

NB3=0→ $\theta_y$  拘束)

3) TH, NN……そのパートの板厚, 1パート内部材数

4) XI, XJ, N1, N2, N3……部材曲げ剛性, 捩り剛性, 部材両端および要素の残りの節点の節点番号

3)~4)パート数くり返し

MT データには, 「FEM」で計算された, 要素および部材の応力と, 要素データが入っている。

## 2.8 出力

1) 固有値の計算途中結果とその誤差

2) 収束した固有値と各節点の変位ベクトル  $\{\omega_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}\}$

## 3. プログラムの点検

### 3.1 計算精度および誤差

固有値演算上は, くり返し法により誤差 0.3% 以内にしている。計算結果を簡単な模型につき解析解と比較すると 2~5% 程度座屈荷重が低くでる。複雑な模型では実験値と比較すると, 非常に良く一致するものから 20% 程度座屈荷重が低くでるものまでである。

### 3.2 計算所要時間

「FEM」による応力計算に比較すると, 同じ模型につき数倍の時間がかかる。一例としてウィングタンク・ストラット部模型の場合 (6パート, 要素数 175, 節点数 117) で 70 分かかる。

### 3.3 適用範囲, 制限事項

本プログラムでは, 二次元構造物の弾性座屈しか扱えない。また計算機のメモリー上から以下の制限がある。

ある。

1) パート数 12 以下

2) 1パート内にては, 要素数 50 以下, 部材数 30 以下, 節点数 22 以下

3) 荷重条件 1 つだけ

4) 総節点数 258 以下

「FEM」にて本プログラム用のデータ作製する際, 「FEM」の入力データも上記の制限を優先させなければならない。

## 4. プログラムの用法について

### 4.1 オペレート

まず, 別プログラム「FEM」で作成した MT のデータを用意する。プログラムは, AB で MT に入っているので, ¥MPXEQ (BUCK) でロードする。

### 4.2 プログラムの応用

材料特性が非線型となる塑性状態をも扱えるように拡張できるが, その場合より高レベルの計算機システムが必要である。

## 5. あとがき

本計算において計算されるのは, 最低次の固有値と固有ベクトルのみである。すなわち, 一番早い荷重段階で生ずる局所的なあるいは全体的な座屈が解析できる。

また対称構造物の一部のみをとり出して, その局所的な座屈解析のみ扱うこともできる。

# 11. 有限要素法による平面応力計算プログラム

船体構造部 遠 藤 久 芳

## 1. プログラムの目的および概要

一般に船体は, 骨付きの板構造物であるといえる。本プログラムは, 骨付き板構造物について, 有限要素法による二次元解析を行ない, 各部の X-Y 方向応力・主応力とその方向・骨部材の軸応力・各節点の変位を求めると共に, BUCK (座屈計算プログラム) のデータを作製することもできるものである。なお, 現在の共用計算機システムにおいてできるだけ多くの節点とれ, 大型の構造物を精度良く計算できるように工

夫してある。

## 2. プログラムの内容

2.1 プログラムの番号および名称

45-046 FEM

2.2 製作者

船体構造部 遠藤久芳

2.3 製作年月

昭和 46 年 11 月

2.4 計算の基礎となる理論の概要

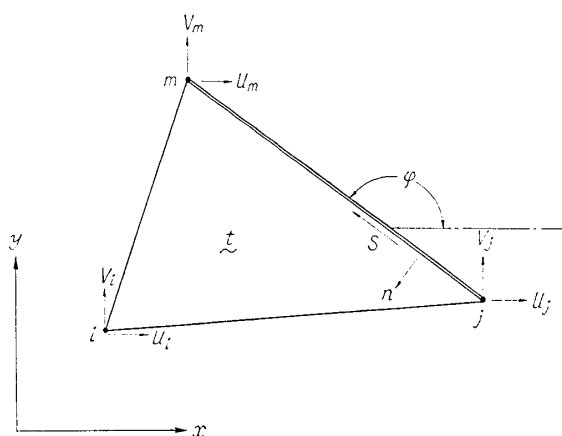


図-1 要素と記号

三角形要素の3節点を  $i, j, m$  とすると、要素内の任意の点の  $x$  方向、 $y$  方向の変位  $u, v$  を次のように表わす。

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \{\delta^e\} \quad \dots\dots (1)$$

