

1-6

(昭和 49 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

3 次元剥離渦を生じた小縦横比翼の計算

正員 野 中 晃 二*

Calculation of slender wing with rolling-up vortex sheet
along side edgesby Koji Nonaka, *Member*

Summary

The Report deals with a characteristic flow field around a slender rectangular thin wing, where free vortices, which separate from side edges, roll up and form a symmetrical spiral vortex sheet. The aims are to obtain lift distribution and to grasp the macroscopic flow field around the wing.

Referring to the observed flow pattern around the wing by means of a hydrogen bubble method in a water tunnel, a simple flow model is assumed. The model consists of a pair of core vortices and feed vortex sheets which emerge from side edges to the core vortices.

With the simplification of the flow field, boundary conditions need to be made less detailed. That is, the condition on the wing surface is satisfied only along the center line of it, and the condition for the free vortices is simplified to the condition that total forces acting on the free vortices are zero.

By the method, reasonable results are obtained for normal force coefficient, center of pressure and average location of core vortices.

1 緒 言

翼形状と迎角分布を与えて揚力分布を求める境界値問題は翼理論における中心的な課題で、線型揚力面理論はその有力な武器だが、この理論では特に小縦横比翼において著しくあらわれる迎角に対する揚力分布の非線型性を説明する事は出来ない。そのため、自由渦を揚力面と同一平面上でなく 3 次元的に取り扱ったものとしては、Bolley¹⁾ や Gersten²⁾ 流のモデルがよく用いられているが、これらのモデルは翼のまわりの実際の流れを近似するというよりも、非線型な揚力分布を求めるための数学的手段としての色彩が強いようである。しかし、自由渦の変形を考慮した最近の Rubbert および Saaris³⁾、Djojodihardjo および Widnall⁴⁾ 等の理論に比べ、Bolley-Gersten 流のモデルは、その計算の簡単さに大きな利点を持っている。

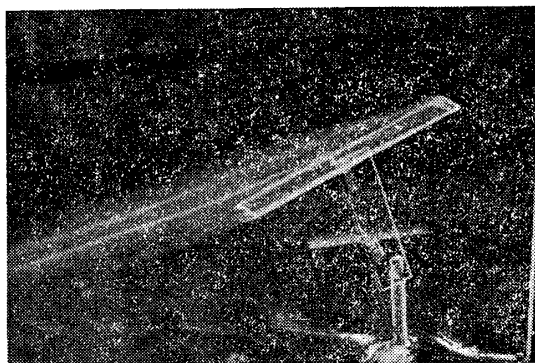
一樣流中におかれた翼を考えた場合、スパンの中間より出る渦は翼面に沿い、翼端渦は翼面とある傾きをなして流れ去り、これらの自由渦の作る渦面はしだいに巻きあがって一対の渦の核を作る事が知られている。縦横比の大きい翼では、この渦の巻きあがりが大きく発達するのは翼よりかなり後方になるため、翼近傍の流れに与える影響は小さいが、縦横比の小さい翼では、自由渦の大部分は翼端渦であるが、翼端渦の渦面が翼面上で大きく巻きあがり、いわゆる 3 次元剥離渦と呼ばれるものを作り、その翼近傍の流れに与える影響は無視出来ないと思われる⁵⁾。

本報告はこのような流れの場の特殊性に注目し、3 次元剥離渦を生じた縦横比の小さい矩形薄翼について、簡単なモデルを仮定して、揚力分布とともに翼まわりの大きな流れの場も同時に求めようとするものである。

