

## SPH法による盛土破壊シミュレーションとそのCG化

Simulation and CG Visualization of Collapse Behavior  
of Embankment using SPH Method小野 祐輔<sup>1</sup>, 西田 真悟<sup>2</sup>, 清野 純史<sup>3</sup>Yusuke ONO<sup>1</sup>, Shingo Nishida<sup>2</sup> and Junji KIYONO<sup>3</sup><sup>1</sup> 京都大学大学院 工学研究科 都市社会工学専攻

Department of Urban Management, Kyoto University

<sup>2</sup> 京都大学大学院 工学研究科 都市社会工学専攻

Department of Urban Management, Kyoto University

<sup>3</sup> 京都大学大学院 工学研究科 都市社会工学専攻

Department of Urban Management, Kyoto University

A procedure, to make realistic Computer Graphics (CG) visualization of collapse behavior of embankment, is presented. The Smoothed Partice Hydrodynamics (SPH) analysis is conducted to simulate the collapse behavior of the embankment and it is shown that the results from the SPH analysis and the experimental ones are in good agreement. For the purpose of making realistic CG, new particles are generated around the existing ones after the SPH analysis due to the particle deficiency. The collapse behavior is described well in the present CG.

**Key Words :** SPH method, Computer Graphics(CG), Earth structure, Embankment, Collapse behavior, Visualization

## 1. はじめに

土木構造物は公共財である。そのため、土木構造物が自然災害に対して潜在的に抱えるリスクは、広く一般に認知されなければならない。技術者や研究者の間では、設計の過程で導かれる各種の数値や、より高度なシミュレーション結果から得られる詳細なデータが、リスクを理解する上での共通言語となる。しかしながら、これらの情報は、専門知識を持たない一般の住民にとっては理解し難く、リスクの認知の妨げとなっている。

住民にとって最も理解し易い情報は、何がどうなって、どのような結果を引き起こすのか、といった具体的なシナリオを画像や動画といった形で提示することであろう。もちろん、現在の技術レベルでは、将来発生する自然災害のシナリオを一つに絞り込むことはできない。また自然災害は本質的に不確実性の大きな現象であるため、将来に渡っても不可能であろう。そのため複数のシナリオが提示されなければならないが、それらは全て物理法則に従ったものであること、すなわち与えられた条件の中でできる限り高い精度を有していることが望まれることは、専門家、非専門家を問わず共通した認識であろう。

ところで、海岸工学分野では、景観工学に対する力学的アプローチの一環として、後藤らによって粒子法という高精度な数値解析に基づく水流表現のコンピュータグラフィックス(CG)作成が提案<sup>1),2)</sup>されており、物理法則に基づいた海岸風景のリアルな描写が実現されている。粒子法に基づいてCGを作成するシステムは、パーティクルシステムと呼ばれ、火災や煙の描画にも用いられる。

粒子法は、物質の分裂・合体を伴うような激しい流れにも対応可能な数値シミュレーション手法であり、近年では、構造工学に対しても適用が試みられている<sup>3)</sup>。

本論文では、粒子法の一つであるSPH法を用いて、土木構造物の一つである盛土構造物の崩壊シミュレーションを行い、その結果に基づき現実味のあるコンピュータグラフィックスを作成する手法を提示する。ただし、SPH解析の結果が実現象を再現し得るものであることを示すために、対象とする盛土は現実のものではなく、伊藤らによる実験<sup>4)</sup>で用いられたものを対象とする。

本論文においては、まずSPH法による破壊を伴う土構造物の解析理論について述べる。その後、解析結果と伊藤らの実験結果<sup>4)</sup>との比較を行ってシミュレーションの精度の高さを実証した後、SPH解析結果を利用したコンピュータグラフィックスの作成を行う。

## 2. SPH法

SPH法は、1970年代後半にLucy<sup>5)</sup>やMonaghan<sup>6)</sup>によって提案され、元々は星間物質のダイナミクスや惑星衝突の解析に用いられてきた。その後、一般的な流体の解析に対しても適用され<sup>7)</sup>、さらにはまた、構造解析に対しても適用され<sup>8)</sup>ている。ここでは、SPH法の基礎理論について簡単に紹介する。

