモーターの円運動をクランクによって重心の上下運動に変える装置 (ブランコおもちゃ「のび太くん」) である¹⁶⁾ (Fig. 7)。

ゆっくりと1周期回すと重心の移動によって水平方向にはほんの2~3 mmの摂動が与えられる。それがモーターの振動数をブランコの固有振動数 (0.74 Hz) にぴったり合わせると、見る間に30 cm以上の振幅に成長していく。 (Fig. 8) 固有振動数から少しずれているときには位相がずれるに伴って振幅が小さくなり、再び位相が来てきて振幅が成長し、まるでうなりのような現象が見られておもしろい。このような単純なおもちゃであってもブランコが最低点を通過する際に腰を下げ、足を前方に蹴り出すような位相のときに最大の共振をするというのは、実際にわれわれが行うブランコ漕ぎにも共通しており興味深い。また試作の過程で抱いた印象だが共振が成長するためには単にタイミングよく摂動を与えるだけではなく、振り子 (ブラン



Fig. 7 Swing toy "Nobita-kun."

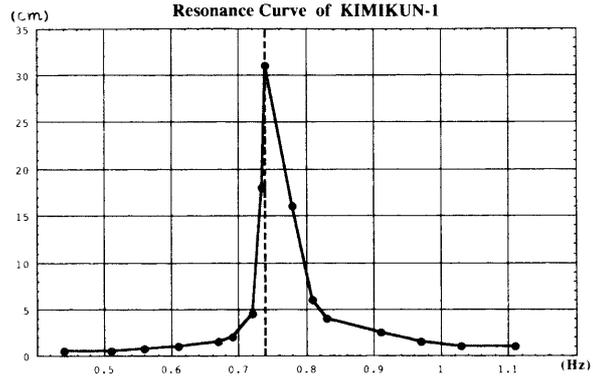
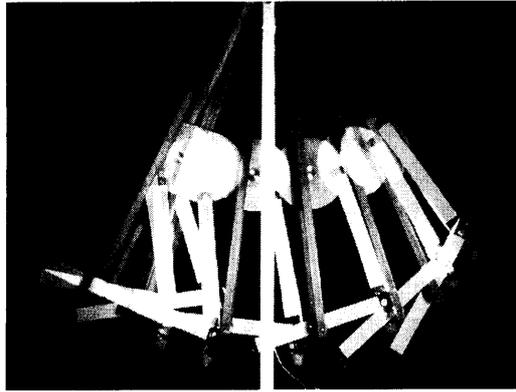


Fig. 8 Stroboscopic photograph and resonance spectrum of the swing toy "Nobita-kun". When the frequency of the swing toy's motor is adjusted to $f=0.74$ Hz, a slight perturbation results in a large amplitude oscillation.

コの漕ぎ手)の慣性も大きな役割を果たすように思う。

6. 開管共鳴の生徒実験・熱パイプ

工業高校の生徒たちは機械科や建築・土木科では力学, 電気・情報科では電磁気学など高校物理の主要分野を各科の専門教科で学んでいる。したがって理科の物理ではあえて専門教科で扱わない波・音・光を中心に実験を多く取り入れた授業を行っている。例年音の分野では閉管を用いた音速の測定と音叉の振動数の測定の2テーマを生徒実験として行ってきたが, 1997年度からさらに開管共鳴の実験として熱パイプを取り上げた。意外なほど単純な仕組みで予想以上の共鳴が起こり, 理論ともよく合うため生徒には大好評であった。関東地方ではよく知られた実験らしいが, 私自身は1997年8月に大阪大学で開かれた日本物理教育学会研究大会で初めて知り非常に感銘を覚えた^{8),9)}。以下, 生徒実験の様子を紹介したい。

径が4 cmほどの鉄パイプを長さ0.4~1.0 mの範囲で10 cmきざみで準備し, その一端から10 cmほどの深さに1~2 mmメッシュの金網を挿入する。材料はすべてホームセンターなどで手に入る。パイプは短すぎると鳴りにくし, 細すぎるとバーナーで加熱しにくい。金網の位