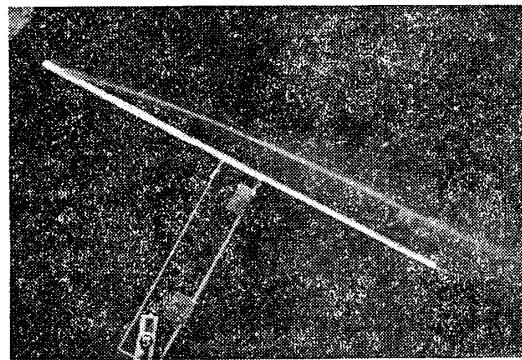
2 流れのモデルと境界条件

小縦横比翼まわりの流れの様子を見るため、回流水槽で縦横比 0.1, 0.2 の矩形薄翼について、電気分解によ

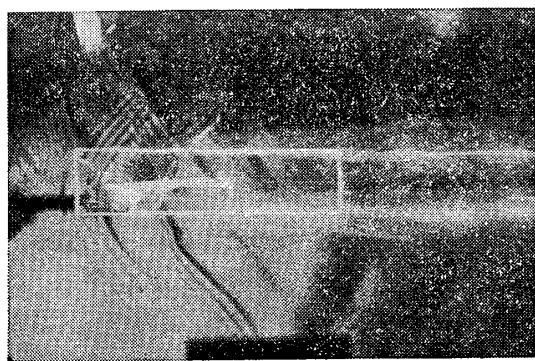
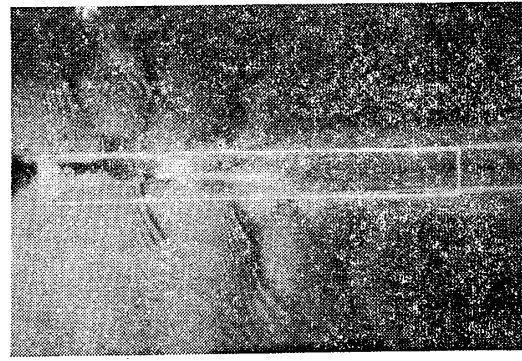
* 船舶技術研究所 運動性能部

 $\lambda = 0.2$  $\lambda = 0.1$

(a) 斜め後方から見た流れ

 $\lambda = 0.2$  $\lambda = 0.1$

(b) 横から見た流れ

 $\lambda = 0.2$  $\lambda = 0.1$

(c) 上から見た流れ

写真 1 回流水槽における観測写真の例

- | | | |
|----------------|---------------------|---------------------|
| (a) 斜め後方から見た流れ | ($\lambda = 0.2$) | ($\lambda = 0.1$) |
| (b) 横から見た流れ | ($\lambda = 0.2$) | ($\lambda = 0.1$) |
| (c) 上から見た流れ | ($\lambda = 0.2$) | ($\lambda = 0.1$) |

り翼端より水素気泡を発生させ流れの観察を行った。それによると、流れは Fig. 1(a) のような渦面を作り、渦核はほぼ翼端の垂直上方にあり、渦核の間隔はほぼそのまま下流へ流れ去る様子が観察された。同じ翼模型を用いて、以前に行ったミルク塗布法による流れの観察⁶⁾でも、翼端で剥離した流れは spiral vortex sheet を形成し、Fig. 1(a) のような流れになる様子が観察された。写真1に、斜め後方、側方および上方から見た翼まわりの流れの水素気泡法による観測写真の例を示す。渦核には水素気泡が集中し、白い線となって見えている。

このように、翼面上で大きく巻きあがった一对の3次元剥離渦に代表される、小縦横比翼まわりの特徴的な流れの場を、次のような渦モデルで近似する (Fig. 1(b))。

まず、束縛渦 (bound vortex) は翼幅方向に一定とし、spiral vortex sheet は一对の渦核 (core vortex) と、翼端から渦核への渦面 (feed vortex sheet) でおきかえ、core vortex は翼端垂直上方を直線的に流れ去るものとする。