ただし

$$\{\delta^e\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix}, \quad \begin{aligned} N_i &= (a_i + b_i x + c_i y)/2\Delta \\ N_j &= (a_j + b_j x + c_j y)/2\Delta \\ N_m &= (a_m + b_m x + c_m y)/2\Delta \end{aligned}$$

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j$$

$$b_i = y_i - y_m$$

$$c_i = x_m - x_j$$

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix}$$

$(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_m, y_m)$ .....各節点の座標

$(u_i, v_i), (u_j, v_j), (u_m, v_m)$ .....各節点の変位

1) 平板の剛性マトリックス,  $K_p$

(1) より要素内のひずみ、応力は、次のように表わせる。

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \times \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

(26)

$$\times \{\delta^e\} = [C] \{\delta^e\} \quad \dots\dots (2)$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D][B] \{\delta^e\} \quad \dots\dots (3)$$

要素のひずみエネルギー  $\Delta U_p$  は

$$\begin{aligned} \Delta U_p &= \frac{1}{2} \int \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dA \\ &= \frac{1}{2} \int \{\delta^e\}^T [C]^T [D] [C] \{\delta^e\} dA \\ &= \frac{1}{2} \{\delta^e\}^T [K_p] \{\delta^e\} \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

2) 節点外力ベクトルを  $\{F^e\}$  とすると、外力のなす仕事  $\Delta W$  は

$$\Delta W = \{F^e\}^T \{\delta^e\} \quad \dots\dots (5)$$

3) 補強材(骨)の剛性マトリックス,  $K_s$

$\{\varepsilon_s\}$  補強材のひずみベクトル

$\{\sigma_s\}$  補強材の軸応力ベクトル

$[D_s]$  補強材の剛性 ( $[D_s] = [EA]$ )

$[T_s]$  座標変換マトリックス

とすると

$$\{\sigma_s\} = [D_s] \{\varepsilon_s\} \quad \dots\dots (6)$$

(2) より

$$\{\varepsilon_s\} = [T_s] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T_s][B] \{\delta^e\} \quad \dots\dots (7)$$

補強材のひずみエネルギー  $\Delta U_s$  は

$$\begin{aligned} \Delta U_s &= \frac{1}{2} \int \{\sigma_s\}^T \{\varepsilon_s\} ds \\ &= \frac{1}{2} \int \{\delta^e\}^T [C]^T [T_s]^T [D_s] [T_s] [C] \{\delta^e\} ds \\ &= \frac{1}{2} \{\delta^e\}^T [K_s] \{\delta^e\} \quad \dots\dots (8) \end{aligned}$$