## (1) カーネル近似

SPH法では関数 $f(x)$ をカーネル近似と呼ばれる近似手法

によって評価する。今、関数  $f(x)$  は密度  $\rho(x)$  を持つ媒質上で定義されているとし、対象とする媒質を  $N$  個の微小な要素に分割する。各要素の質量を  $m_1, \dots, m_n$ , 重心の位置を  $x_1, \dots, x_n$  とすると、関数  $f(x)$  を次のように表すことができる。

$$f(x) = \sum_{k=1}^N f(x_k) W(x-x_k, h) \frac{m_k}{\rho(x_k)} \quad [1]$$

ここで、 $W$  はカーネル関数と呼ばれる。カーネル関数  $W$  には様々なものが提案されている。本論文では SPH 法において広く用いられている 3 次スプライン関数を用いる。

2次元の3次スプライン関数は、粒子間の距離を  $r$ , 影響半径を  $h$  と表すと、 $q=r/h$  ( $q>0$ ) に対し以下ようになる。

$$W(r, h) = \frac{10}{7\pi h^2} (1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3) \quad (q \leq 1) \quad [2]$$

$$W(r, h) = \frac{10}{28\pi h^2} (2-q)^3 \quad (1 < q \leq 2) \quad [3]$$

$$W(r, h) = 0 \quad (q > 2) \quad [4]$$

通常、連続体の解析においては関数  $f(x)$  だけでなく、その微分形  $\nabla \cdot f(x)$  の評価が必要となる。

$$\nabla \cdot f(x) = - \sum_{k=1}^N \frac{f(x_k)}{\rho(x_k)} \cdot \nabla W(x-x_k, h) m_k \quad [5]$$

式[5]によるカーネル近似では、座標  $x_k$  において密度  $\rho(x_k)$ , 質量  $m_k$  および関数  $f(x_k)$  が定義されていれば、要素の大きさや形状は必要とされない。そこで SPH では座標  $x_k$  に大きさを持たない粒子を与え、種々の物理量は粒子の移動によって運ばれるとする。

また、式[5]は全ての要素の足し合わせを意味しているが、SPH ではカーネル関数  $W(x, h)$  として、図 1 のように微小要素の中心から距離  $h$  内でのみ値を持ち、それ以外ではゼロとなる関数を用いるため、実際には対象とする粒子から距離  $h$  内にある粒子のみの影響を考慮すればよい。この意味で、 $h$  は影響半径と呼ばれる。

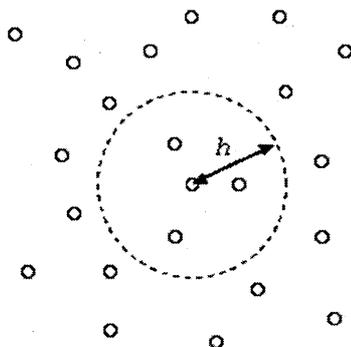


図 1 影響半径

(2) SPH 法による弾性体の解析

密度  $\rho$  を持つ弾性体の運動方程式は、式[6]となる。

$$a^i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{ij}}{\partial x^j} + g^i \quad [6]$$

ここで、 $a^i$  は  $i$  方向の加速度、 $\sigma^{ij}$  は応力テンソル、 $x^j$  は  $j$  方向の座標、 $g^i$  は  $i$  方向の物体力を表している。一方、ひずみ速度テンソルは、

$$\dot{\epsilon}^{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right) \quad [7]$$

と表される。

SPH 法による弾性体解析では、まずカーネル近似によって  $\partial v^i / \partial x^j$  を求めて式[7]に代入し、各粒子毎にひずみ速度を計算する。得られたひずみ速度から構成式に従って各粒子の応力を求め、式[6]をカーネル近似した式に代入することで、各粒子位置における加速度  $a_i$  が計算される。

カーネル近似を適用すると、粒子  $a$  の  $\partial v_a^i / \partial x^j$  は次式によって評価される。

$$\frac{\partial v_a^i}{\partial x^j} = - \sum_b \frac{m_b}{\rho_a} (v_a^i - v_b^i) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x^j} \quad [8]$$