翼面および自由渦面における境界条件は、流れの近似によりすべての点で満足させる事は出来ないので、平均的に満足させる事にする。

翼面における条件 $U \sin \alpha + w(x, y) = 0$ は次のようにおきかえる。

$$\int_{-1}^1 \{U \sin \alpha + w(x, y)\} f(y) dy = 0 \quad (1)$$

$f(y)$ は重み関数で、ここでは次の2つの場合について考える事にする。

[A] $f(y) = \delta(y)$; 翼幅中央での流れが翼面に沿う。

[B] $f(y) = 1$; 翼幅方向にわたっての流れの平均値が翼面に沿う。

自由渦の作る渦面は流れに沿い、渦面を横切って圧力は連続というのが自由渦に対する条件だが、モデルでは、この自由渦を core vortex と feed vortex sheet でおきかえている。自由渦を翼端垂直上方と仮定しているため、core vortex の上下方向の位置がきまれば自由渦の形がきまる事になる。core vortex が上下方向の流れに沿うなら、core vortex に働く y 方向の力は0であり、feed vortex sheet を横切って圧力が連続なら、feed vortex sheet に働く y 方向の力は0である。そこで、自由渦に対する条件を平均的に満足させるものとして、翼面上の core vortex と feed vortex sheet に働く y 方向の力が0であるという条件でおきかえる事にする。

3 翼面での吹き上げ

座標系は、幅2、長さ l の矩形薄翼が流れに α の迎角をもっておかれているとして、Fig. 2 のように取り、 x, y, z 軸方向の擾乱速度をそれぞれ u, v, w とする。

bound vortex を $\gamma(x)$ 、core vortex の傾きを β とすると、翼面での吹き上げは次のようになる。

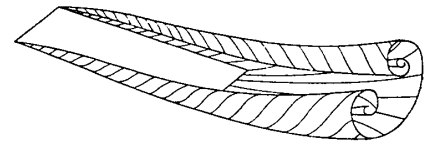
$$w(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \oint_0^l \frac{\gamma(x')}{x-x'} \left(\frac{1-y}{h_1} + \frac{1+y}{h_2} \right) dx' - \frac{\cos \beta}{4\pi} \int_0^l \gamma(x') \left\{ \frac{1-y}{h_3^2} (1 + \cos \alpha_3) + \frac{1+y}{h_4^2} (1 + \cos \alpha_4) \right\} dx' \quad (2)$$

但し、 $h_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (1-y)^2}$, $h_2 = \sqrt{(x-x')^2 + (1+y)^2}$

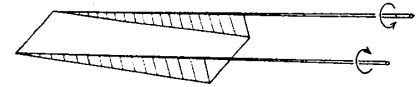
$$h_3^2 = (x \sin \beta)^2 + (1-y)^2, \quad h_4^2 = (x \sin \beta)^2 + (1+y)^2$$

$$\cos \alpha_3 = \frac{x \cos \beta - x' \sec \beta}{\sqrt{h_1^2 + (x' \tan \beta)^2}}, \quad \cos \alpha_4 = \frac{x \cos \beta - x' \sec \beta}{\sqrt{h_2^2 + (x' \tan \beta)^2}}$$

ここで $\gamma(x)$ は、Kutta の条件を満足する次のような級数で表わされるものと仮定する。



(a) 流れの状態



(b) 流れのモデル

Fig. 1 翼まわりの流れとそのモデル

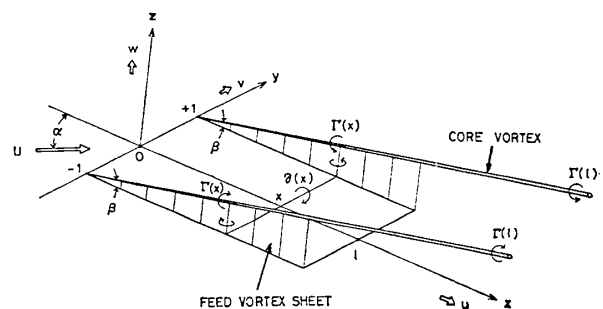


Fig. 2 座標系

$$\gamma(x) = -\frac{Ul}{2} k(\xi) = -\frac{Ul}{2} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \sum_{i=1}^N a_i \xi^{i-1} \quad (3)$$

