

## 縦衝撃による丸棒不連続部の応力の伝播

佐久間正明\*・北村 茂\*  
青木 元也\*・前中 浩\*

The Propagation of Stress Induced in Cylindrical Bars with  
Discontinuous Planes due to Longitudinal Impact

By

Masaaki SAKUMA, Shigeru KITAMURA

Genya AOKI and Hiroshi MAENAKA

**Abstract**

The load measuring system of a dynamic testing machine is usually composed of parts which have different section, such as a specimen, a load cell and connecting rods. The object in this paper is to analyze this system as a whole from a viewpoint of propagation of stress waves. The continuous bars of which sections were not uniform and two or three bars connected by means of a screw were tested by longitudinal impact load. The analysis of the results was carried out by using one dimensional theory of stress wave propagation. The results confirm that the phenomena of stress propagation on these discontinuous bars and bars connected by a screw are able to be explained by using the theory of stress wave propagation.

**1. 緒 言**

衝撃試験で荷重を計測する場合には荷重測定系全体の動的特性を把握することが必要である。通常、材料の強度特性を調べる場合の荷重測定系は試験片、試験片取り付け治具およびロードセル等、形状寸法の異なる部品で構成される。当所の大型高速引張試験機についても荷重測定系全体の振動解析が行われたが、ロードセルによる計測波形と試験片に作用する荷重が異な

る場合のあることが報告されている<sup>1)</sup>。

低速度の試験や延性的な破壊の強度特性を調べるときは荷重計測時間が長いため、ロードセルによる荷重計測の波形はおおくの繰返し振動を含むので、荷重測定系を振動解析することによって、試験片に作用する荷重を求めることができる。しかし高速度の試験や脆性破壊のように降伏点以下の破壊荷重を求める場合は、計測時間は短くなる。この場合、荷重測定系の周波数特性をあげる必要があるが、荷重測定系の長さや太さなどは実際の試験機では寸法上の制限を受けるので、振動解析には限界がある。このような場合、応力波の伝播理論を用いて解析する方が、振動解析によるより有利であると思われる。

\* 構造強度部

原稿受付：昭和62年10月26日

以上の観点から、著者らは長尺棒を利用した試験装置を用いて縦衝撃による応力波の伝播特性を調べてきた<sup>2)</sup>。衝撃力が荷重測定系に加わると応力波が生じ、測定系を伝播する。測定系に断面が変化する不連続面があると応力波の伝播が乱れる。このため測定位置によって異なった波形が計測される。不連続面の影響に関しては、応力波の伝播理論による結果がエネルギー論的にも矛盾なく説明でき、実験結果を理論的に解析できることが報告されている<sup>3)</sup>。

荷重測定系は構成部品の断面が長さ方向に変化しており、各部品はネジで連結されている。ネジ継手が応力波の伝播に及ぼす影響については、これまでにあまり検討されていない。そこで本研究では、精度よい衝撃荷重計測の一助とするため、異径断面の丸棒およびネジ継手丸棒の縦衝撃試験を行い、これらが応力およびその伝播に及ぼす影響を調べるとともに、結果を一次元の応力波伝播理論に基づいて解析した。

## 2. 応力波の伝播理論

一次元の弾性応力波の伝播理論については既に多くの解説がなされているが、本報告の解析に使用したものを中心にその概略を以下に述べる。

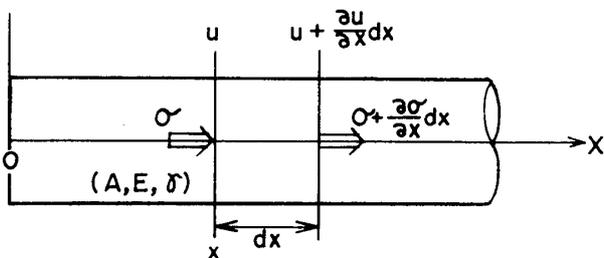


図-1 一様断面丸棒内の変位と応力

図-1のように、一様断面丸棒（断面積 $A$ 、縦弾性係数 $E$ 、比重量 $\gamma$ ）の変形前の端面に座標の原点をとり、棒の長さ方向に $x$ 軸をとる。座標は棒の変形状態に関わらず一定と考えると、任意の断面 $x$ における変位を $u$ 、応力を $\sigma$ とする。丸棒の剛体としての変位を考えないで、応力波が棒内を伝播し、丸棒の断面が一様な一軸応力状態にある場合、微小長さ $dx$ の要素に働く慣性力とその両端に作用する力の釣合を考えると、

$$A\sigma + Adx \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = A \left( \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) \quad (334)$$

ここに、 $g$ は重力の加速度。

弾性変形に対する応力と歪の関係は、

$$\sigma = E \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (1)$$

であるので、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left( \frac{Eg}{\gamma} \right) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

(2)式は丸棒の縦振動の運動方程式で、ラプラス変換<sup>4)</sup>あるいは正規関数<sup>5)</sup>を用いて解き、丸棒の端面の境界条件および初期条件を入れれば断面 $x$ の変位および応力を求めることができる。弾性波の伝播理論では変位あるいは応力の動きを波動とみて、(2)式を一次元の波動方程式と考える。この場合変位および応力は次式で示す速度 $C_0$ で縦波として伝播することになる。

$$C_0 = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma}} \quad (3)$$

鋼では、 $E = 2.10 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ 、 $\gamma = 7.85 \times 10^{-6} \text{ kgf/mm}^3$ として、 $C_0 = 5.12 \times 10^3 \text{ m/sec}$ となる。

一様断面の丸棒を伝播した変位および応力が丸棒の端面に達すると、端面の条件に応じて応力が反射して逆方向に伝播する。端面が固定されているときは同符号の応力（圧縮応力は圧縮応力）が、自由端のときは異符号の応力（圧縮応力は引張応力）が反射する。ある応力が速度 $C_0$ で丸棒内を伝播するとして、棒内の応力波の位置と時間の関係を示し、これをもとに棒内の任意の位置の応力波形を求めるのが図式解法である。図式解法によって、棒の任意の位置の応力状態を簡単に求めることができるが、棒の端面や不連続面での反射が繰り返されると手数がかかり、長時間の応力波形を求めるのには適さない。

変位および応力の波頭が一定速度 $C_0$ で伝播するとき、図-1の断面 $x$ における変位 $u$ および応力 $\sigma$ は微小時間 $dt$ 後に $C_0 \cdot dt$ だけ進む。従って、断面 $x$ の変位は歪 $(\partial u / \partial x) \times C_0 \cdot dt$ となる。また、断面 $x$ の変位速度を $V (= \partial u / \partial t)$ とすれば、時間 $dt$ 後の変位は $V \cdot dt$ となる。従って、

$$\frac{\partial u}{\partial x} \cdot C_0 \cdot dt = V \cdot dt$$

ここで、(1)式を用いて次式が得られる。

$$\sigma = \frac{E}{C_0} \cdot V \quad (4)$$

従って、丸棒の断面に生じる応力は断面の変位速度に比例する。

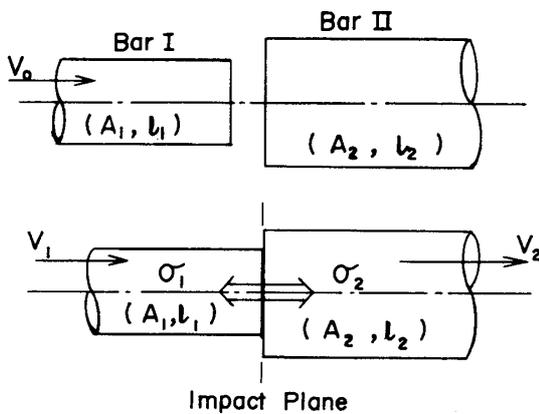


図-2 二つの丸棒の衝突

図-2に示すように、丸棒Ⅰ(断面積  $A_1$ 、長さ  $l_1$ )を同質材の丸棒Ⅱ( $A_2$ 、 $l_2$ )に初速度  $V_0$ で衝突させたとき、両棒に生じる衝撃応力を  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ とする。衝突直後の丸棒Ⅰの速度を  $V_1$ 、丸棒Ⅱの速度を  $V_2$ とすると、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ はともに圧縮応力であるので(4)式で速度の方向を考えて、

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0 - \sigma_1 C_0 / E \\ V_2 &= \sigma_2 C_0 / E \end{aligned}$$

衝突直後の両棒の衝突面近傍の変位速度および荷重が等しいと考えて、

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2 \\ A_1 \sigma_1 &= A_2 \sigma_2 \end{aligned}$$

従って、両棒に生じる衝撃応力は次式となる。

$$\sigma_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \cdot \frac{E}{C_0} \cdot V_0 \quad (5)$$

$$\sigma_2 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \cdot \frac{E}{C_0} \cdot V_0 \quad (6)$$

両棒の断面積が等しいとき、(5)、(6)式から両棒に生じる衝撃応力が等しくなるので、(4)式から両棒の衝撃直後の速度は初速度の1/2となる。

図-3に示すように、丸棒に断面が  $A_A$  から  $A_B$  に変わる不連続面があるとき、断面Aを伝播してきた応力  $\sigma$  が不連続面に達すると応力  $\sigma_A$  が断面Aに反射し、応力  $\sigma_B$  が断面Bに透過する。不連続面での荷重および速度の釣合を考えると、

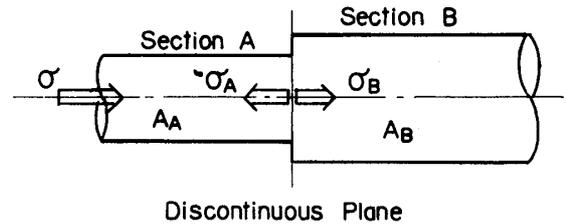


図-3 不連続面における応力の伝播

$$\begin{aligned} A_A (\sigma + \sigma_A) &= A_B \sigma_B \\ \frac{C_0}{E} \cdot (\sigma - \sigma_A) &= \frac{C_0}{E} \cdot \sigma_B \end{aligned}$$