また、粒子  $a$  の加速度  $a_a^i$  は以下の式で与えられる。

$$a_a^i = \sum_b m_b \left( \frac{\sigma_a^{ij}}{\rho_a^2} + \frac{\sigma_b^{ij}}{\rho_b^2} \right) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x^j} + g^i \quad [9]$$

ここで、記号  $b$  は粒子  $a$  の影響半径内にある粒子を意味している。

(3) SPH 法による非弾性体の解析

上で述べたように、SPH 法による弾性体解析では、有限要素法と同様に構成則にしたがってひずみから応力を計算する。したがって、非弾性な構成則を用いることによって、容易に非弾性解析を行うことができる。これは、SPH 法解析の有する利点の一つである。

(4) 影響半径内にある粒子の探索

SPH 法では、各粒子毎に影響半径内にある粒子を全て見つけ出さなければならない。ある粒子がある粒子に対して影響半径内にあるかどうかは、粒子間距離と影響半径の大小関係を比較することで判定できるが、全ての粒子に対してこの関係の判定を行えば、必要な演算量  $N(O)$  は粒子総数  $n$  との間に次の関係を持つ。

$$N(O) \propto n^2 \quad [10]$$

このことから分かるように、SPH 法では粒子数の増加に伴い、影響半径内にある粒子の探索に膨大な時間を費やすようになる。したがって、影響半径内にある粒子の探索を如何に高速化するかが、計算全体に要する時間を短縮するための鍵となる。

そこで、本論文で用いた解析プログラムでは、Munjiza No Binary Search (MNBS) アルゴリズム<sup>9)</sup>を利用している。これは、Munjiza が彼の提唱する有限-離散要素結合法で用いたアルゴリズムで、演算量  $N(O)$  と粒子総数  $n$  との間に次の関係を持つことが示されている。

$$N(O) \propto n \quad [11]$$

3. 盛土の傾斜破壊シミュレーション

(1) 引張破壊の考慮

本論文では酒井<sup>10)</sup>の研究を参考として、Mohr-Coulomb の破壊規準を拡張し、図 2 に示す引張破壊を考慮した地盤の非線形モデルを採用する。この破壊規準は、Mohr-Coulomb の破壊規準の引張応力側に半径  $c \cos \phi$  の円形キャップをつけたものである。ここで、 $c$  は土の粘着力、 $\phi$  は内部摩擦角である。各粒子毎に以下のルールにしたがって応力の補正を行う。

- A) 応力円の中心が正のとき、円が破壊規準線を越えていれば、その粒子は引張破壊状態にあるとみなす。その際、最大主応力が  $c \cos \phi$  となるように円を移動

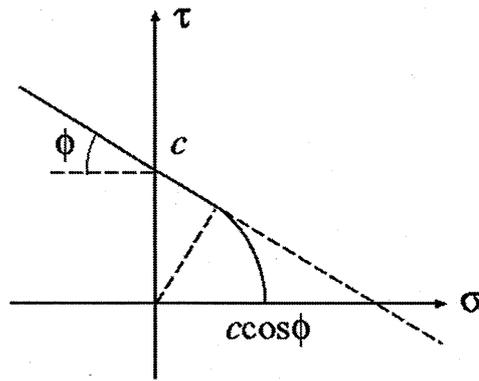


図2 引張破壊を考慮した Mohr-Coulomb の破壊規準

- し、さらに半径が  $ccos\phi$  より大きい場合は、応力円の中心が(0,0)、半径が  $ccos\phi$  となるように応力円を縮小する。
- B) 応力円の中心が負の場合、円が破壊規準線を越えていれば、その粒子はせん断破壊状態にあるとみなし、応力円が破壊規準線と接するように円を縮小する。
  - C) 一度せん断破壊を受けた粒子は、次のステップからは粘着力を  $c(c < c)$  とした新たな破壊規準に従う。

表1 盛土の材料定数

単位体積重量	1.4t/m <sup>3</sup>
ヤング係数	1.44×10 <sup>8</sup> Pa
ポアソン比	0.30
内部摩擦角	36°
粘着力	0.25tf/m <sup>2</sup>
粘着力(降伏後)	0.22tf/m <sup>2</sup>