但し, $x=l(1+\xi)/2$, $-1 \leq \xi \leq 1$

(1)式において条件[B]を使う場合は, y について(2)式を積分しなければならない。(2)式右辺第1項の()内の式は, 正で有界で滑かな関数なので, 被積分関数の $x=x'$ における特異性に定性的な影響を与えないし, 右辺第2項の被積分関数は特異点を持たない。従って, (2)式の y についての積分は, x' についての積分と順序交換が出来て次のようになる。

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 w(x, y) dy = & -\frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{x-x'} \left\{ \sqrt{(x-x')^2+4}-2 \right\} dx' \\ & -\frac{1}{\pi} \oint_0^l \frac{\gamma(x')}{x-x'} dx' + \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^x - \int_x^l \right) \gamma(x') dx' \\ & -\frac{\cos \beta}{4\pi} \cdot \ln \frac{(x \sin \beta)^2+4}{(x \sin \beta)^2} \cdot \int_0^l \gamma(x') dx' \\ & -\frac{\cos \beta}{4\pi} \int_0^l \gamma(x') \left\{ \ln \left(\frac{\sqrt{c+4}-|k|}{\sqrt{c+4}+|k|} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt{c}-|k|}{\sqrt{c}+|k|} \right) \right\} \operatorname{sgn}(k) dx' \end{aligned} \quad (4)$$

但し, $k=x \cos \beta - x' \sec \beta$

$$c=(x-x')^2+(x' \tan \beta)^2=k^2+(x \sin \beta)^2$$

$w(x, 0)$, $\int_{-1}^1 w(x, y) dy$ とともに $x=0$ では発散するが, $x \neq 0$ では存在する。

4 自由渦に働く力のつり合い

流れは zx 面について対称なので, $y=1$ における自由渦について考える。feed vortex sheet の微小面積 $dx dz$ に働く y 方向の力は,

$$-\rho \{U \cos \alpha + u(x, z)\} \gamma(x) dx dz$$

core vortex の微小長さ ds に働く y 方向の力は, core vortex の強さを $\Gamma(x)$ とすると,

$$\begin{aligned} & \rho \{U \sin \alpha + w(x)\} \cos \beta \\ & - \{U \cos \alpha + u(x)\} \sin \beta \} \Gamma(x) ds \end{aligned}$$

従って, 翼面上の自由渦に働く力の和が0という条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} & -\int_0^l \gamma(x) \left[\int_0^{x \tan \beta} \{U \cos \alpha + u(x, z)\} dz \right] dx \\ & + \int_0^l \Gamma(x) [\{U \sin \alpha + w(x)\} - \{U \cos \alpha + u(x)\} \tan \beta] dx = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

但し, $\Gamma(x) = \int_0^x \gamma(x') dx'$ ($0 \leq x \leq l$)

$$\Gamma(x) = \Gamma(l) \quad (x \geq l)$$

feed vortex での誘導速度 $u(x, z)$ は, bound vortex による u_b , feed vortex による u_f と core vortex による u_c とからなる。

$$\left. \begin{aligned} u_b(x, z) &= \frac{z}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{(x-x')^2+z^2} \frac{dx'}{\sqrt{(x-x')^2+z^2+4}} \\ u_f(x, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{h_f^2} (\cos \alpha_{f1} + \cos \alpha_{f2}) dx' \\ u_c(x, z) &= \frac{\sin \beta}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{h_c^2} (1 + \cos \alpha_{f3}) dx' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