反射率  $\alpha$  および透過率  $\beta$  を

$$\sigma_A = \alpha \sigma \quad (7)$$

$$\sigma_B = \beta \sigma \quad (8)$$

で定義すると、

$$\alpha = \frac{A_B - A_A}{A_A + A_B} \quad (9)$$

$$\beta = \frac{2A_A}{A_A + A_B} \quad (10)$$

反射応力に対しては断面AとBの大きさを考慮する必要があるが、図の場合、 $A_A < A_B$  であるので  $\alpha > 0$  で、 $\sigma_A$  は  $\sigma$  と同符号で伝播方向(速度の方向)が逆になる。断面Bの断面積が大きいとき( $A_B = \infty$ )、 $\alpha = 1$ 、 $\beta = 0$  で不連続面が固定端の条件となる。断面Bの断面積が非常に小さいとき( $A_B = 0$ )、 $\alpha = -1$ 、( $\beta = 2$  であるが無意味)で自由端の条件である。不連続面に対しては常に  $\alpha + \beta = 1$  となる。

### 3. 実験

今回の実験は荷重測定系の中から、異径断面部とネジで継がれた部分について試験した。

#### 3.1 実験方法

実験は、振子式丸棒衝撃装置<sup>2)</sup>を利用して、ある高さに持ち上げた丸棒(入力棒)を静止している試験体(出力棒)に衝突させ、両者に発生する圧縮の衝撃応力を歪ゲージで計測することによって行った。実験方法の概略を図-4に示す。

入力棒の長さは衝撃応力のパルス幅に影響を及ぼすので、100mm から 4000mm の長さとした。試験体は不連続面をもつ異径断面丸棒とネジ継手をもつ丸棒に大別される。試験体の形状を図-5に示す。異径断面

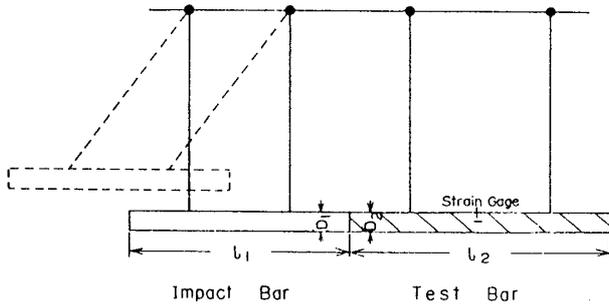
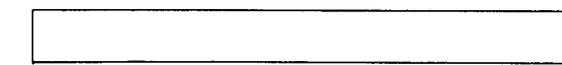
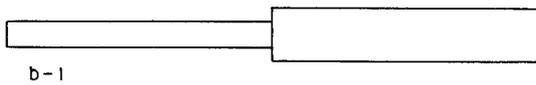


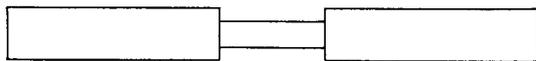
図-4 実験方法の概略



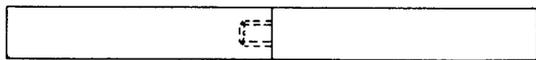
(a) Cylindrical Bar with Continuous Section



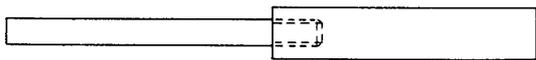
b-1



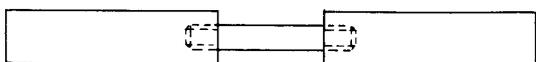
b-2 (b) Bar with Discontinuous Section



c-1



c-2



c-3 (c) Bars Connected by means of Screw

図-5 試験体の形状

丸棒は図に示す (b-1) の不連続面が一つのものと、(b-2) の大断面—小断面—大断面と不連続面が二つあるもの (小断面部をもつ丸棒) に分かれる。前者については、小断面側を打撃する場合と大断面側を打撃する場合の 2 種類の試験を行った。後者は中央部の小断面を試験片に見立てたものである。以上の試験体で応力波の伝播に及ぼす不連続面の影響について、基礎的なデータを得るための試験をした。ネジ継手をもつ丸

棒については、異径断面丸棒の場合と形状が等しい図の (c-1)~(c-3) の試験体を用いた。ネジ継手をもつ丸棒の試験では、先ず (c-1) の試験体を用い、噛み合わせネジ山数、締め付けトルク等のネジを締め付ける条件の影響を調べた。衝撃試験で計測した衝撃応力はネジ継手を不連続面でモデル化して、不連続面をもつ丸棒として解析した。これらの実験条件をまとめて図-6 に示す。実験は図に示した入出力棒の寸法、打撃方向 (左向き破線矢印は引張を意味する) および打撃速度を変えて行い、衝撃応力、反射応力および透過応力を歪ゲージで計測している。

供試した入力棒および出力棒は直径 20mm の S45C 材のみがき棒で、試験体の小断面部およびネジ継手は機械切削で加工した。各棒の衝突面は、できる限り面接触になるように入念な仕上げを行い、衝突による変形をなくすためにそれぞれ焼入処理を施した。

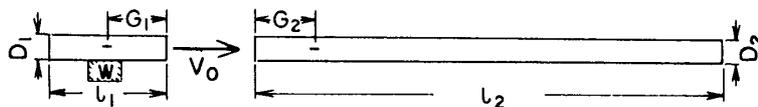
衝撃応力の計測は、ゲージ長 5mm の箔歪ゲージ (昭和測器製 N11-FA-5-120-11) を使用して、出力効率が良く且つ片当り等による波形のひずみを修正できる 4 アクティブゲージ法<sup>2</sup> で計測した。歪ゲージ出力は直流増幅器 (昭和測器製 5931) を経て、ウェーブ・メモリー (オートニクス製 S126) に記録した。歪ゲージを含めた計測機器の応答特性については、前報<sup>2</sup> で既に十分な検討を行い、問題のないことを示した。

## 3.2 実験結果と考察

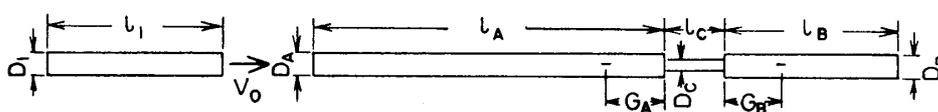
### 3.2.1 一様断面丸棒における縦衝撃

入力棒と出力棒を衝突させたときに生じる衝撃波形の特性を調べた。本報告では圧縮衝撃応力が主となるので圧縮応力を正符号、引張応力を負符号で示した。

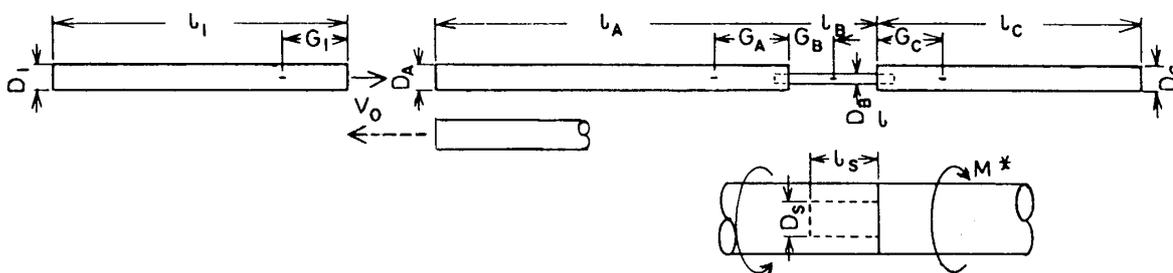
直径 20mm の入力棒の長さを 100, 400, 1000mm に変え、直径 20mm、長さ 4000mm の出力棒を速度 70cm/sec で打撃した。出力棒の打撃面より 500mm の位置で計測した応力波形を写真-1 に示す。打撃により生じた圧縮の衝撃応力の大きさの計測結果は、(5)式による値  $1.44 \text{ kg/mm}^2$  にほぼ等しくなった。これと同条件の図式解法で求めた応力波形を図-7 に示す。図式解法による応力波形は次のような考え方より求める。打撃により生じた圧縮の衝撃応力波は両棒の端面に向かって伝播する。この実験では入力棒の方が出力棒より短いため、応力波の反射は入力棒の端面での反射が先になる。このことから、入力棒に生じた圧縮応力は入力棒の端面で反射し ( $l_1/C_0$  後)、異符号 (引張応力) となって打撃面より出力棒に透過する ( $2l_1/C_0$  後)。こ



$V_0$ (cm/sec)	$l_1$ (mm)	$D_1$ (mm)	$G_1$ (mm)	W: Weight (g)	$l_2$ (mm)	$D_2$ (mm)	$G_2$ (mm)
70	100, 400 1000	20	—	0	4000	20	500
70, 140 210, 280	1000	20	500	0, 500, 1000 1500, 2000	2000	20	—



$V_0$ (cm/sec)	$l_1$ (mm)	$D_1$ (mm)	$l_A$ (mm)	$l_B$ (mm)	$l_C$ (mm)	$D_A$	$D_B$	$D_C$ (mm)	$G_A$ (mm)	$G_B$ (mm)
70, 140 210	250 2000	20	750	750	0	20	10	—	650	300
70, 140 210	250 2000	20	750	750	0	10	20	—	650	300
140, 210	4000	20	1200	600	200	20	20	7.6, 12, 16	200	200