(2) 実験結果の再現解析

伊藤ら<sup>9)</sup>が行った模型盛土斜面の傾斜破壊実験に従って解析を行い、実験結果と解析結果を比較して、解析の妥当性を検証する。

この実験では様々な形状の盛土を用いて実験を行っているが、今回は中でも図3に示した天板幅0.7m、高さ1.0m、傾斜勾配が2:1である盛土において行われた実験を比較対象とする。実験に用いられた土の物性値を表1に示す。この実験では傾斜用土槽内に盛土を作成し、土槽をクレーンによって持ち上げ、斜面の滑り破壊が起きるまで土槽の傾きを漸増させてクラックやすべり面などの発生状況や破壊パターンが観察された。その結果、平均して34°~35°でテンションクラックが生じ、36°~37°が盛土の崩壊に対する限界の傾斜角となったことが報告されている。実験結果の一例を図4に示す。

この実験結果を対象として、SPH法による再現解析を行った。材料定数は表1に示した値を使用し、実験盛土を粒子で構成する。粒子間距離  $d$  を0.05mとし、総粒子数は2439個、影響半径  $h$  は0.13mで解析を行った。 $dt=0.5 \times 10^{-3}s$ 、総ステップ数908000で計算を行った。粒子の初期配置を図5に示す。

解析結果を見ると、 $\theta=34^\circ$  まではほとんど変化が見られないが、 $\theta=35^\circ$  で滑り面が見られるようになり(図6)、 $\theta=36^\circ$  になると完全に崩壊した(図7)。

図4に示した実験結果と比較すると、盛土の滑り始め

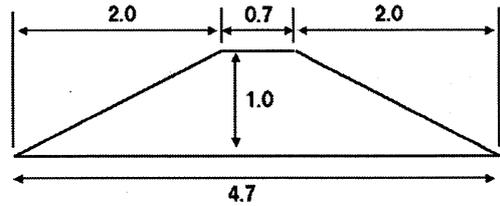


図3 解析対象盛土構造物

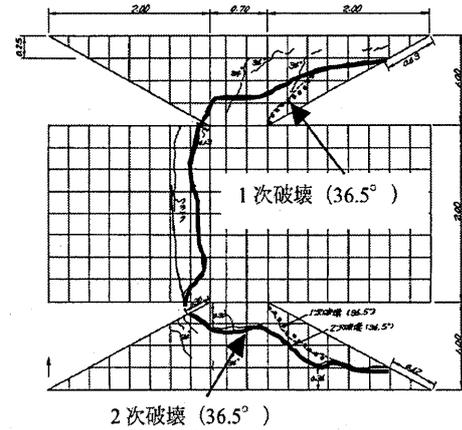


図4 傾斜破壊実験結果(文献<sup>9)</sup>に加筆)

る角度が実験では36°~37°であったのに対し、解析では35°と近い値が得られている。また、図中左側の法肩から滑り面が生じていること、天端は形を保ったまま滑っていくといった特徴を良く再現できていることが分かる。

4. シミュレーション結果のCG表現

土木構造物は公共物であり、その有するリスクは広く一般に向けて明示されていなければならない。専門家ではない一般住民に対してリスクを説明するためには、応力やひずみ分布、あるいは沈下量などを数値で示すのではなく、災害時に生じる状況を具体的なイメージ、例えばコンピュータグラフィックス(CG)を用いて示す方が効果的であると考えられる。そこで、本論文では先に行ったSPH解析の結果に基づいて、3次元CGを作成する方法について述べる。

(1) POV-RayによるCG作成

3次元CGを作成する代表的な方法には、Zバッファ法、スキャンライン法、レイトレーシング法などがある。Zバッファ法は形状データを対象空間の奥行き方向から視点側に面毎に並べ、見える面をバッファに重ねて行く方法である。高速にCGが作成できるという利点があるが、透明・半透明が表現できない、影を付けることができない、といった欠点がある。一方、スキャンライン法は対象空間を投影面における走査線毎に、視点側から奥行き

