

算術の言語から概念記法へ（１）

——フレーゲの初期の体系をめぐって——

岡本 賢吾

1

フレーゲが初めて提示した形での概念記法（Begriffsschrift）、つまり、彼の最初の主著である『概念記法』（1879年）に見られる限りでの概念記法——ここでは便宜的にこれを「第一体系」と呼んでおこう——は、もつと後になって彼が中心的に追求することになる企て（とりあえず簡単に言うと、「算術の全体を論理に還元する」ことを目指す、いわゆる「論理主義」のプログラム）の側から見れば、未だ理論的に弱く、いわば萌芽的なものに留まるが、それでも色々な意味で興味深いものである。まず、そのように述べる理由を、大まかに二つの観点から説明してみよう。

(1) 第一に、この第一体系は、いまでも触れた彼の論理主義の企てにとって、その或る意味での前提となり、また何よりも、その一貫した基盤となったものに他ならない。（誤解のないように言い添えれば、このように言うことで、既に第一体系の段階で彼が論理主義の構想を抱いていたといった主張をしようとしているわけではない。この点については後に触れる。）このことの意義を少しだけ敷衍してみると、例えば次のようになる。

フレーゲの論理主義のテーゼをめぐっては、次のような点がしばしば問題とされる。すなわち、一般に「論理」と見なしてよい範囲の理論とはどのようなものか、或いはそもそも「論理」とは何か、そして、フレーゲ自身はこうした点をどう理解していたのか、ということである。（これらの

点が不明瞭なままであると、算術を「論理」に還元するという考えのポイントがどこにあるのか見失われてしまうからである。) これらについてここで深く立ち入ることはできないが、いずれにせよはっきりしているのは、少なくとも第一体系は、フレーゲの目から見て、一貫して、まさしく「論理」の最も基幹的な部門に数え入れられるべきものだったということである。(文のカテゴリーの位置づけ、内容線記号や同一性記号の扱いなど、第一体系のいくつかの特性は後に改訂されるが、それでもいま述べた点にはまったく変わりがないだろう。) しかし、彼がそう考えたのはなぜだろうか。

実は、第一体系がいかなる意味合いで「論理」であるのかは、それ自体、決して明白ではない。すぐ後で述べる通り、第一体系は少なくとも二階論理を含むが、例えばクワインのように、二階論理を「論理」とは認めようとしない強硬な考え方も存在しうるからである。しかしだからこそまた、フレーゲが上のように、第一体系をまったく当然のごとく「論理」の基幹的部門と見なし続けた理由をはっきりさせ、この彼の見解がどの程度根拠を持ったものであるかを検討することが、前の段落で述べた、論理主義のテーゼにおける「論理」の解釈をめぐる問題を考える上で、一つの大きな鍵になるはずだと思われる。そしてそのためにまず必要とされるのは、第一体系が、それ自体としていかなる特徴を備えた、いかなる性格の言語であり、フレーゲ自身はこれらの点をどう捉えていたのかということを、予め十分に明らかにしておくことであるだろう。

(2) 第二に、第一体系は、それそのものとして見てもかなり注目すべきものである。実際、例えば歴史的な観点からすると、この体系の出現というのが、少々大げさに言ってよければ、それ自身「驚くに値する出来事」であることは否定できないだろう。

すなわち、まず命題論理と一階述語論理だけに話を限っても、論理学の歴史の中で、これらについての(術語的な意味で)「完全」な理論を提示したのは、第一体系が初めてであると言ってほぼ間違いない。とりわけその場合、「完全」である云々よりも以前の問題として、第一体系に含まれている内容のうちで、それ以前の(或いはまた、同時代の)他の論理体系

のうちにはっきりと欠けていたものが何であるのかを考えてみると、両者の間にどれほどの相違があるかが最も明白になる。そのような（つまり、当時として第一体系だけに含まれている）内容とは、現在の用語で言えば、「多重量化 (multiple quantification)」の一般的な取り扱いということであり、言い換えれば、多重量化を含む文——互いの作用域が入れ子状に重なり合った、複数の量子子を含む文——の論理的振る舞いの形式化である。現在の常識からすると、一階述語論理の応用上の有用性の大半は、この論理が多重量化の扱いを可能にさせるという点にあると言っても過言ではない。（実際、多重量化の扱いを欠いた理論というのは、ほとんど「使いものにならない」と言われることになるだろう。）つまり一言で言えば、第一体系は、現在の尺度に照らして十分に使用に堪える歴史上最初の体系であり、それ以前には、また当時としてそれ以外には、このような体系はなかったということである。（ただしほぼ同時期に、おそらく完成度においては劣るものの、これに匹敵する可能性のある理論として、まったく独立に C. S. パースによって展開されたものが存在する。これ自身、大変興味深い事実だと思われるが、ここでは措く。）