但し, $h_f^2=(x-x')^2+4$, $h_c^2=(x \sin \beta - z \cos \beta)^2+4$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{f1} &= \frac{z}{\sqrt{h_f^2+z^2}}, \quad \cos \alpha_{f2} = \frac{x' \tan \beta - z}{\sqrt{h_f^2+(x' \tan \beta - z)^2}} \\ \cos \alpha_{f3} &= \frac{x \cos \beta - x' \sec \beta + z \sin \beta}{\sqrt{h_f^2+(x' \tan \beta - z)^2}} \end{aligned}$$

u_f, u_c はなんら特異性は持たないが, u_b は $z \rightarrow 0$ において $\gamma(x)/4$ の値を取り $x \rightarrow 0$ で発散するが,

$$\int_0^l \gamma(x) \left[\int_0^{x \tan \beta} u_b(x, z) dz \right] dx$$

は存在する。

core vortex での誘導速度は, $w(x)$ は bound vortex による w_b と core vortex による w_c とからなる。 $u(x)$ は bound vortex による u_b , feed vortex による u_f と core vortex による u_c とからなり, これらは (6)式において $z=x \tan \beta$ とおいたものに等しい。

$$\left. \begin{aligned} w_b(x) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^l \gamma(x') \frac{x-x'}{(x-x')^2 + (x \tan \beta)^2} \frac{dx'}{\sqrt{(x-x')^2 + (x \tan \beta)^2 + 4}} \\ w_c(x) &= -\frac{\cos \beta}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{4} \left\{ 1 + \frac{x-x'}{\sqrt{(x-x')^2 + (2 \cos \beta)^2}} \right\} dx' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} u_b(x) &= \frac{x \tan \beta}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{(x-x')^2 + (x \tan \beta)^2} \frac{dx'}{\sqrt{(x-x')^2 + (x \tan \beta)^2 + 4}} \\ u_f(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{h_f^2} (\cos \alpha_{c1} + \cos \alpha_{c2}) dx' \\ u_c(x) &= \frac{\sin \beta}{2\pi} \int_0^l \frac{\gamma(x')}{4} \left\{ 1 + \frac{x-x'}{\sqrt{(x-x')^2 + (2 \cos \beta)^2}} \right\} dx' \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

但し, $h_f^2 = (x-x')^2 + 4$

$$\cos \alpha_{c1} = \frac{x \tan \beta}{\sqrt{h_f^2 + (x \tan \beta)^2}}, \quad \cos \alpha_{c2} = \frac{(x'-x) \tan \beta}{\sqrt{h_f^2 + (x'-x)^2 \tan^2 \beta}}$$

(6), (7), (8)式を(5)式に代入すると, 自由渦に働く力が求まる。

5 揚力分布

翼面における条件(1)式と, 自由渦に対する条件(5)式の連立方程式を解くと, bound vortex $\gamma(x)$ と core vortex の傾き β が求まる。

翼の微小面積 $dxdy$ に働く揚力は,

$$\rho \{ U \cos \alpha + u(x, y) \} \gamma(x) dxdy$$

揚力係数 C_L , 前縁まわりのモーメント係数 C_M は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} C_L &= \frac{1}{lU^2} \int_0^l \gamma(x) \left[\int_{-1}^1 \{ U \cos \alpha + u(x, y) \} dy \right] dx \\ C_M &= \frac{1}{l^2 U^2} \int_0^l \gamma(x) x \left[\int_{-1}^1 \{ U \cos \alpha + u(x, y) \} dy \right] dx \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

条件[A]を使う場合は, (9)式において $u(x, y) = u(x, 0)$ とした。

翼面における誘導速度 $u(x, y)$ は, feed vortex による u_f と core vortex による u_c とからなる。

$$\left. \begin{aligned} u_f(x, y) &= -\frac{1}{4\pi} \int_0^l \gamma(x') \left(\frac{1-y}{h_1^2} \cos \alpha_1 + \frac{1+y}{h_2^2} \cos \alpha_2 \right) dx' \\ u_c(x, y) &= \frac{\sin \beta}{4\pi} \int_0^l \gamma(x') \left\{ \frac{1-y}{h_3^2} (1 + \cos \alpha_3) + \frac{1+y}{h_4^2} (1 + \cos \alpha_4) \right\} dx' \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