$V_0$ (cm/sec)	$l_1$ (mm)	$D_1$ (mm)	$G_1$ (mm)	M (kgf/cm)	$l_A$	$l_B$	$l_C$	$l_S$ (mm)	$D_A$	$D_B$	$D_C$	$D_S$ (mm)	$G_A$ (mm)	$G_B$ (mm)	$G_C$ (mm)
70	250	20	—	0~400	2000	2000	0	40	20	20	—	10	1000	1000	—
					0	—	20		—	1000	1000				
	250	20	—	300	2000	2000	0	10~40	20	20	—	10	1000	1000	—
					0	—	20		—	1000	1000				
140	100	20	—	300	1000	950	0	40	20	20	—	8, 10, 12	500	500	—
					0	950	1000		—	20	—		450	500	
	1500	20	—	300	0	2000	1900	40	—	$D_S$	20	8, 10, 12	—	1000	900
					1900	2000	0		20	$D_S$	—		900	—	
210	400	20	500	300	2000	500	1500	40	20	10	20	10	500	250	500
	1000				—	—	—		—	—					
	4000				—	—	—		—	—					

\* M: Tightening Moment

図-6 実験条件

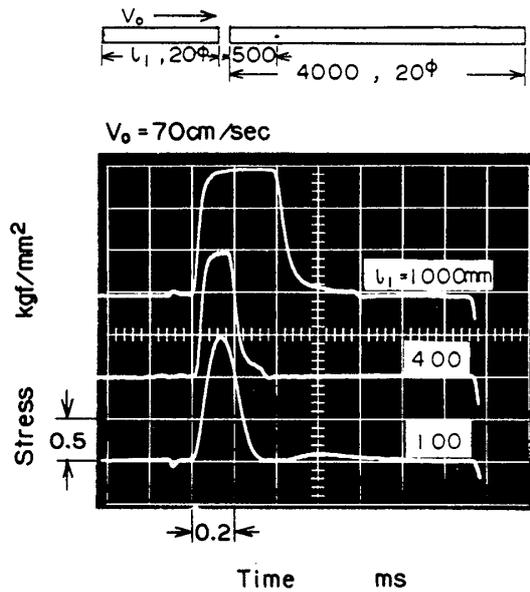
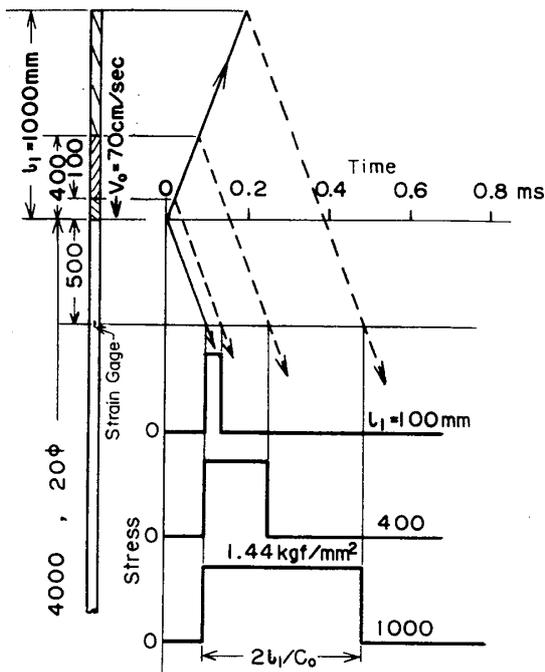


写真-1 入力棒の長さの応力-時間関係に及ぼす影響

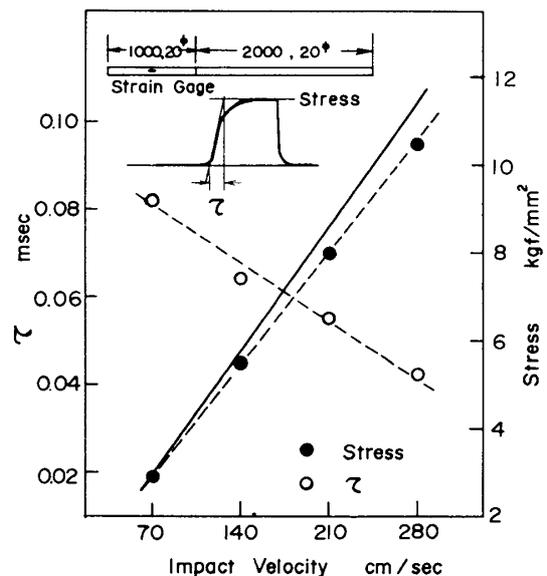
図-7 入力棒の長さを変えた場合の応力波形の  
図式解法による比較

の応力波が出力棒を伝播する衝撃応力を除荷する。このため出力棒で計測される応力波形は矩形となり、この幅 ( $2l_1/C_0 =$  衝撃応力の持続時間) は入力棒の長さに比例する。図式解法で求めた応力波形は、ほぼ写真-1の計測波形と一致した。しかし、入力棒の長さ

(338)

が  $100\text{ mm}$  の様に短くなると、写真-1 の下の計測波形のように応力波形は矩形とならず、衝撃応力の最大値に達する前に除荷が始まるため、その持続時間も長さに比例した値が得られなくなる。

直径が  $20\text{ mm}$  で長さが  $1000\text{ mm}$  の入力棒を用い、長さ  $2000\text{ mm}$  の同径の出力棒に、打撃速度を  $70, 140, 210, 280\text{ cm/sec}$  に変えて打撃したときの結果を図-8に示す。図には図内の定義による波形の立ち上がり時間  $\tau$  (打撃直後に生じる応力値の最大値に達するまでの時間) および入力棒の中央で計測した衝撃応力と打撃速度の関係を併せて示した。図の横軸に打撃速度をとり、縦軸に波形の立ち上がり時間 (左側) および衝撃応力 (右側) をとった。図中の白ヌキの丸が波形の立ち上がり時間で、黒ヌキの丸が衝撃応力である。衝撃応力の計測結果 (右上りの破線) は実線で示す(5)式の関係より小さくなる傾向を示したが、打撃速度に比例している。立ち上がり時間は打撃速度が速いものほど短くなった。さらに、入力棒の重量が衝撃応力および波形立ち上がり時間に及ぼす影響について、入力棒に  $500 \sim 2000\text{ g}$  の重量を付加して調べた。それぞれの衝撃応力波形の比較を写真-2に示す。各々の衝撃応力波形の  $\tau$  および応力値はほとんど同じである。この様に衝突により生じる衝撃応力の大きさは、打撃速度に比例するが、入力棒の長さおよび重量には影響されない。衝撃応力の持続時間は入力棒の長さに比例す

図-8 衝撃応力および立ち上がり時間と  
衝撃速度の関係

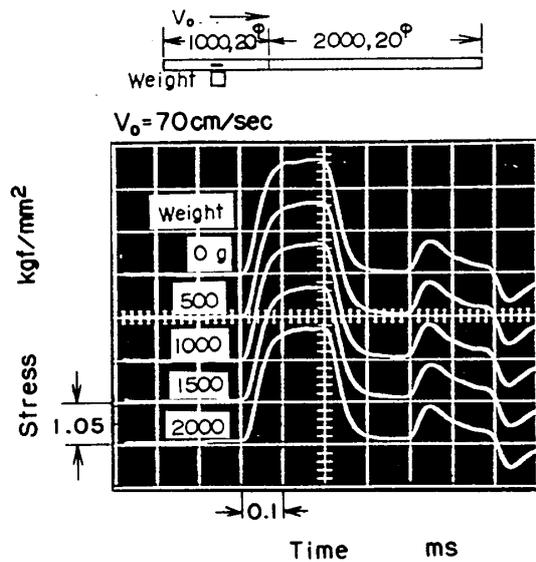


写真-2 付加重量の応力—時間関係に及ぼす影響

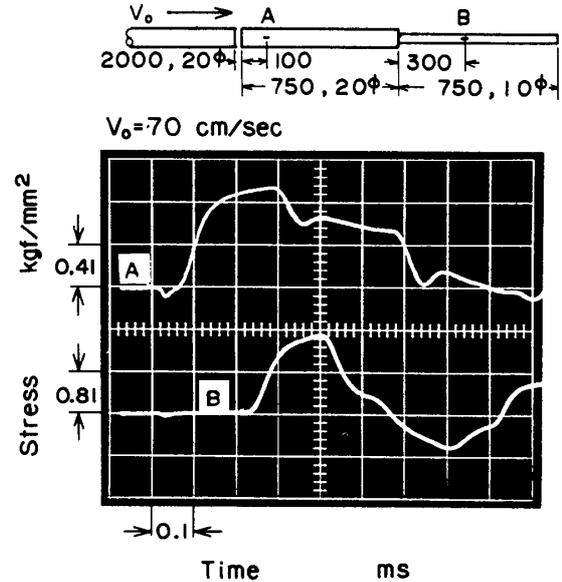


写真-3 異径断面（大断面—小断面）をもつ丸棒の応力—時間関係

る。従って、出力棒にパルス状の衝撃応力を入力するときは短い入力棒を、ステップ状の衝撃応力が必要なときは長い棒を使用する。

以上の結果から、丸棒の衝突によって生じる衝撃応力波形は、2節の応力波の伝播理論によってほぼ説明できる。

### 3.2.2 異径断面丸棒における縦衝撃

不連続面をもつ異径断面丸棒に加えられた衝撃応力の伝播特性を図-5に示した (b-1), (b-2) の形状の丸棒を用いて調べた。

〈大断面から小断面への伝播〉

打撃面から 750mm 迄の直径が 20mm で残りの 750mm の直径が 10mm の出力棒に、長さ 2000mm で直径が 20mm の入力棒で打撃速度 70cm/sec で打撃したときに、出力棒の打撃面から 100mm の位置 (A) 及び不連続面から 300mm の位置 (B) で計測した波形を写真-3に示す。この場合の図式解法で求めた応力波形を図-9に示す。打撃により生じた圧縮の応力波は不連続面に達すると、圧縮応力として小断面に透過し、引張応力として大断面側に反射する。小断面に透過した応力波が出力棒の端面に達すると引張応力として反射し、不連続面に伝播して透過、反射する。出力棒の端面で