置もパイプの口に近すぎると鳴りにくくなる (Fig. 9)。

バーナーで内部の金網が赤熱するほど加熱し, 火を止めてパイプを鉛直に立てると驚くほど大きい音が発生する。鳴っている最中にパイプを水平にすると音はやむ。また, 何度も繰り返し実験するとパイプの上端まで熱くなる。すると, バーナーで金網が融けるほど加熱しても音は鳴らない。もちろん長いパイプは低い音が鳴り, 短いパイプは高く澄んだ音が鳴る (Fig. 10)。

音の発生する仕組みは, 熱源 (パイプ下部の高温の金網)

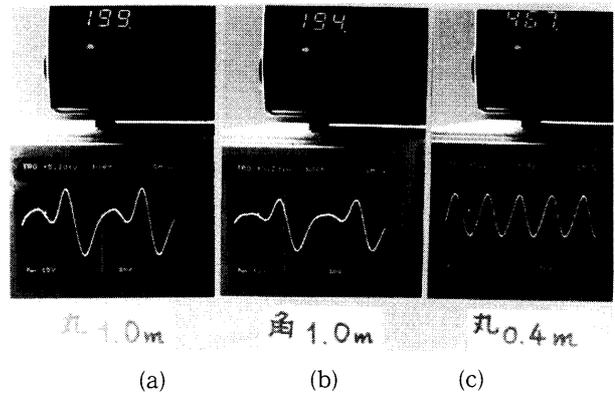


Fig. 10 Wave form and frequency of a heat pipe's sound. (a) Columnar pipe (length=1.0 m), (b) square pipe (length=1.0 m), (c) columnar pipe (length=0.4 m). A long pipe sounds with a low frequency, while a short pipe sounds with a high frequency and purely.

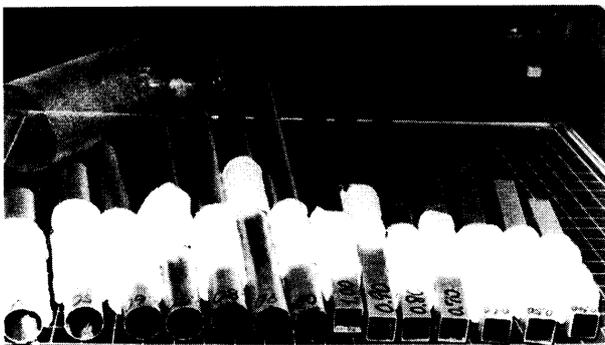


Fig. 9 Heat pipes (prepared with several lengths and shapes).

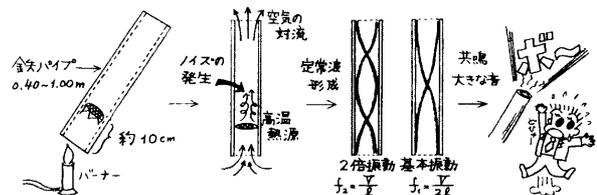


Fig. 11 Loud sound caused by the growth of noise.

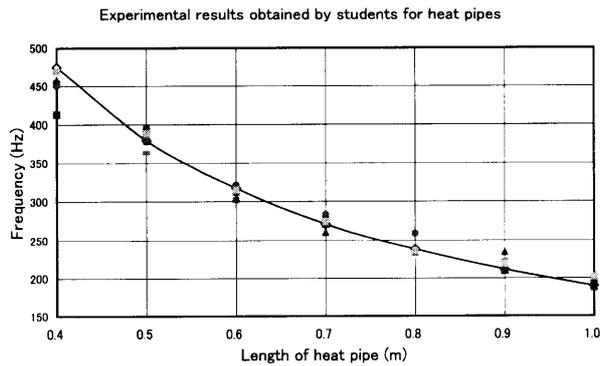


Fig. 12 Frequency of a heat pipe measured in experiments conducted by students. Frequency in relation to length of heat pipe. Observed results (circles) and calculated values (solid line).