更に、第一体系には、多重量化の扱い以外に、もう一つ、その大きな柱となる内容が見出される。それはすなわち、二階量化（その中でも強い形である、いわゆる「非可述的 impredicative」二階量化）の本格的な理論である。二階量化とは、ふつう言われる通り、「性質」や「関係」に対する量化のことであるが、むしろここでは、次のようにシンタクティカルな観点から述べた方が、話がはっきりするだろう。すなわち、一階量化が、一階の開放文（つまり一階の要素的ないし複合的述語のことであるが、フレーゲ的に言えば、固有名の出現を補填してやることによって完全な——閉じた——文になるような表現、ということになる）に対して量子子を接合する操作であるように、二階量化とは、二階の開放文（一階の要素的ないし複合的な述語の出現を補填してやることによって完全な文になる表現）に対して量子子を接合する操作のことである。歴史的に見れば、二階量化というのは、第一体系以前には、単に取り扱われていなかったという以上に、そもそもその存在自体、ほとんど気づかれていなかったと見てよいだろう。併せて言えば、現在の尺度から判定しても、二階量化、特に非

可述的二階量化というのは、依然としてかなり理論的に高度なもの（先にクワインの意見に触れたが、或る意味では、その強力さのゆえに、「論理」とは呼べないとさえ言われ、また、ポアンカレやワイル以来のいわゆる「definitionist」によって、厳しい批判の対象ともされているもの）である。いずれにせよこれらの点からしても、第一体系に含まれる理論的内容が、当時の歴史的状況の中で突出しており、他との大きな断絶を感じさせるものであることは否定しえないと思われる。

ところでそうすると、おそらくここで、次のような疑問が生じることになるのではないだろうか。すなわちそれは、一体フレーゲは、なぜ、どのような観点に立ち、どのような概念的筋道を辿ることによって、この体系の構築にまで至ることができたのか、というものである。実はこの疑問は、先に(1)の終わりで述べた問題——第一体系は、いかなる特徴を備えた、いかなる性格の言語であり、フレーゲ自身はこれらの点をどう捉えていたのか——とも重要な仕方で結びついており、もっと端的に言って、それを考えるための前提ないし基本となるはずのものである。というのも、多重量化及び二階量化という主題そのものを見出し、これらの論理的取り扱いを展開することを彼に可能にさせた、その当の要因や筋道を明らかにすることによって、初めて、彼が第一体系として作り上げた言語というのが結局のところどのような性格のものであり、また、彼自身の目にはそれがどのようなものとして捉えられていたのかという点も、十分に明らかになるはずだと考えられるからである。

というわけで、少々前置きが長くなったが、第一体系がどのような興味を持つか、そして、本稿がどのような視角からこの体系を問題にしようとするかは、おおよそ理解されたのではないと思われる。しかしそれでは、第一体系の構築の筋道を明らかにするには、具体的にどのような事柄を検討するのがよいだろうか。

この場合、『概念記法』で彼が構成してみせている証明（特に二階量化関係の）や、或いはまた、彼がそこで与えている種々の説明（とりわけ、よく知られた「関数とアーギュメント」に関する独特の考え方を述べた部分）を参照する必要があるのはもちろんだろう。しかし同時に、このとき

見落とすわけにいかないのは、彼が実際に第一体系を用いて当時の段階として行ってみせている、算術についての分析の諸事例だと思われる。（これは、1879年の「概念記法の適用について」、82/83年の「概念記法の目的について」といった短い論考の他、80/81年の遺稿「ブールの計算論理学と、概念記法」にかなり豊富に見られる。）