4) 面内応力解析

系のポテンシャル  $\pi$  は

$$\pi = \sum (\Delta U_p + \Delta U_s) - \sum \Delta W \quad \dots\dots (9)$$

(4), (5), (8) と  $\Delta \pi = 0$  より

$$[K] \{\delta\} - \{F\} = 0 \quad \dots\dots (10)$$

ただし

$$[K] = \sum [K_p] + \sum [K_s]$$

$$\{\delta\} = \sum \{\delta^e\}$$

$$\{F\} = \sum \{F^e\}$$

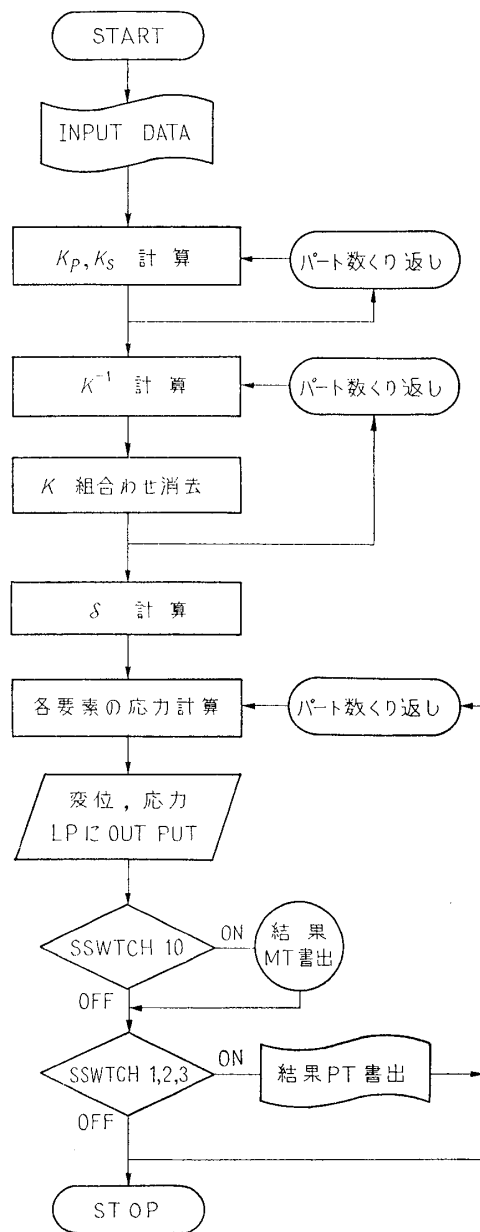


図-2 フローチャート

(10)より節点変位  $\{\delta\}$  が得られ、さらに(3), (6), (7)より各応力が得られる。

#### 2.5 計算の手順 (図-2 参照)

#### 2.6 プログラムの用語および計算機種

FORTTRAN IV, FACOM 270-20

#### 2.7 入力

1) NPART, NBOUN, NLC……全パート数, 拘束点数, 荷重条件数

2) NPOIN, NI, NELEM, NNN……1つのパートの全節点数, 内部節点数, 要素数, 部材数

3) NOD1, NOD2, NOD3, TH……1つの要素

の節点番号, 板厚

4) NOD1, NOD2, A……1つの部材の両端節点番号, 断面積

2)~4) NPART 回くりかえす。

3) NELEM 個必要

4) NNN 個必要

5) I, X, Y……節点番号とその X, Y 座標

6) NFI, NBX, NBY, BVX, BVY……拘束点の節点番号, 拘束条件 (例 NBX=0, BVX=0.0…X方向を拘束, NBY=0, BVY=1.0…Y方向強制変位 1.0mm 与える。)

7) I, UX, UY……外荷重を加える節点番号と, X方向, Y方向荷重

#### 2.8 出力

$u, v$ ……各節点の X 方向と Y 方向の変位

$X_N, Y_N, \sigma_{xy}, \sigma_y, \tau_y, \sigma_1, \sigma_2, \theta$ ……各要素の重心位置座標と X 方向, Y 方向応力, 主応力とその方向

$\sigma_s$ ……各部材の軸応力

また SSWTCH 10 を ON にすれば「BUCK」(座屈計算プログラム) 用の入力データが MT に OUT PUT される。

SSWTCH 1, 2, 3 を各々 ON にすることにより, 部材軸応力, 要素主応力, 変位が PTP に OUT PUT される。(別プログラムで XY プロットに図示できる)

### 3. プログラムの検定

#### 3.1 計算精度および誤差

逆行列計算において一部倍語長計算を用いている。自由度数により演算上の精度は異なるが, いっぱいに使用しても問題にならない程度の誤差しかない。

#### 3.2 計算所要時間

要素分割数, 自由度数などにより異なるが, 一例として鉾石運搬船の中央断面の場合 (9 PART, 要素数 62+65+53+62+50+60+55+47+16, 節点数 36+36+40+40+35+40+38+31+18, 部材数 23+11+21+24+28+20+22+19+11, 荷重条件数 2) で 110 分かかる。荷重条件数はそれほど計算時間に影響しない。

#### 3.3 適用範囲, 制限事項

本プログラムは, 二次元構造物しか扱えず, また材料特性は線型でなければならない。計算機のメモリー量から次の制限がある。パート数は15以下, 1パート内の節点数 40 以下・部材数は 30 以下, 荷重条件は 4 以下。