によって生じるパイプ内部の空気対流である。鳴っている最中にパイプの開口端に手など近づけると、かなりの気流を感じる。油煙を用いた測定ではパイプ上端で0.6~1.0 m/sに及ぶ¹⁰⁾。気流がパイプの下部から上部へ抜けていく際に、金網の隙間を通してノイズを発する。いろんな振動数のノイズの中でパイプの長さによって規定された固有振動数 ($f_1 = v/2l$ など) の音だけが干渉して強め合い、共鳴して大きな音に成長していくものと推察される (Fig. 11)。

特に興味深いことは1.0 mなどの長いパイプの場合、勢いよく共鳴したときにははじめは倍音が鳴り、次に基本音が鳴るという現象がしばしば起こることである。楽器のリコーダーなどに強く息を吹き込むと1オクターブ高い音が発生する。パイプ内の気流がどれくらい激しいときに2倍振動が起こるのか、定量的につきとめられたら面白い。また共鳴中に線香の煙を開口部へもっていくと空気が激しく振動する様子がわかり、定常波の腹に当たることが理解できる。

共鳴しているときのパイプ内の空気の温度は明確にはわからなかった(加熱中は上部でも140°Cを超す)が、パイプ下部の赤熱した金網(700°C以上)とパイプ上部(常温)の温度勾配は極めて大きいはずである。実際の振動数を調べたところ、パイプ内の気温を80°C(音速380 m/s)としたときに開管共鳴(基本音)の計算値と実験値がうまくフィットすることがわかった⁶⁾。そこで生徒実験では各班に長さ・形状の違う鉄パイプをもたせ、高い音、低い音など定性的な観測をさせたうえで周波数カウンターの値とオシロスコープの波形を読み取らせた。Fig. 12は1学年40班分のdataをまとめたもので、横軸がパイプの長さ、縦軸は生徒が読み取った実験値、グラフ内の曲線は音速を380 m/sとして外挿した計算値を示している。

多くの生徒はたいへん熱心に実験に取り組んだ。「こんなものでどうして音が鳴るのか?」とはじめは半信半疑だった生徒たちも、長さの違うパイプや丸・角の形状、材質、厚みの違うパイプなどとかえりかえ交換して鳴ら



Fig. 13 Scene of during a physics class. "Hey, it's resonating!"

すことに夢中になる。その様子は見ていて本当に愉快であった。やはり教材によって生徒は目の色が変わるのだなあということを感じ、日頃の自分の怠惰を反省させられた (Fig. 13)。

特に生徒に好評だったのは長さ同じ丸パイプと角パイプを同時に鳴らす実験で、長さによって決まる計算値は同じになっても実際の音は振動数がわずかに異なるためうなりが聞こえる。「聞こえた! 聞こえた!」という表情は、教える側のひいき目かもしれないが『得心がいった』顔に思えた。低周波発振器の正弦波の音と熱パイプの音を重ねてみると、はじめはうなりがひどい。熱パイプ自身の音が落ち着いてきて波形が正弦波に近くなってくると初めとうなりが聞こえる。仮に振動数がとても近い値であったとしても波形が異なればうなりは生じないことなど教えてみて改めて発見することが多く、自分にとってはかけがえのない財産となった。

7. 共振実験用具の発展

ばね振り子の共振を調べる中でカオスに関心をもつようになった。カオスについては気象や流体の運動が有名だが、普通の力学系や電気回路でも多く確認されている。一般にカオス的な運動を示す力学系は初期条件に極めて敏感であるという性質をもっている。実際の実験における測定や観測は有限の精度で行われるから、この性質は将来にわたって力学系の挙動を予測することが実質的には不可能であることを意味している。