ごく単純に言っても、第一体系を構築するための直接の手がかりを彼に与えたのが、当時の算術の理論、特に、そこで提示される定義や証明であったことは疑いがない。（実際、『概念記法』段階以来、ずっと後の『算術の基本法則』に到るまで、それらの定義や証明の曖昧さ、不十分さは、終始、彼の批判的吟味の対象となったものであり、そもそも彼が第一体系の構築を手がけたこと自体、こうした曖昧さ、不十分さの一般的な解決手段を求めてのことであつたのは、周知の通りである。）いま述べた、彼の行っている算術の分析の諸例からは、そのような第一体系の構築のための手がかりとして具体的に彼が何を得たのかが、かなり明確に窺われるし、またそれ以上に重要だと思われることとして、次の点がある。すなわち、これらの諸例において、第一体系の言語が、通常の算術の言語（数式や等式の類と、更に、自然言語によって与えられる補足的記述から成るもの）に対して関係づけられる際の仕方には、実は、現在常識的な「言語の拡張」という見方とは少々異なる独特のものがあり、このことから、彼自身が第一体系の言語をどのような性格のものとして捉え、位置づけていたのか、そして結局は、元々どのような仕方でこの言語を発見した（或いは案出した）のかについて、本質的な示唆が与えられると考えられる、ということである。

そこで、いま述べた点を念頭に置きながら、以下で具体的な考察に入ることにしよう。

2

まず初めに、多重量化について若干検討してみよう。多重量化文（多重量化を含む文）というのは、形式的な論理体系のうちにだけ存在する単なる論理学者の理論的仮構物なのではない。そうではなく、われわれの日常

的な言語活動のうちにもそれは当たり前に登場するものであり(よく引かれる例で言えば「誰でも誰かを愛している」などがそうである), 実際に, 比較的単純なものではあるが, われわれはこれらを用いて種々の推論(多重量化文の場合に固有であると言えるような種類の推論)をも行う. 要するに, 多重量化そのものは, 形式的な論理的言語の存否に一切関わりなく, 自然言語のシンタクスのうちにそれ自体で或る程度まで具現されていると考えてよいような論理構造であり, その意味では, 自然言語を習得している人は誰でも, 何らかの度合いで多重量化についての理解を持っていると言ってよい.

しかしもちろん, 実践的に多重量化文を多重量化文として使用できることと, 当の多重量化文の論理的構造をそれそのものとして把握し, 理論的な考察の対象にまでもたらしこととはまったく違う. フレーゲが第一体系において行ったことの一つは, まさにこの後者に他ならなかったわけである.

ところで他方, いま述べたようなわれわれの日常的な実践のレベルを大きく超えて, 自然言語をほとんどそのまま用いて相当に複雑な多重量化文を形成し, 非形式的・直観的な仕方においてではあれソフィスティケートされた多重量化推論を展開することを, いわば自らの「仕事」としている人々がいる. それは言うまでもなく, 算術の理論に従事する数学者たちであり(もちろんそこでは, 自然言語だけでなく, 算術に固有の数式や等式が併用されるわけであるが), 具体的にはこうした点は, よく知られている通り, 特に極限概念をそれそのものとして主題化する解析学の初等的部分などにおいて顕著に見られる. このような解析学の理論は, 未だ不安定な部分もあったとはいえ, 第一体系の構築に臨む際のフレーゲ自身の目の前にも既に与えられていたわけであり, 自然言語を用いた多重量化推論の実践というのは, フレーゲ自身を含め, 当時の数学者たちが従事していた活動そのものだったのに他ならない.

現在では, 解析学の教科書などで, 数式と日本語の文とによって与えられる定義や証明の中に, 簡単な仕方で量化子を交えて用いるということがよく見受けられる. つまりそこでは, 当の定義や証明のごく部分的な形式化が行われるわけである. だがそのような僅かな形式化であれ, それを行

うのが可能になったのは、まさに第一体系の出現以降のことであり、この体系の構築当時には、未だ一切そのような手段はなかった。そしてそのことは、当時の数学者の活動に種々の不都合をもたらし、実際に明白な誤りを生む場合さえあったと言ってよいだろう。だがそれはともかくとして、いずれにせよ当時のそうした実践のうちに示されているのは、この実践に従事する数学者が驚くほど自然言語の使用に依存し、また独特の仕方ですれに習熟してもいた（と同時に、逆に言えば、自然言語というのは、それに応えるだけの柔軟性をいわば本来的に備えている）という事実である。