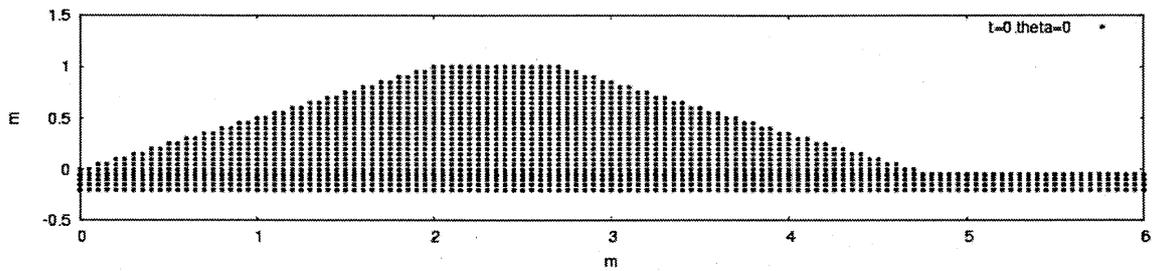


図5  $t=0[s]$ ,  $\theta=0^\circ$

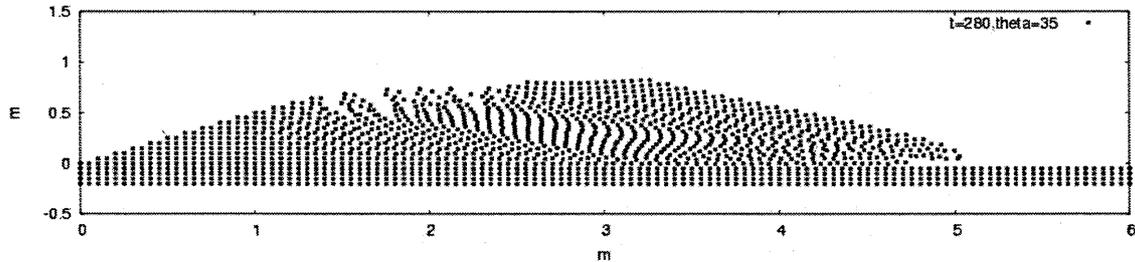


図6  $t=280[s]$ ,  $\theta=35^\circ$

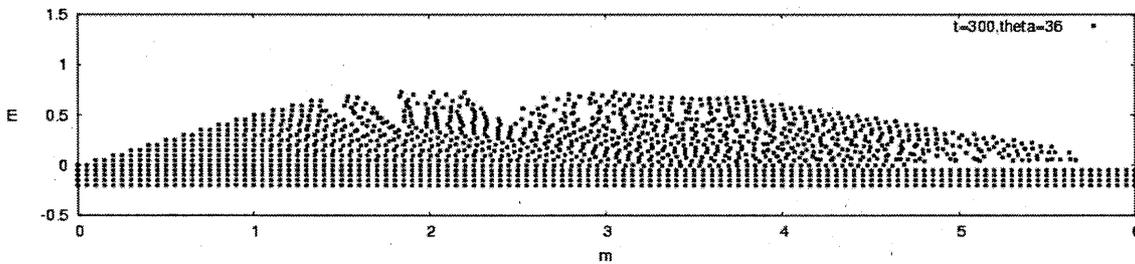


図7  $t=300[s]$ ,  $\theta=36^\circ$

方向に順にスキャンして行く手法である。Zバッファ法に対する利点として、透明・半透明を表現できることが挙げられる。レイトレーシング手法とは、光線の軌跡を一本一本追跡することでCGを作成する手法である。現実世界では光源から放射された光線が物体に反射し、その光線が観察者の目に到達することで視野が構成される。これに対し、レイトレーシング手法では、観察者の目に対応する地点から光線を放射し、光源に達したものだけを用いて画像を作成するというように、現実世界とは逆の方向に光線を追跡していく。Zバッファ法やスキャンライン法に対してレイトレーシング法は、画像生成に要する計算量が大幅に増えるという問題があるものの、光の屈折や透過、反射を表現することができるため、現実の世界を忠実に再現したCGを作製することができる。

レイトレーシング手法によってCGを作成するソフトウェアは多数存在しているが、本論文では入手が容易かつ高品質な画像を作成できるPOV-Ray<sup>11)</sup>を利用した例を紹介する。