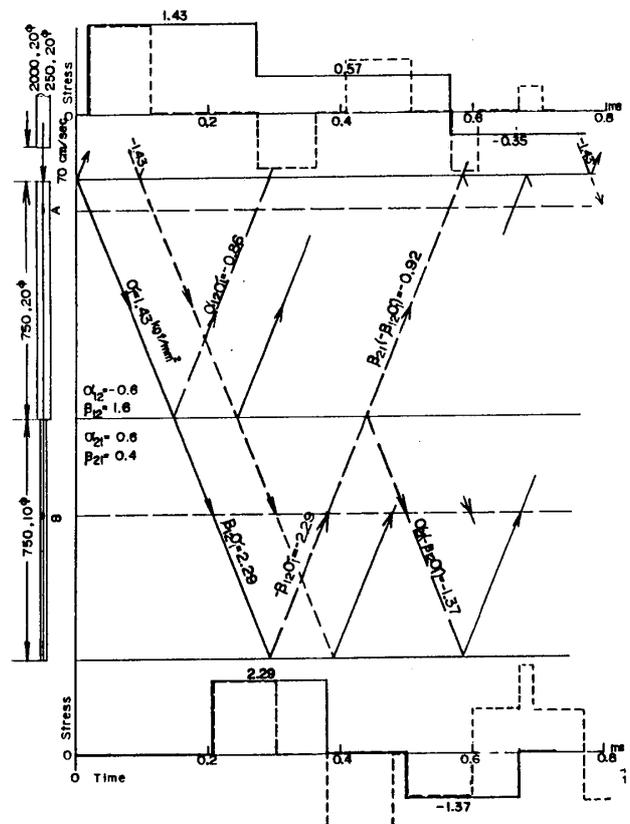


図-9 大断面から小断面に伝播する応力の図式解法

反射した引張応力が不連続面を透過し打撃面に到達した後、入力棒の端面で反射した引張応力が打撃面に達すると、入力棒と出力棒が離れる。写真-3の波形と図-9の図式解法で求めた応力波形はほぼ一致した。

この様に、長い入力棒で持続時間の長い衝撃応力を出力棒にいれると、不連続面による反射波により、打撃面側の大断面(A)で計測する波形は後半が不連続面からの反射応力の大きさ分割られた波形となる。不連続面より後ろの小断面(B)で計測される波形は出力棒の端面と不連続面によって反射が繰り返され、圧縮と引張応力が交互に現れる。なお、図-9に破線で示したように、短い入力棒(250mm, 20φ)を用いた場合は打撃面側の波形も両棒が離れるまでは小断面で計測された波形(B)と同様に、圧縮と引張応力が交互に現れる。

〈小断面から大断面への伝播〉

前項の出力棒の方向を逆にして、直径10mmの小断面を打撃した場合の計測波形を写真-4に、図式解法により求めた応力波形を図-10に示す。波形の計測位置Aは小断面の打撃面より100mmで、Bが不連続面より後ろ300mmの位置である。入力棒の長さを2000mmにし、持続時間が長い衝撃応力を出力棒にいれると、打撃面側の小断面で計測する波形(A)は不連続面での圧縮の反射応力が入力した衝撃応力に重畳されて特徴のある波形となる。持続時間の短い衝撃応力(入力棒の長さ、250mm)の場合は図-10の破線で示すように、不連続面からの反射波が計測される前に、入力棒の端面からの引張の反射波により除荷され、衝撃応力はあまり拡大されない。持続時間の短い衝撃応力を入力した場合には、大断面での計測波形(B)に引張の応力波形が現れるのが特徴である。何れの場合も計測波形は図式解法で求めた波形に近く、応力値もほぼ一致した。

打撃速度と計測応力の関係を図-11に、大断面から小断面への伝播の場合と併せて示す。図には直径20mmの入力棒との衝突により生じた打撃面側Aの衝撃応力(白ヌキ印)と不連続面を透過した後の断面Bの応力(黒ヌキ印)を示している。衝撃応力は不連続面での反射応力が計測位置に到達するまでのもの、透過応力は丸棒端面での反射応力が計測位置に到達するまでのものである。これまでの形状的な不連続面についての結果は丸印で、後述するネジ継手の場合は四角印で示されている。図の破線は(6)式によるもの、実線は(8)および(10)式により求めたものである。計測結果は

(340)

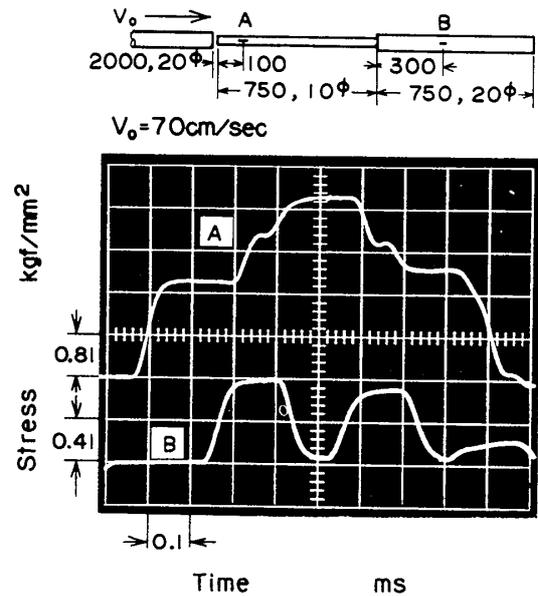


写真-4 異径断面(小断面—大断面)をもつ丸棒の応力—時間関係

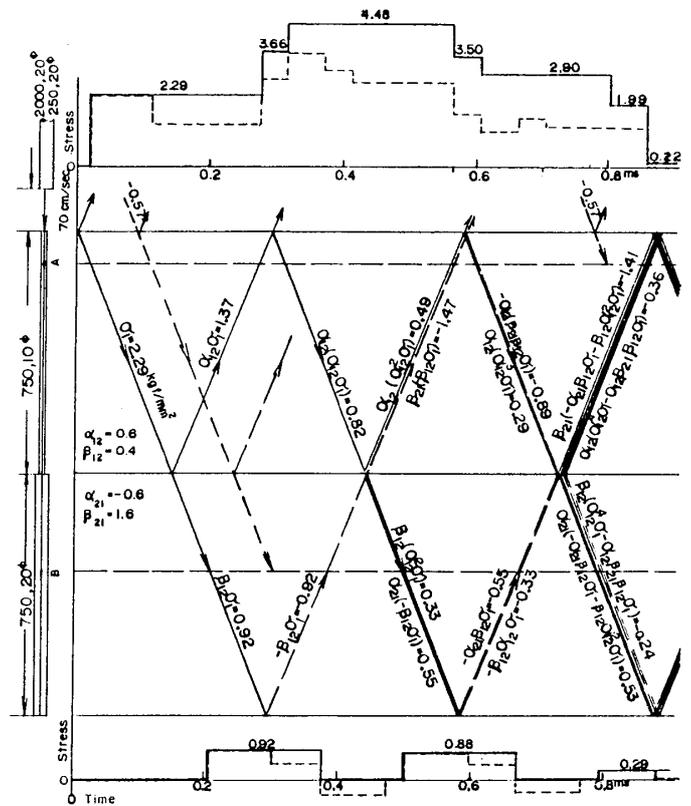


図-10 小断面から大断面に伝播する応力の図式解法

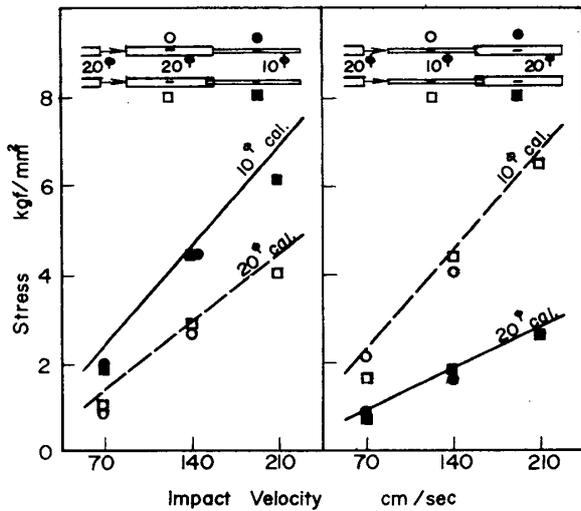


図-11 不連続面を伝播する応力と衝撃速度の関係

計算結果より若干低めにでたが、打撃速度には比例した。

〈大断面—小断面—大断面への伝播〉

小断面部を持つ丸棒について、各計測点での衝撃応力波形を図式解法で求め、図-12に示す。用いた出力棒は打撃面から1200mmまでの直径が20mm、その位置から200mmの間(小断面)の直径を7.6, 12および16mmに変化させ、その後の直径は20mmで長さが600mmである。これに、長さ1500mmで直径が20mmの入力棒で打撃速度140および210cm/secで打撃した。140cm/secの打撃速度の場合について出力棒の打撃面に近い不連続面から200mmの位置(A)およびもう一つの不連続面から200mmの位置(B)で計測した波形を写真-5に示す。小断面の直径が小さいほど、Aの波形では最初のピークからの低下量が大きく、Bの波形では最初のピークの値が低くなる。これらの現象が起こる時間およびその応力値は写真-5および図-12はともにほぼ一致した。入力棒と出力棒が同径の場合、両棒が接していれば出力棒の不連続面からの反射波は打撃面から入力棒へ完全に透過する。しかし不連続面からの反射波が打撃面で一部が反射されれば、図-12に示す破線のような波形が加えられることになり、写真-5で衝撃応力の最終除荷時に現れた山(破線部分)を説明することができる。