但し, $h_1, h_2, h_3, h_4, \cos \alpha_3, \cos \alpha_4$ は(2)式に同じ。

$$\cos \alpha_1 = \frac{-x' \tan \beta}{\sqrt{h_1^2 + (x' \tan \beta)^2}}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{-x' \tan \beta}{\sqrt{h_2^2 + (x' \tan \beta)^2}}$$

(10)式で $u_f(x, y)$ は $x \neq 0$ で有界, $u_c(x, y)$ は(2)式右辺第2項と同じ性質を持ち, $x \rightarrow 0, y \rightarrow \pm 1$ で発散するが(9)式の積分は存在する。

条件[B]を使う場合, (9)式の計算については, (10)式の被積分関数が y について解析的に積分出来るので, y と x' についての積分順序を交換する。

$$\left. \begin{aligned} &\int_{-1}^1 u_f(x, y) dy \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int_0^l \gamma(x') \left\{ \ln \left(\frac{\sqrt{c+4} - x' \tan \beta}{\sqrt{c+4} + x' \tan \beta} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt{c} - x' \tan \beta}{\sqrt{c} + x' \tan \beta} \right) \right\} dx' \\ &\int_{-1}^1 u_c(x, y) dy \\ &= \frac{\sin \beta}{4\pi} \cdot \ln \frac{(x \sin \beta)^2 + 4}{(x \sin \beta)^2} \cdot \int_0^l \gamma(x') dx' \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$+\frac{\sin \beta}{4 \pi} \int_0^l \gamma(x') \left\{ \ln \left(\frac{\sqrt{c+4}-|k|}{\sqrt{c+4}+|k|} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt{c}-|k|}{\sqrt{c}+|k|} \right) \right\} \operatorname{sgn}(k) dx' \quad \left. \vphantom{\int_0^l} \right\}$$

但し, $k = x \cos \beta - x' \sec \beta$

$$c = (x - x')^2 + (x' \tan \beta)^2 = k^2 + (x \sin \beta)^2$$

形式的に積分順序を交換した(11)式 $\int_{-1}^1 u_f(x, y) dy$ は, (10) 式 u_f の被積分関数の $y=1, x=x'$ における特異性のため発散積分となり, 正しく評価するには $x=x'$ で Cauchy の主値をとって積分しなければならない。

6 計算結果

数値積分はすべて次式の中のいずれかの形になおし, 積分変数を θ に変換し, θ について Simpson rule で積分を行った。

$$\left. \begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} f(\xi) d\xi &= \int_0^\pi (1+\cos \theta) f(-\cos \theta) d\theta \\ \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \frac{f(\xi)}{\xi_0 - \xi} d\xi &= \int_0^\pi (1+\cos \theta) \frac{f(-\cos \theta) - f(-\cos \theta_0)}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta \\ &\quad + \pi \cdot f(\xi_0) \\ \int_{-1}^1 f(\xi) d\xi &= \int_0^\pi f(-\cos \theta) \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

但し, $\xi = -\cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$)

(1), (5) 式の連立方程式は, 始めに β の値を仮定して $r(x)$ を求め, それから(5)式を計算し(5)式の値が 0 に近づくように β の値を修正し, 再び $r(x)$ を計算し, この手順をくり返して $r(x), \beta$ を求めた。(3)式 $r(x)$ の項数 N としては, C_L, C_M, β の収束を調べ, これらがほぼ収束した $N=11$ をとった。

Fig. 3 に縦横比 0.1, 0.2 の矩形薄翼についての, 揚力係数 C_L と前縁からの圧力中心位置 x_c/l ($=C_M/C_L$) の計算結果を示す。 C_L については [A] の方が [B] より低目に出ており, x_c については [A] の方が前縁より出ており, Winter および浜本の実験値 (文献(7)から読みとる) とは C_L, x_c とともに [A] の方がよく合っている。