#### 4. プログラムの使用法について

##### 4.1 オペレート

本プログラムは多数のセグメント、サブルーチンを有し、コンパイルに時間がかかるので MT より、¥MPXEQ により直接ロードする。所定の SSWTCH を ON にすることによって、各出力データが得られる。

##### 4.2 プログラムの応用

二次元構造物解析用のプログラムであるが、他プログラム（「VFRAN」）と併用すれば、簡易立体計算が

可能である。またこの計算結果を用いて、有限要素法による座屈計算が可能である。

#### 5. あとがき

本プログラムによれば、それほど細かい要素分割をしなくても、大多数の船体断面の平面応力解析が可能である。補助記憶装置としてドラムと MT 2 台をいっばいに使用している上に多数のセグメントサブプログラムを有しているので計算能率は悪い。この程度の計算は本来もっと大型の計算機システムにおいて効率的に扱われるものである。

## 12. 有限要素法による熱伝導解析プログラム

機関開発部 塚田 悠 治・天田 重 庚・町 田 明 正

機関性能部 前 橋 正 雄・塩出敬二郎・高 井 元 弘

#### 1. プログラムの目的および概要

形状の複雑な熱機関部品等の熱や強度解析に、有限要素法は有効であると考えられる。本プログラムは、当所共用計算機 FACOM 270-20 の使用を前提に、有限要素法により二次元の熱伝導解析を行なうことを目的とした汎用プログラムである。

#### 2. プログラムの内容

##### 2.1 プログラムの番号および名称

45-024, SASKE-H

##### 2.2 製 作 者

機関開発部 塚田悠治, 天田重庚, 町田明正  
機関性能部 前橋正雄, 塩出敬二郎, 高井元弘

##### 2.3 製 作 年 月

昭和48年 5 月

##### 2.4 計算の基礎となる理論の概要

二次元熱伝導の基礎方程式は、

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q \quad \cdots \cdots (1)$$

境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} T &= T_s && \text{on } \Gamma_T \\ -k \frac{\partial T}{\partial n} &= q_n && \text{on } \Gamma_q \\ h(T_\infty - T) &= k \frac{\partial T}{\partial n} && \text{on } \Gamma_h \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (2)$$

で与えられる。

ただし、 $\rho$ : 比重量,  $c$ : 比熱,  $k$ : 熱伝導率,  $T$ : 温度,  $t$ : 時間,  $Q$ : 単行面積あたりの熱発生量,  $n$ : 境界の法線方向,  $q_n$ : 単位長さあたりの熱量,  $h$ : 熱伝達率,  $T_\infty$ : 境界  $\Gamma_h$  と接する媒質温度である。

(1)式, (2)式と等価の汎関数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \chi = & \iint \left\{ \frac{1}{2} k \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] - QT + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} T \right\} \\ & \times dx dy + \int_{\Gamma_q} q T ds + \int_{\Gamma_h} \left( \frac{1}{2} h T^2 - h T_\infty T \right) ds \end{aligned} \quad \cdots \cdots (3)$$

次に、 $x-y$  座標系に節点  $1(x_1, y_1)$ ,  $2(x_2, y_2)$ ,  $3(x_3, y_3)$  の 3 節点からなる三角形要素  $e$  を考え、三角形要素内の温度分布を次式で与える。

$$T = \frac{1}{A} (A_1 T_1 + A_2 T_2 + A_3 T_3) \quad \cdots \cdots (4)$$

全要素についての汎関数の極値条件より次式を得る。

$$[K]\{T\} + [P]\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} + \{B\} = 0 \quad \cdots \cdots (5)$$

ただし、 $T_i$ : 節点  $i$  の温度,  $\{T\}$ : 節点温度ベクトル,  $\{B\}$ : 節点に与えられる熱量ベクトル,  $[K]$ : 定常項の係数マトリックス,  $[P]$ : 非定常項の係数マトリックス,  $\{\partial T / \partial t\}$ : 節点の温度勾配ベクトルである。

(5) 式を用いて、時間刻み  $\Delta t$  間の温度変化を求め、各時間ごとの解を積み重ねて行き温度変化を求める。このために次のような方式を用いた。