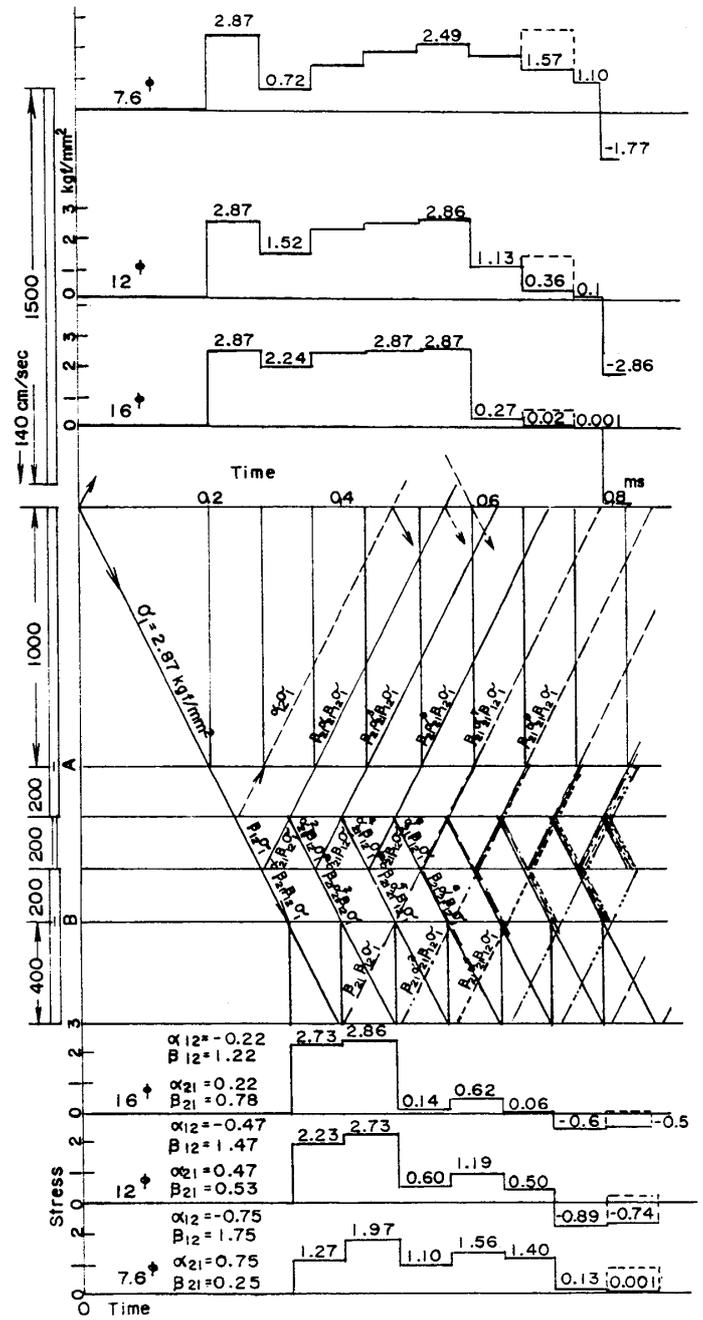


図-12 小断面をもつ丸棒における応力の図式解法

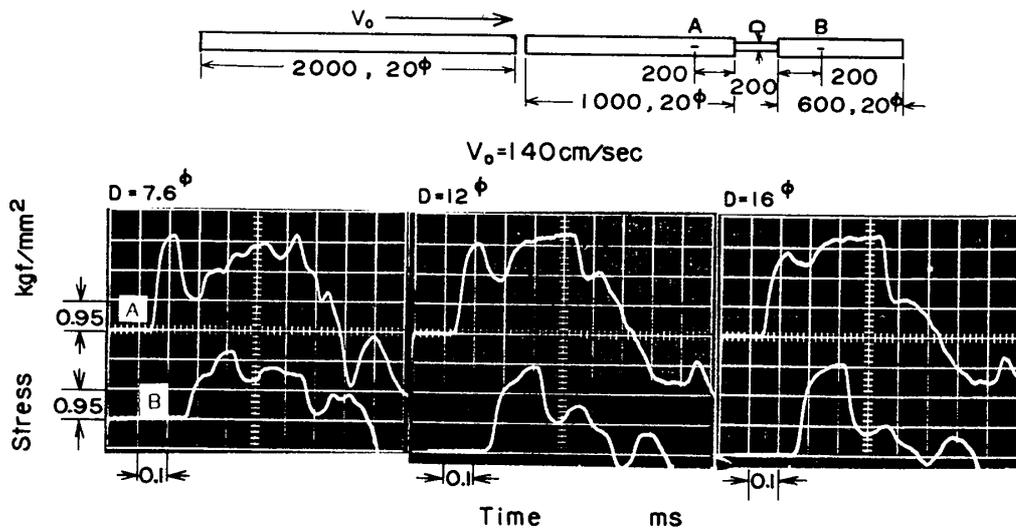


写真-5 小断面をもつ丸棒の応力-時間関係

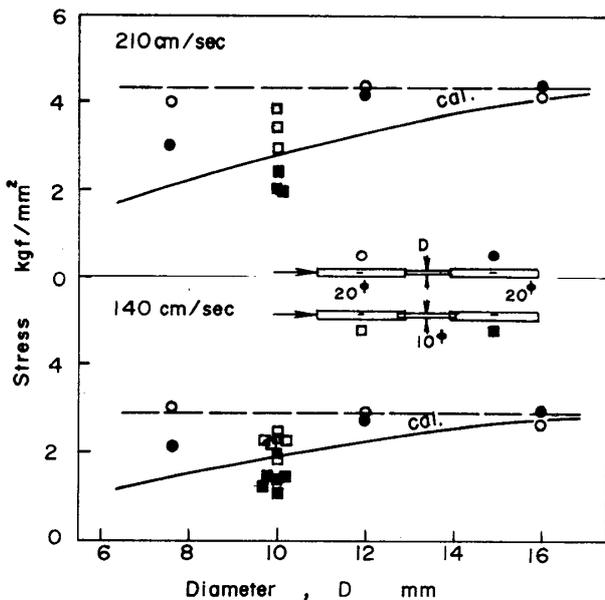


図-13 小断面をもつ丸棒を伝播する  
応力と棒径の関係

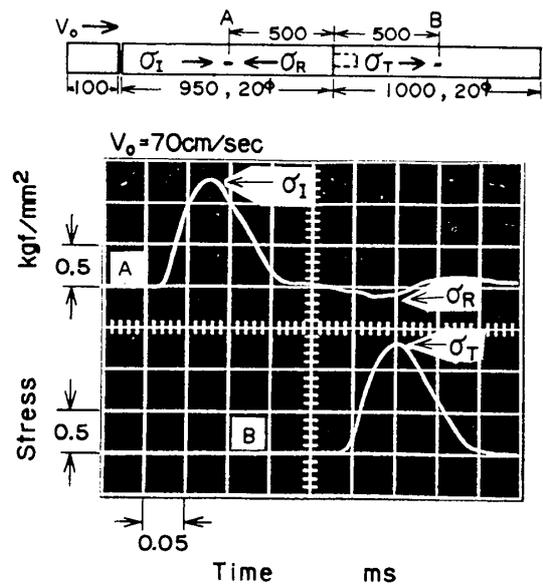


写真-6 ネジ継手をもつ丸棒の入力、透過  
及び反射応力と時間の関係

小断面の直径と計測応力の関係を 図-13 に示す。図-11 の場合と同様に加えられた衝撃応力 (白ヌキ丸印) と二つの不連続面を透過した応力 (黒ヌキ丸印) を小断面の直径に対して示している。何れの応力も不連続面および丸棒端面での反射応力を含まないものである。図の破線は(6)式によるもの、実線は(8)および(10)式を二つの不連続面に対してそれぞれ用いて計算したものである。四角印は図に示したネジ継手をもつ場合の結果を併せて示している。図から、衝撃応力は計測

結果と伝播理論による計算結果がほぼ等しくなったが、透過応力は計測結果の方が計算結果より高めであった。

### 3.2.3 ネジ継手によって接続された丸棒における縦衝撃

#### 3.2.3.1 ネジ継手のモデル化

ネジ継手をもつ丸棒にパルス状の衝撃荷重を与える

と継手の前後で計測される応力波形は写真-6のようになった。Aで計測された最初のピーク値が入力応力( $\sigma_i$ )でその後の異符号の波形はネジ継手での反射応力( $\sigma_r$ )と考えられる。Bで計測された最初のピーク値はネジ継手を透過した応力( $\sigma_t$ )である。この様に、ネジ継手でも不連続面と同様に入力された衝撃応力の透過および反射が行われる。応力波の伝播特性を解析するため、図-14に示すようにネジ継手部を不連続面としてモデル化した。モデル1は同径棒をネジで接続した場合で、ネジ継手部の雄ネジの外径断面分細い小断面部をもつ丸棒と考えた。異径棒をネジで継いだ場合も同様にモデル2を考え、大径棒がネジ継手でネジの外径断面分細くなった断面をもつとした。また、モデル3の様にネジの噛み合っていない部分だけを考慮し、小断面部を持っていると考えることもできる。そして、モデル3の方が、実験値と良く一致する場合もあったが、詳細については後述する。

### 3.2.3.2 ネジ継手をもつ同径棒における縦衝撃

ネジで継がれた同径丸棒を用い、ネジの締め付け力、ネジの長さ(ネジ山数)およびネジの太さが応力波の伝播特性に及ぼす影響を調べた。出力棒は長さ1000mmおよび2000mmで直径20mmの丸棒に雌ネジを切り、それぞれにM10、P1.5の雄ネジをもつ同径棒を継ぎ合わせ、全長を1950mmと4000mmにしてある。応力の計測は両棒が接している面の両側に、前者

はそれぞれ500mmの位置に、後者はそれぞれ1000mmの位置に貼った歪ゲージで行った。入力棒は長さ100mmと250mmで直径20mmの丸棒とし、パルス状の応力が加わるようにした。打撃速度は70,140,210cm/secに変えて試験した。