Fig. 4 の bound vortex 分布 $r(x)$ でみると [A], [B] の差ははっきりする。同図には線型揚力面理論で計算した翼幅中央での bound vortex 分布も示しているが, 線型揚力面では bound vortex は前縁付近に集中し, 後半部では殆んど揚力を発生していないのに対し, [A], [B] とともに後半部でも揚力を発生しているが, [A] の方が後半部における盛上りの傾向が大きく, その度合は縦横比が小さい程大きい (Fig. 5)。この後半部における盛上りにもかかわらず [A] は前縁付近での立上りが大きいいため圧力中心は [B] よりも前縁に近づいている。

core vortex の傾き β については, 観測値としては翼後端

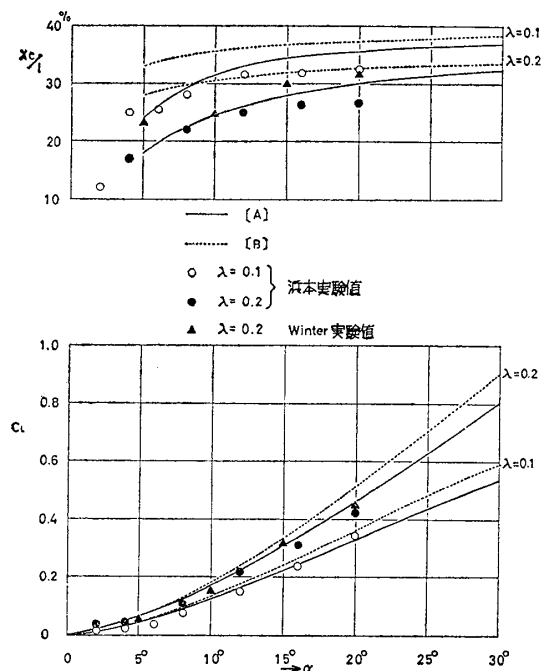


Fig. 3 揚力係数と圧力中心位置

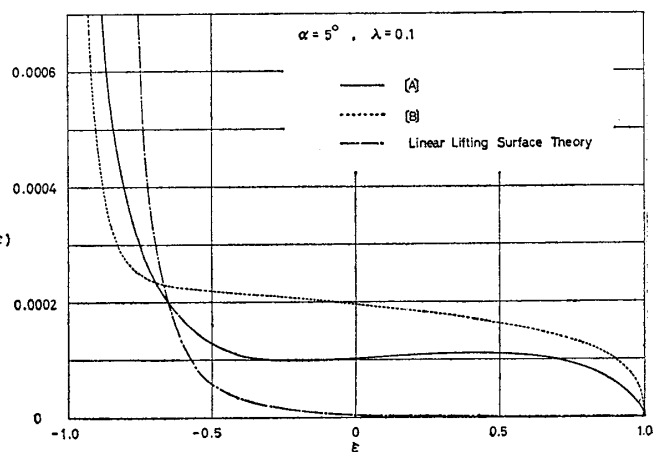


Fig. 4 bound vortex 分布の比較

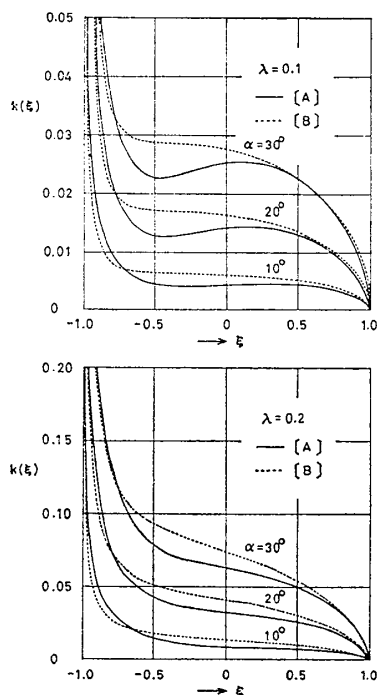


Fig. 5 bound vortex 分布

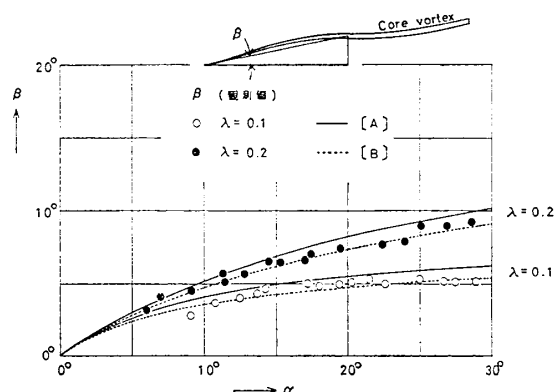


Fig. 6 core vortex の傾き

における core vortex の位置と翼前端を結んだ傾きを写真から読みとった。観測精度から考えてどちらがよく合っているとは言えないが、[A]、[B] ともに大体観測値に合っている。

以上より、条件[A]を用いれば、 C_L , α_c , β ともに実験値と大体合っており、翼弦方向の揚力分布と3次元剥離渦の位置を求める事において、本方法は一応妥当なものと思われる。

7 結 言

自由渦が翼面上で大きく巻きあがって3次元剥離渦を生じている、小縦横比翼まわりの特徴的な流れの場を、直線的に流れ去る一對の core vortex と、翼端から core vortex への feed vortex sheet でおきかえる事により、翼まわりの大きな流れの場と揚力分布について一応妥当な値を得る事が出来た。

本方法は船の操縦運動への応用を目標とする研究の第1段階のもので、操縦運動において船体に働く流体力を求めようとする場合、自由表面の影響を無視し、無限流体中における鏡像モデルについて lifting potential flow を求めるのが一般的と思われるが、揚力の発生については小縦横比揚力面としての作用が本質的なものであろうと考え、一応厚さの影響は無視し、揚力分布とともに翼まわりの実際の流れ場の特徴を把握する事に重点をおいて、モデルの作成と計算を行った。