先に示したSPH法による解析は2次元解析であったので、奥行き方向に引き延ばすことで3次元画像を作成する。このようにして作成した画像を図8に示す。図8では、粒子と粒子の間の隙間が発生しないように、各粒子の半径を初期粒子間隔の0.6倍としている。奥行き方向に単純に引き延ばしたものであるため、直線的な模様が

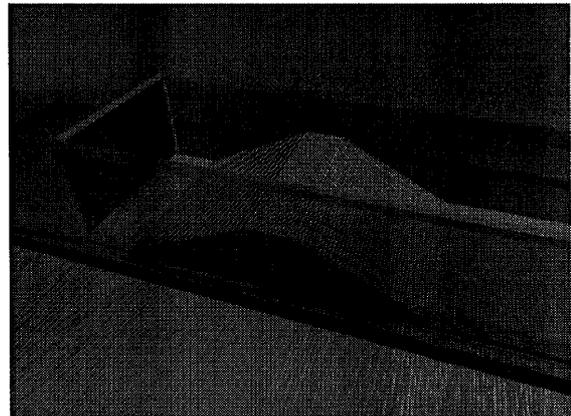


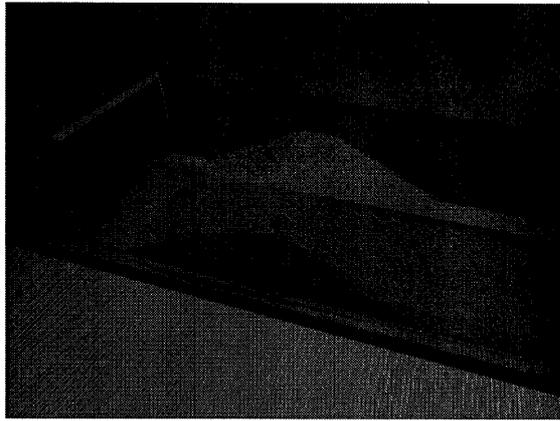
図8 SPH解析結果をそのまま用いて作成したCG

発生し、不自然なものとなっている。また、個々の粒子の存在が目立っていることから、実際の土構造物を表現するには粒子数が不足していることが分かる。

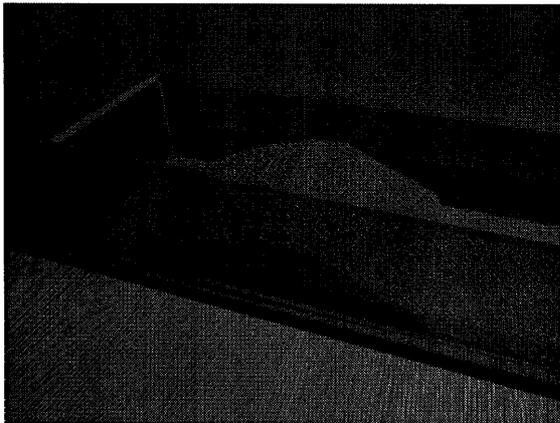
これらの問題点を改善するため、次項で述べる手法によってSPH解析で用いた粒子の周辺に新たな粒子を生成し、CGの作成を試みる。

## (2) 粒子の生成

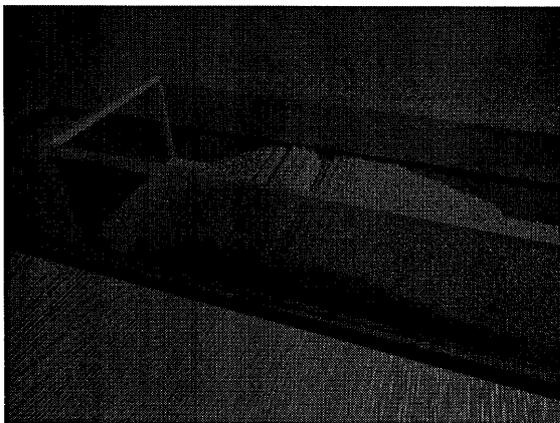
先に述べたように、SPH解析に用いた粒子だけでは不



(a) 初期状態



(b) 堤体にクラックが発生した状態



(c) 滑り破壊が発生した状態

図9 粒子の生成を行って作成したCG (斜め上から)