ここで取り上げたばね振り子の共振現象は重力と弾性力という完全に決定論的な力に支配された運動であり、確率的要素など入る余地はないように思われる。運動方程式は非線形となるが、非線形微分方程式によって記述される力学系や回路のすべてがカオスを示すわけではない。しかし万有引力の3体問題をはじめ驚くほど簡単な力学系や電気回路がカオス的ふるまいを示すことは多く紹介されている^{5), 11), 12)}。今回紹介したばね振り子の共振もスタート時点

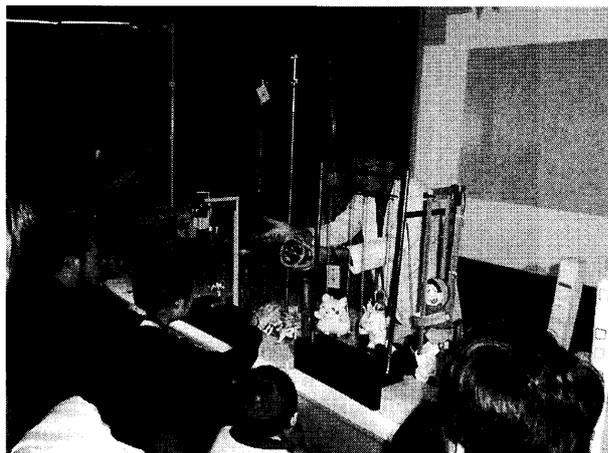


Fig. 14 Various resonance apparatus in Beijing (2003).



Fig. 17 Chinese child gazing at Magnet Roulette (Beijing 2003).

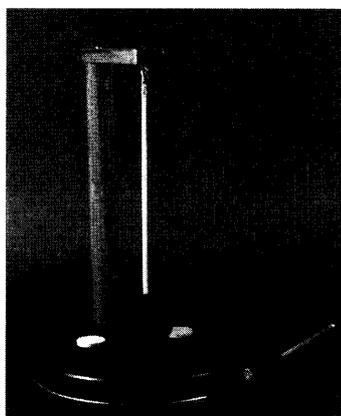


Fig. 15 Magnet Roulette. When several magnets are placed on a steel plate, a light pendulum fitted with a small magnet wanders here and there above magnets on a steel plate as a result of magnetic interaction. The motion of the pendulum is very interesting and chaotic.



Fig. 16 Children making Magnet Roulette (Junior Science Cruise 2001).

の位置や運動量の微妙なタッチへの敏感さだけではない、縦揺れと横揺れの応答には振幅の影響が非常に大きい。振幅をわずかに変えるだけで、数周期後の振り子の位相が全く逆転してしまうこともあることがシミュレーションと実験の両方からわかってきた。

一方「青少年のための科学の祭典」や学校の授業のために共振・共鳴現象がよくわかる実験道具を開発、自作する意欲と機会がわいてきた。工業高校にはものづくりのプロがいて、電気回路や溶接などに職人芸を発揮してくれる。普通科高校に勤務していたときには道具は購入するものと決めてかかっていたが、しだいに自分が使いやすいものを最初からデザインして作ることが可能となった。縁あって科学技術振興機構のサイエンスレンジャーの一員となり、2001年8月にはゲームへ、2003年11月には北京まで出かけて共振・共鳴の実験を行ってきた。ブランコおもちゃ「のび太くん」やポケモン共振ブランコ、卓上起震台「なまずくん」、磁石ルーレットは子どもたちにも人気である (Fig. 14)。

特に磁石ルーレット (Fig. 15) は振り子に仕込まれた小磁石と鉄板上の磁石との相互作用で振り子があちらこちらにさまようカオス的な動きが極めておもしろく、製作も簡単のため工作教室 (Fig. 16) や、振り子や磁石の性質を紹介する実験教室 (Fig. 17) にとても重宝している。

子どもから高校生、大人まで、相手のレベルに合わせて振り子の性質や磁石の着磁、磁力線の観察、コンピューターシミュレーションやカオスについて幅広く物理を語ることができ、非常にすばらしい教材だと思う^{13), 14)}。