〈ネジの締め付け力の影響〉

ネジの締め付け力の影響を長さ4000mmの出力棒を用いて調べ、その計測結果を図-15に示す。横軸は締め付けトルク、縦軸は打撃側に入力された引張あるいは圧縮応力( $\sigma_i$ )に対するネジ継手を透過した応力( $\sigma_t$ )を上段に、反射応力( $\sigma_r$ )の比を下段に示す。図中白ヌキの印は雄ネジを有する側から入力した場合で、黒ヌキの印は雌ネジ側から入力した場合である。丸印は圧縮応力、三角印は引張応力を入力したときの結果を表す。図よりネジの締め付け力が弱いときは、雄ネジ側より引張応力を入力した場合に透過および反射応力が低下した。これは、ネジの締め付け力が弱い場合は引張応力により、ネジで継がれた二つの棒が離れようとして、両棒の継目に隙間ができ、引張の応力が伝わりにくくなったためと思われる。その他は加えられた応力に対するネジ継手を透過した応力の比が0.95~1.0となる。また、反射応力の比は0~0.05程度となった。以上のことから、締め付けモーメントが300kgf·cm以上あれば応力波の伝播に対するネジ継手の影響はほぼないといえる。

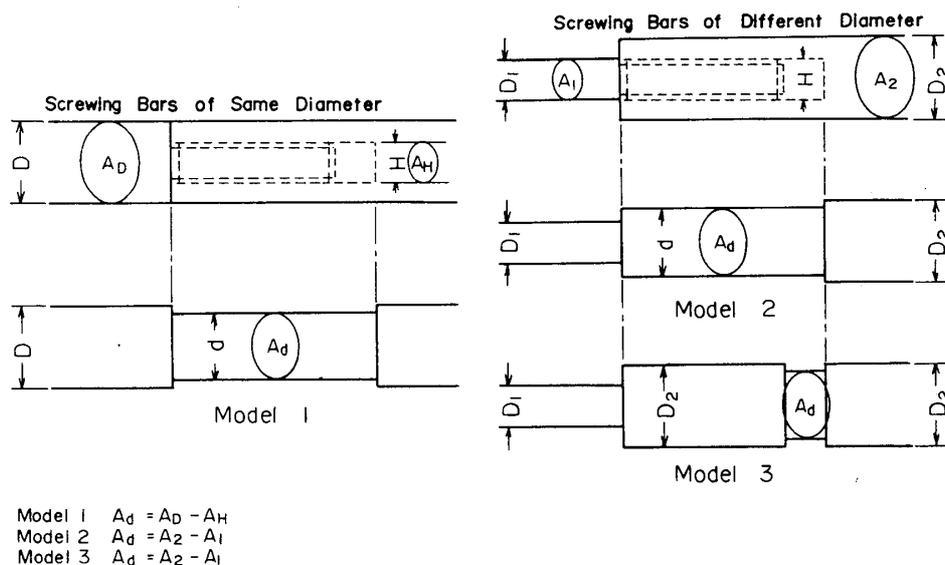


図-14 ネジ継手部のモデル化

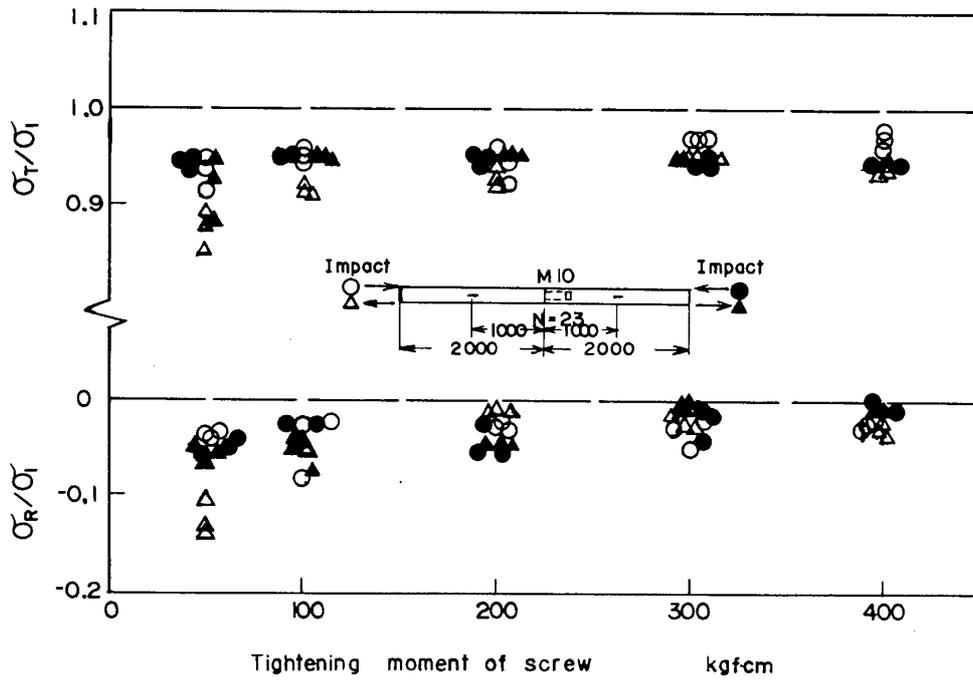


図-15 ネジ継手の透過応力（上）および反射応力（下）と締め付けモーメントの関係

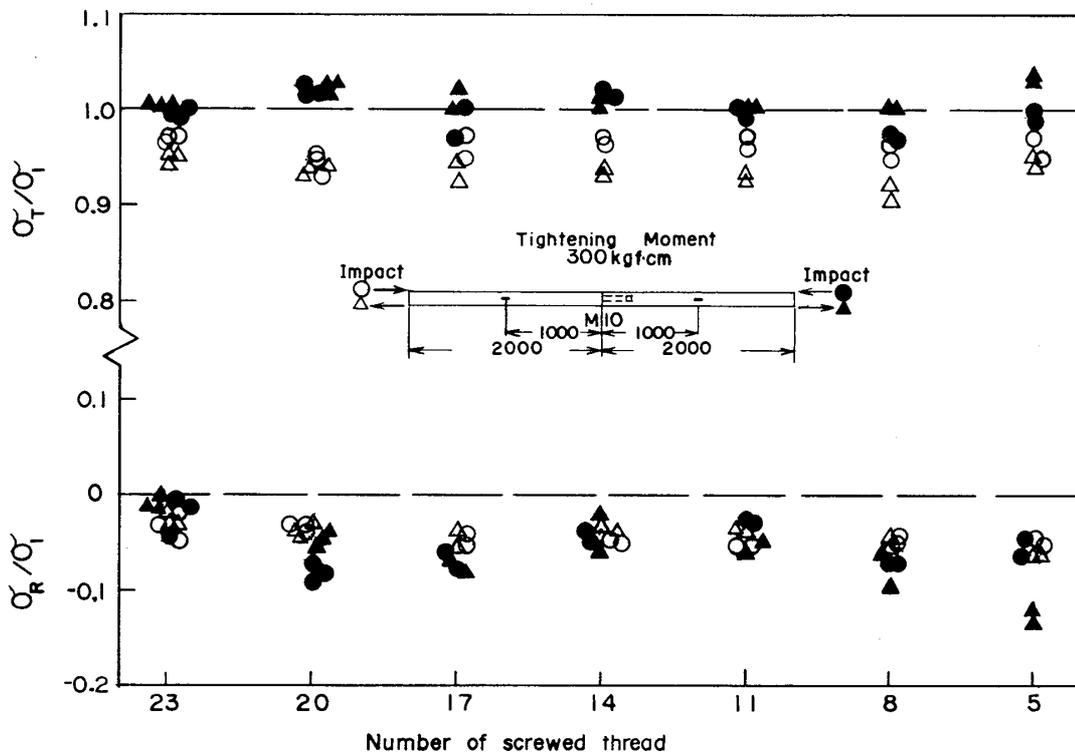


図-16 ネジ継手の透過応力（上）および反射応力（下）と噛み合いネジ山数の関係

### 〈ネジの長さの影響〉

ネジ継手の長さを変えた場合の結果をネジの噛み合い山数を横軸にとって図-16に示す。使用した出力棒は前項と同じ4000mmの丸棒で、ネジの有効長さが40mmで、ネジ山数は23である。ネジの締め付けモーメントが300kgf・cm以上では透過応力の比が0.95~1.0となり、反射応力の比が0~0.05となったが、ネジを短くしネジ山数を減らしても、透過応力の比は0.9~1.0（圧縮の場合ほぼ1.0）、反射応力の比は-0.22~-0.14となった。この様にネジを短くしても応力波の伝播に対する影響は小さく、ネジの締め付け力が十分であればネジの長さは極端に短くしなければ、応力波の伝播にはそれほど影響しないといえる。

### 〈ネジの太さの影響〉

ネジ継手のネジ径による応力波の伝播特性の影響を調べるため、長さ1950mm、直径20mmの出力棒のネジ継手のネジ径をそれぞれ8, 10, 12mmの三種類に変えた。これらの出力棒に長さ100mm、直径20mmの入力棒を用いて衝撃荷重を加えて試験を行った。その試験結果を図-17に示す。図の横軸には図-14に示したモデル1のネジ継手部の断面積( $A_d = A_p - A_H$ )と出力棒の断面積( $A_p$ )の比を用い、縦軸に入力応力に対する透過および反射応力をとって表した。モデル化