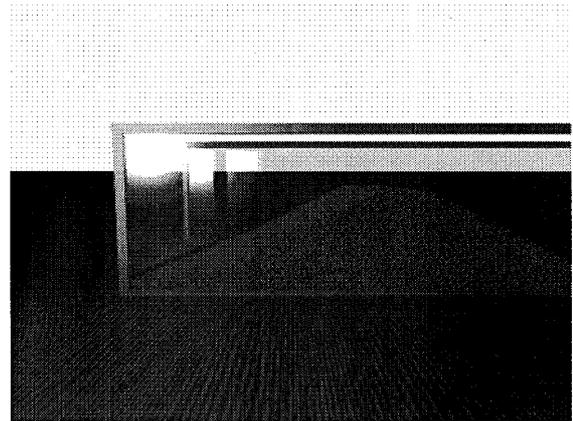
足する。そこで、SPH 解析における座標  $(x_i, y_i, z_i)$  を持つ粒子  $i$  の周辺に  $m$  個の新たな粒子を生成する。生成される粒子  $j$  ( $j=1, \dots, m$ ) の座標を  $(x_i^j, y_i^j, z_i^j)$  として、これらの値を

$$x_i^j = x_i + r(R[0,1] - 0.5) \quad [12]$$

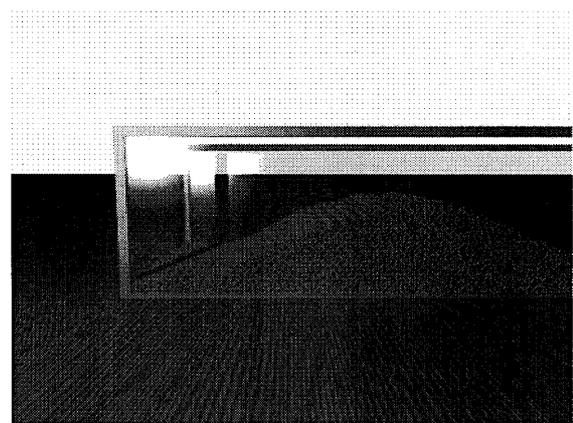
$$y_i^j = y_i + r(R[0,1] - 0.5) \quad [13]$$

$$z_i^j = z_i + r(R[0,1] - 0.5) \quad [14]$$

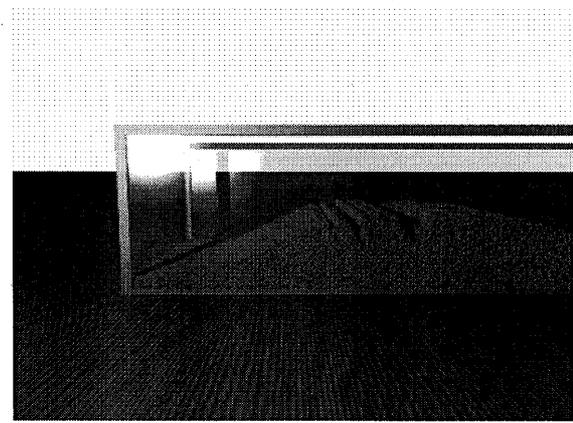
と与える。ここで、 $r$  は生成される粒子の範囲を表すパ



(a) 初期状態



(b) 堤体にクラックが発生した状態



(c) 滑り破壊が発生した状態

図10 粒子の生成を行って作成したCG (横から)

ラメータで、SPH 解析における粒子の初期粒子間隔  $\Delta r$  と等しい値を用いる。 $R[0,1]$  は 0 から 1 の間の一様乱数である。ただし、乱数の生成は解析ステップの最初のみに行い、その後は式[12]、[13]及び[14]の左辺第2項の値は変化させない。