終わりに

ばね振り子をはじめとする共振・共鳴については新任の頃から関心をもち続け、牛のような歩みであっても自分なりに理解を進めてきたという実感をもっている。定規とストップウォッチでさまようおもりを追っかけ、定量的にはシミュレーションでしか扱えなかった現象が、測定器具の発達により身近かつ正確に実験できるようになってきた。

改めて見渡してみれば、身近なものでおもしろい教材はたくさん転がっているのだろう。

われわれ理科教員は、正解にこだわりすぎてこれまで扱

うことを避けていた複雑そうな現象をより積極的に語れる時代に突入しているのではないだろうか。

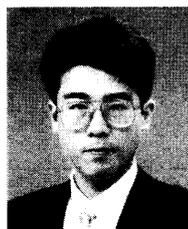
拙稿に対する読者の皆さんのご批判，ご叱正を仰げれば幸いである。豊田工業高校の山本公浩先生（現・豊橋工業高校），畔柳民夫先生，弟子丸隼人先生，故浅野忠幸先生にはブランコおもちゃ「のび太くん」をはじめとする共振実験用具の設計と作製に絶大な支援をいただいた。大阪府立四天王寺高校の檀上慎二先生と創価中学高等学校の片桐泉先生には熱パイプの実験について多くの情報と励ましをいただいた。畏友山田泰彦氏（神戸大学）には摂動論とカオスについて多くの教示を，畏友徳田恵一氏（名古屋工業大学）には Mathematica のプログラミングについて貴重な示唆をいただいた。大内富夫先生（現・旭野高校）には授業や実験に関わる討論を通じて有益な助言と示唆を与えられ不断に啓発していただいた。西瀧千明氏（元科学技術振興機構）にはサイエンスレンジャーへ，平松和彦氏（旭川西高校）には北京の Sony Explora Science（索尼探夢）へ誘っていただいた。小野輝男先生（京都大学）には本学会誌への寄稿の機会と暖かい励ましを賜った。多くのみなさんのご教示が陰に陽に怠惰な自分を支えてくれている。ここに記して深甚からの感謝の言葉としたい。

References

- 1) M. Ikai: Proceedings of Science Teachers' Society in Nara Prefectural High School, **32**, 11 (1993).

- 2) M. Ikai: Proceedings of Science Teachers' Society in Nara Prefectural High School, **33**, 21 (1994).
- 3) M. Ikai: Kinki Meeting of The Physics Education Society of Japan, **26**, 61 (1995).
- 4) M. Ikai: General Meeting of Science Education Society of Japan, **17**, 4 (1995).
- 5) K. Itou: "What is Chaos?" 14 (1993).
- 6) M. Ikai: General Meeting of Science Education Society of Japan, **20**, 40 (1998).
- 7) Aichi Physics Circle Home Page: <http://www2.hama-jima.co.jp/ikiikiwakuwaku/>
- 8) S. Danjou: Meeting of The Physics Education Society of Japan, **14**, 24 (1997).
- 9) N. Tatsutani: *Butsuri Kyouiku*, **38**, 299 (1990).
- 10) M. Ikai: *Butsuri Kyouiku*, **47**, 193 (1999).
- 11) G. Nicolis and I. Prigogine: EXPLORING COMPLEXITY (1993).
- 12) J. Gleick: CHAOS-making a new science (1991).
- 13) M. Ikai: *Sci. & Technol. J.*, **11**, 40 (2002).
- 14) K. Itou: "What is Chaos?" 59 (1993).

(2005年4月1日受理)



井階 正治 いかい まさはる

1961年生。京都大学工学部卒。奈良県立耳成高校，登美ヶ丘高校，愛知県立豊田工業高校，守山高校を経て2003年4月より愛知県立愛知工業高校教諭。1999年日本理化学協会協会賞受賞。2000年4月より科学技術振興機構サイエンスレンジャーとして活動，現在に至る。日本物理教育学会，日本天文学会，愛知物理サークル所属。