今後は、厚さがある場合や自由表面が存在する場合への拡張を検討していきたい。

計算には船舶技術研究所共用電子計算機 FACOM 270-20 を使用した。終りに、本研究に対し批判、討論、助言を頂いた船研運動性能部の方々に感謝します。

参 考 文 献

- 1) W. Bolley : A Nonlinear Wing Theory and its Application to Rectangular Wings of Small Aspect Ratio, ZAMM, Bd. 19, Nr. 1 (1939)
- 2) K. Gersten : Nichtlineare Tragflächentheorie insbesondere für Tragflügel mit Kleinem Seitenverhältnis, Ingenieur-Archiv., XXX. Band (1961)
- 3) R. H. Djojodihardjo and S. E. Widnall : A Numerical Method for the Calculation of Nonlinear Unsteady Lifting Potential Flow Problems, AIAA Journal, Vol. 7, No. 10 (1969)
- 4) P. E. Rubbert and G. R. Saaris : Review and evaluation of a three-dimensional lifting potential flow analysis method for arbitrary configurations, AIAA Paper, No. 72-188 (1972)
- 5) 例えば,
D. Küchemann and J. Weber : Vortex Motions, ZAMM, Bd. 45, Heft 7/8 (1965)
J. H. B. Smith ; Theoretical work on the formation of vortex sheets, Progr. in Aero. Sci., Vol. 7, Pergamon Press (1966)
- 6) 野中晃二 : 翼端剥離を起した小縦横比翼の計算, 船研研究発表会講演概要, 第16回 (昭和45年)
- 7) 浜本剛実 : 小縦横比揚力面の積分方程式とその近次解析, 日本造船学会論文集第124号 (昭和43年12月)