### (3) 作成したCG

先に述べた手法によって、SPH 解析の結果として得られた粒子配置に基づき新たな粒子を生成して作成したCGを図9及び10に示す。SPH 解析で用いた各粒子毎に

60 個の粒子を生成したため、CG 作成に用いた粒子の総数は 146,340 個となった。

対象とした盛土の破壊実験は、土層の片側（図中左側）を持ち上げることで行われたが、CG ではこの動きを含めていない。すなわち、土層と一緒に傾く面に固定された視点から眺めたものとなっている。図 9(a)及び図 10(a)は、土層が傾き始める前の状態を描いたものであり、図 8 に比べると、より土質材料らしい表現が実現されている。図 9(b)及び図 10(b)は堤体に目立った変化が現れ始めた時点の様子を描いたものであり、天端が図中右側に移動している様子や、左側法面に引張クラックが発生した様子が示されている。さらに図 9(c)及び図 10(c)では天端から右側法面にかけての範囲で形を保ったまま、滑り破壊を生じている様子が明瞭に見られる。

## 5. まとめと今後の課題・展望

本論文では、自然災害に対して土構造物が潜在的に抱えるリスクを明示するための災害シミュレーションツールとして、SPH 法を用いた数値解析とそれに基づいてコンピュータグラフィックスを作成する手順を提示した。その中で、SPH 解析で用いた粒子だけを用いて CG を作成した場合には粒子数が不足し、現実的な画像が得られなかったため、SPH 解析で用いた粒子の周辺に新たな粒子を生成を行った。

本論文においては、主な破壊が 2 次元的存在である現象を対象としたため、2 次元解析結果から CG 作成を行うことができた。しかしながら、現実の自然災害では、3 次元的に発生する現象がほとんどであり、3 次元解析に基づいて CG 作成を行うシステムが不可欠である。

また、レイトレーシング手法は光線を一つ一つ追跡していくため、大量の計算資源を必要とする。今後、広い範囲を対象とした SPH 法シミュレーションを行って、その結果に基づいた CG を作成する際、本論文で行ったものと同様に全ての粒子を描画の対象とした場合には、粒子数が膨大なものとなり、CPU 時間、主メモリといった面で計算機資源の不足が起り得る。CG 作成といった目的からすれば、物体内部にあって外部からは見えない粒子を取り除き、表面にある粒子だけを用いれば良い。そのためには、SPH 解析において表面を抽出する工夫が

必要となる。また、抽出した表面にマッピングするテクスチャとして実際の土要素の写真を利用するなどすれば、さらに現実的な CG を作成することが可能であると考えられる。

## 参考文献

- 1) 後藤仁志・橋本麻未・五十里洋行・酒井哲郎：粒子法ポストプロセッシングによる落水表情の表現，水工学論文集，Vol.48, pp.643-648, 2002.
- 2) 後藤仁志・橋本麻未・五十里洋行・酒井哲郎：砕波表情表現のための粒子法ポストプロセッシングの提案，海岸工学論文集，Vol.50, pp.1421-1425, 2003.
- 3) 越塚誠一：粒子法，計算力学レクチャーシリーズ 5，丸善，2005.
- 4) 伊藤洋・渡辺啓行・今出博：原子力発電所大規模斜面の地震時安定性-模型盛土斜面の傾斜破壊実験-，電力中央研究所報告，第 381030 号，1968.
- 5) Lucy LB：A numerical approach to the testing of the fission hypothesis，Astrophys Journal, Vol.82, pp.1013-1024, 1977.
- 6) Monaghan. J. J：An introduction to SPH, Computer Physics Communications, Vol.48, pp.89-96, 1988.
- 7) Monaghan. J. J：Simulating Free Flows with SPH, Journal of Computational Physics, Vol.110, pp.399-406, 1994.
- 8) Libersky. L. D. and Perschek. A. G：High Strain Lagrangian Hydrodynamics: A Three-Dimensional SPH Code for Dynamic Material Response, Journal of Computational Physics, Vol.109, pp.67-75, 1993.
- 9) Antonio Munjiza: The Combined finite-discrete element method, John Eiley & Sons, 2004.
- 10) 酒井久和：構造物の動的非弾性応答解析における非反復時間積分法と地震工学への応用に関する研究，京都大学博士学位論文，1998.
- 11) POV-Ray - The Persistence of Vision Raytracer, <http://www.povray.org/>

(原稿受付 2006.05.26)

(登載決定 2006.09.16)