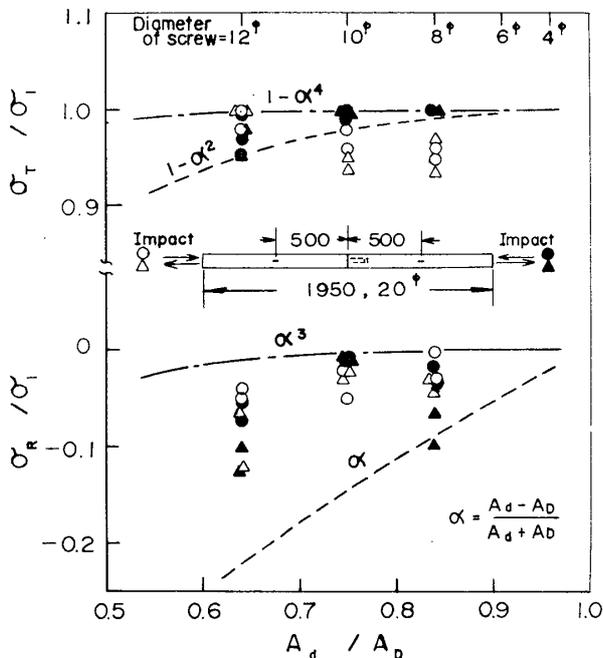


図-17 ネジ継手をもつ同径棒の透過応力（上）および反射応力（下）に及ぼすネジ径の影響

による不連続面についての透過および反射率を伝播理論に基づいて計算し、それぞれ二つの曲線で図に示した。下段の反射応力比についてはネジ継手部のモデル化による最初の不連続面からの反射率( $\alpha$ )を破線で、さらにそこを透過し二つめの不連続面での反射波を考慮したもの( $\alpha^2$ )を一点鎖線で示した。実験値はこの一点鎖線に近くなったが、これはネジ継手部の長さが短く、二つの不連続面での反射波が合成されたものを計測しているためと思われる。また、上段の透過応力比についても $\alpha + \beta = 1$ の関係を基に $\alpha$ のみの関数として表し、最初の不連続面での透過応力を破線で、合成された応力比を一点鎖線で示した。試験結果は二つの曲線の間となったが、雄ネジ側から入力したときの透過応力比（白ヌキ印）は右下がりの傾向を示し、応力波の伝播理論と異なった結果になった。これについては今後検討したい。

### 3.2.3.3 ネジ継手をもつ異径丸棒における縦衝撃

出力棒は長さ1900mm、直径20mmの丸棒に深さ50mmのM8, M10, M12の雌ネジをきり、これに長さ40mmの雄ネジをもつネジ径と同径の丸棒を継ぎ合わせである。継ぎ合わせた小断面の丸棒のネジをきっていない部分の長さは2000mmである。歪ゲージは直径20mmの大断面丸棒の端面から1000mmの位置と小断面棒の中央に貼ってある。この出力棒を用い、ネジ継手をもつ異径丸棒の応力波の伝播特性を調べた。

#### 〈小断面から大断面への伝播〉

小断面棒の直径が8, 10, 12mmの三種類の出力棒の小断面棒側を、長さ1500mm、直径20mmの入力棒で打撃した場合の結果を図-18に示す。横軸に小断面棒と大断面棒の断面比に基づく(10)式の透過率および(9)式の反射率をとる。縦軸にはそれぞれの位置で計測された入力応力に対する、ネジ継手による透過および反射応力の比（透過係数および反射係数と定義する）をとって示す。破線は形状のみを考慮した小径と大径の断面比から求めた場合で、透過率( $\beta$ )および反射率( $\alpha$ )と等しくなる。ネジ継手部がネジの径分細い径をもつ断面として（モデル2）、二つの不連続面の透過率及び反射率を求め、これより透過係数および反射係数を求めた。この試験に用いた出力棒の場合、小断面棒が8 $\phi$ のとき透過係数は二つの透過率の積となり、0.292となる。また10 $\phi$ のときは0.429、12 $\phi$ のときは0.562となる。これを図に一点鎖線で示す。反射応力比については、同径丸棒について述べたと同様に、断面変化が二度に渡るが、時間差が小さいので合成され

たものとして、二つの反射率及び透過率から求めた反射係数は  $8^\phi$  は0.727,  $10^\phi$  は0.607,  $12^\phi$  は0.48となり、これを一点鎖線で表した。小径棒を打撃した場合は破線と一点鎖線の差は小さく、試験結果は小径と大径の断面比だけを考慮して計算したものでも近似でき、ネジ継手による伝播特性への影響は小さいといえる。

#### 〈大断面から小断面への伝播〉

前項の三種類の出力棒の大断面側を、長さ1500mm、直径20mmの入力棒で打撃した場合の結果を図-19に示す。図中の破線が大断面棒と小断面棒との断面による透過率および反射率であり、一点鎖線がモデル2、実線がモデル3で求めた値である。反射係数は小径から入力したときと同様に合成した値を示した。応力波の透過についてはネジの噛み合った部分の直径を原寸の $20^\phi$ と考えた方(モデル3)が、試験結果はよく合う。つまり出力棒の $20^\phi$ に入力された衝撃応力は

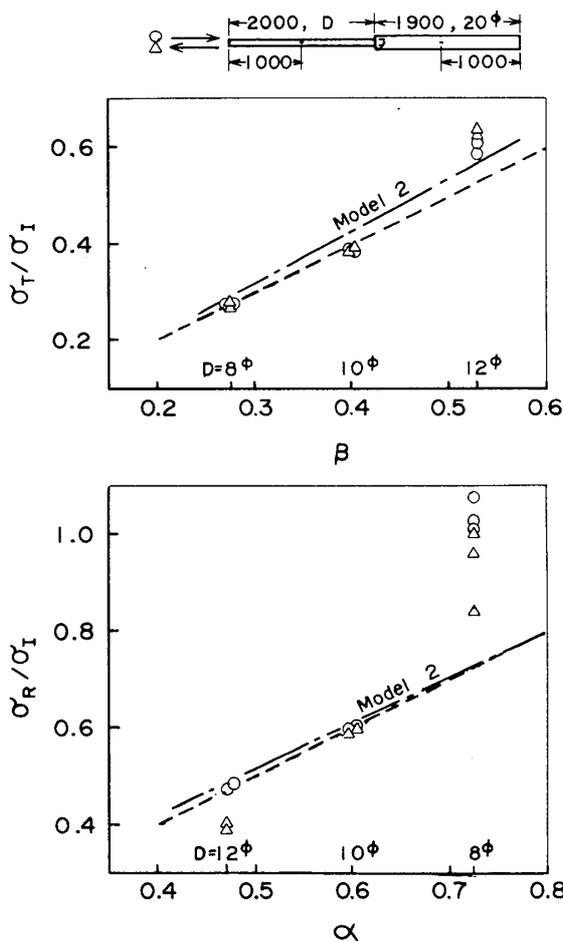


図-18 ネジ継手をもつ異径棒の小断面からの入力応力に対する透過応力(上)および反射応力(下)の比較

断面が変化する位置で透過および反射された小径棒へと伝播する。この伝播経路は大断面棒→ネジの噛み合わない部分(ネジ径の面積分細くした部分)→大径(ネジの噛み合い部分)→小断面棒と考えられる。小断面棒の径が  $8^\phi$  では透過係数は1.711,  $10^\phi$  は1.567,  $12^\phi$  は1.4となり、モデル3の方が試験結果をよく表している。

#### 〈中間に小径棒を配した場合の伝播〉

直径20mmで、長さ2000mmと1500mmの二つの棒を直径10mmの小径棒によりネジで継いで、小断面部の長さを500mmとした出力棒を、直径が20mmの種々の長さの入力棒で打撃し、衝撃応力の伝播特性を調べた。

長さ4000mmと400mmの入力棒を速度210cm/secで打撃し、圧縮応力を入力した時の各歪ゲージで計測

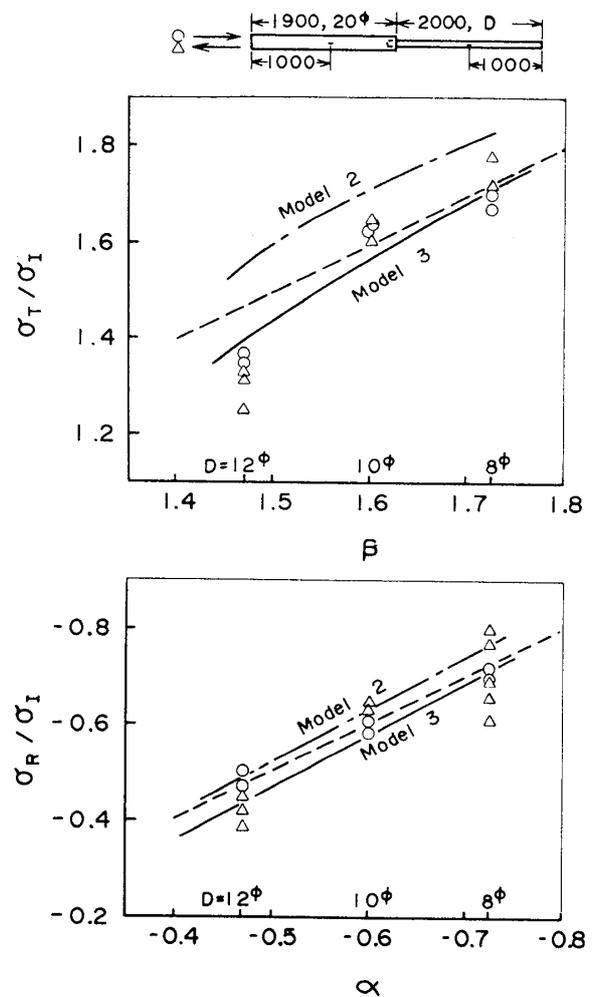


図-19 ネジ継手をもつ異径棒の大断面からの入力応力に対する透過応力(上)および反射応力(下)の比較

された応力の時間変動波形を写真-7に示す。各計測位置をA, B, C, Dの記号で示す。A, Bは出力棒の $20\phi$ の丸棒のネジ継手より500mm離れた位置で、Aは打撃面側の丸棒でBはもう一方の丸棒である。Cは $10\phi$ の小径丸棒の中央である。Dは入力棒で、4000mmの入力棒は打撃面より500mmの位置で、400mmの入力棒は中央位置である。

Dの応力波形は出力棒が同径で入力棒より長いものであれば、入力棒の長さおよび測定位置に比例した矩形波となるが、この試験では出力棒の不連続面(打撃面から2000mm)からの反射波の影響を受けて4000mmの入力棒でも矩形波の後半が乱れた。400mmの入力棒は入力棒の端面からの反射波の影響などを受けて矩形波とならなかった。

Aの応力波形の平坦部にくぼみができるのはネジ継手部の不連続面での引張の反射波によるもので、ネジ継手の直径が小さくなると応力波の伝播理論に従っていくぼみは深くなる。

Cの応力波形は長さ500mmの小径部分の両面にあ

る不連続面で応力波が透過および反射を繰り返すため、写真のようにゆるやかな勾配の波形となる。このピーク値は時間が経つと静的な場合と同様に、断面積に反比例した値となる。この様な状態は出力棒全体の長さが長い場合ならびに、入力棒の長さが十分大きく、端面からの反射波の影響が遅れる場合に可能となる。しかし、この試験結果では入力棒が4000mmの場合は出力棒の端面からの反射波により、400mmの場合は入力棒の端面からの反射波により、静的な値までの増加が途中で打ち消されている。

Bの応力波形もCの場合と同様に、応力値のピークは入力棒および出力棒全体の長さに影響される。そして時間が経てば、AおよびB点の断面積が同じ場合、B点のピーク値は入力値と同じになる。しかしBの値も入力値に近づく前にCの場合と同様に反射波の影響を受けている。

長さ4000,1000および400mmの入力棒を用い、打撃速度を変えて行った試験結果を図-20に示す。横軸は時間に関する無次元量で、計測時間を各計測点の応

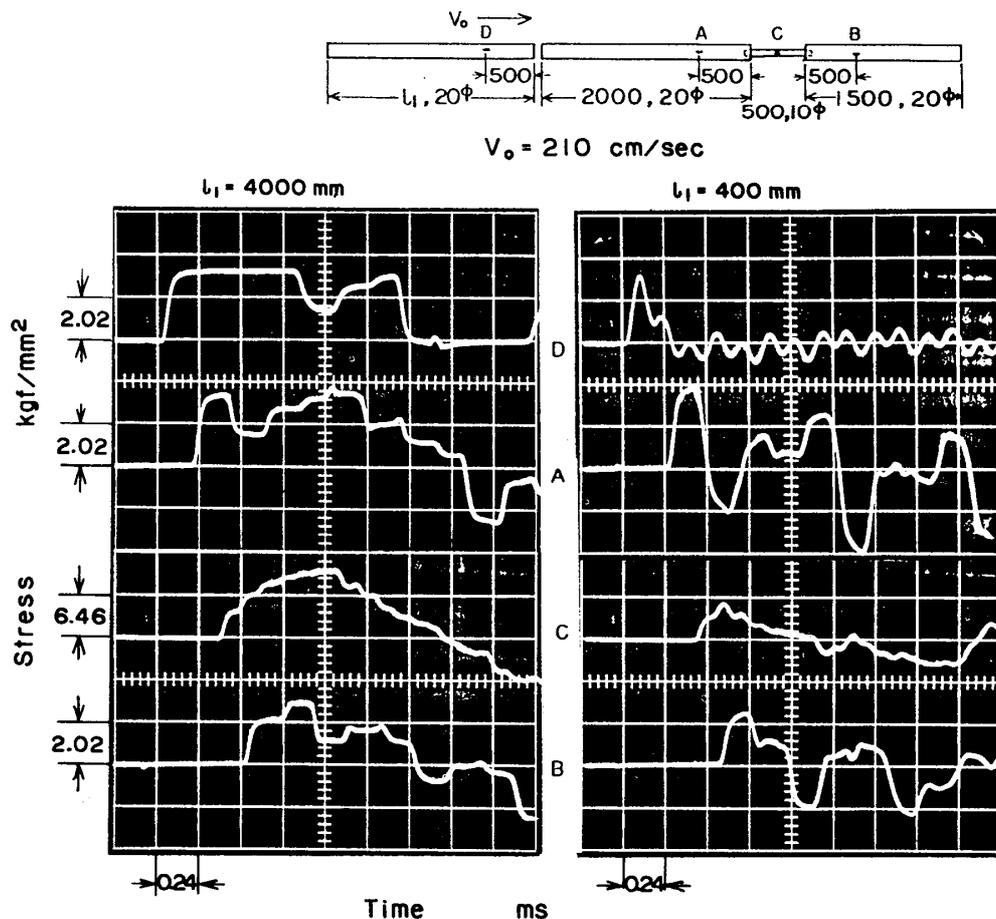


写真-7 中間に小径棒を配した丸棒の応力—時間関係

力波の透過および反射波の伝播間隔 $\Delta t$ で除した値である。伝播間隔 $\Delta t$ は下図ではネジ継手間の長さ $l_c$ と応力波の伝播速度 $C_0$ の比、 $l_c/C_0$ となり、上図はこの2倍の値となる。縦軸は入力応力（A点で計測される打撃直後の打撃速度に比例した応力値）に対するB点（上図）およびC点（下図）における計測応力の比である。図に伝播理論をもとに形状のみによる断面比から求めた計算値を破線で示した。

試験結果はB点で計測された応力( $\sigma_T$ )は入力に対する比をとるとほぼ形状による断面比から求めた破線と等しくなった。C点における応力( $\sigma_0$ )は、ネジ継手部を図-14に示したモデル2でモデル化し、最初にC点へ透過した応力( $1.714\sigma_i$ )が継手間で反射を繰り返したと仮定すると応力比( $\sigma_0/\sigma_i$ )は実線になり、モデル3で仮定するとほぼ破線に等しくなる。実験値は実線に対し、入力棒の長さが4000mmの場合、打撃速度70cm/secでは大きめに、140と210cm/secではやや小さめになった。長さが400mmの入力棒で打撃速度210cm/secではさらに小さくなった。

#### 4. 結 論

不連続面をもつ異径断面丸棒およびネジ継手をもつ丸棒の縦衝撃試験を行い、試験結果を一次元の弾性応力波の伝播理論に基づいて解析した。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 2本の丸棒を衝突させたときに生じる衝撃応力の値は衝突速度に比例し、その値の持続時間は入力棒の長さに比例する。これらを実験によって確認した。

(2) 不連続面をもつ丸棒で計測される応力波形は衝撃方向及び計測位置で異なった波形を示すが、波形は伝播理論に基づく図式解法によってほぼ推定できる。

(3) ネジ継手の応力波の伝播特性は、ネジ継手をモデル化して、ネジ継手部と等価な断面をもつ丸棒に置き換えることによって、求められた。

(4) ネジ継手をもつ同径丸棒の場合はネジ径のみを考慮したモデル1（図-14）で応力波の伝播特性をほぼ表せる。異径棒の場合は雄ネジと雌ネジが噛み合わない部分のみを考慮したモデル3の方が、モデル2より良く応力波の伝播特性を表せる。

(5) 中間に小径棒を配した場合は、二つのネジ継手を透過した応力についてはネジ継手を無視してもよいが、二つのネジに挟まれた部分の応力についてはネジ継手を無視できず、ネジ継手部と等価な断面にモデル

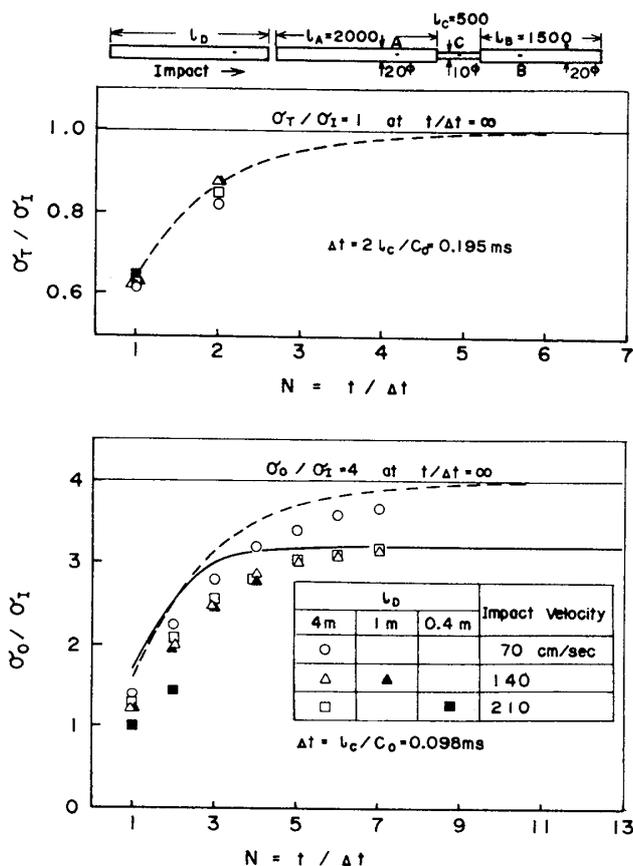


図-20 中間に小径棒を配した丸棒の入力応力に対する透過応力（上）および反射応力（下）の比較

化した方が良く応力波の伝播特性を表せる。

#### 参考文献

- 1) 藤井英輔, 大熊勇, 豊貞雅宏: 高速破壊靱性試験における作用荷重について, 造船学会論文集 第161号 (昭和62年6月), p. 357-365
- 2) 北村茂, 青木元也: 丸棒の圧縮縦衝撃における応力およびその伝播, 船舶技術研究所報告 第23巻 第3号 (昭和61年5月), p. 185-196
- 3) 松本浩之, 三室弘, 松森保雄, 中原一郎: 縦衝撃を受けた丸棒に生じる応力およびその伝播, 機械学会論文集 第29巻 第197号 (昭和38年1月), p. 49-59
- 4) 例えば, 多谷虎男: 振動・衝撃の基礎理論とラプラス変換 下, 学会出版センター
- 5) 例えば, 西村源六郎: 振動工学, 誠文堂新光社