さて、以上を踏まえると、第一体系を構築する段階でのフレーゲが、多重量化という主題そのものに敏感であったことには、何の不思議もないだろう。しかし同時に、繰り返しになるが、そのこと自体と、多重量化推論を、厳密に形式化されたシンタクティカルな操作として再構成しうるという事実気づくということとは未だ別である。そして更に言えば、結局のところ、この後者に気づくに到ったのは、ひとりフレーゲのみであった。通常の数学者がこの可能性に気づかずに終わってしまう（また、先に述べたような不都合や誤りが生ずる場合もあるとはいえ、とりあえずそれで支障はない）のは、単なる彼らの「不注意さ」であるとか「思慮の足りなさ」などによるのでは決してなく、それ自体、然るべき理由があるはずだと思われる。言い換えれば彼らは、彼らの実践の或る種の構造そのもののゆえに、ほとんど不可避的にいま述べたような形式化の可能性から目を逸らし、或いは目が塞がれてしまうということに他ならないだろう。従ってまた、逆に言えば、フレーゲの場合は、こうした通常の数学者の実践から何らかの仕方です身を引き離し、事態を捉え直すための、いわば或る種の「見方の転換」を果たすことが必要だったはずだと思われる。では、それは具体的にはどのように行われたのだろうか。

先にも触れた通り、フレーゲの遺稿「ブールの計算論理学と、概念記法」では、いくつかの算術的な定義や定理について、第一体系（ふつうの言い方では、その言語に、通常の数論的記号を交えて拡張を施したもの）を用いた定式化が与えられている。こうした定式化のうちの代表例は、よく知られている通り、関数の連続性の定義である。この例は問題の所在を明白にさせるものだと思われるので、少々これについて見てみよう。（と

言っても、以下では実質的な数学的内容に入るわけではまったくなく、単にこの定義をめぐって見出される言語的・論理的な問題を考察するだけのことである.)

まず一方で、通常、算術で与えられるこの概念の定義は、数式と自然言語の文との混合から成るものに他ならず、具体的には例えば、ほぼ次のようになる。(次の [1] は、フレーゲ自身がドイツ語で与えているものを、多少判りやすく書き換えたものである。Vgl. NS. 26f.)

[1] 実関数 $\Phi(x)$ が $x = A$ で連続的であるとは、次のことであると定義する。

$n > 0$ であるいかなる実数 n についても、 $g > 0$ である或る実数 g が存在して、 $-g \leq d \leq g$ であるようないかなる実数 d についても、 $-n \leq \Phi(A+d) - \Phi(A) \leq n$ となる。

ここにはまさに、通常の算術に現れる自然言語の多重量化文の事例が典型的に見られるわけだが、この [1] の定義節に対して、フレーゲ自身が与えている定式化は、次のようなものである。(ただし、表記法としては、第一体系のものではなく、現在の標準的なものを用いる。)

[2] $\forall n (n > 0 \rightarrow \neg \forall g (g > 0 \rightarrow \neg \forall d (-g \leq d \leq g \rightarrow -n \leq \Phi(A+d) - \Phi(A) \leq n)))$ (変項の領域は実数)

これはフレーゲ自身に従って、存在量子子を用いていないため、少々見づらいので、[2] と (古典論理的に見て) 論理的に同値なもう一つの定式化を掲げておこう。

[3] $\forall n (n > 0 \rightarrow \exists g (g > 0 \wedge \forall d (-g \leq d \leq g \rightarrow -n \leq \Phi(A+d) - \Phi(A) \leq n)))$ (変項の領域は実数)

さて、この例の場合とりわけ明白であるが、実は [1] の定義節と、[2] ないし [3] のようなその形式的定式化というのは、ほとんど逐語的といっ

てよいくらい密接に対応し合ったものに他ならない。(実際, [3] を日本語に訳せといわれれば, たいていの人が [1] の定義節を述べることになるだろうし, また [1] の定義節を [2] ないし [3] に書き直す場合も, その書き換え手続き自体, 容易に機械的に述べることができるだろう。) もちろんだからといって, そのことは, [2] や [3] のような定式化の意義を空しいものにさせるわけではなく, これらの定式化の眼目は, 何よりも, 当の定式化の構文論的構造そのものに即した, 厳密に形式化された推論を可能にさせるところにある。だがそれはひとまず措いて, いずれにせよ以上から予想されるのは次の点である。すなわち, フレーゲが [2] ないし [3] のような定式化を得たのは, 直接には, まさに [1] のような自然言語による定義節を分析することによってであったろうということ, 言い換えると, 未だ第一体系の言語がまったく作り出されていない(或いはその僅かな萌芽や断片といったものが作り出されつつあったにすぎない)段階で, おそらくフレーゲは, この [1] の定義節のような事例を目の前に置き, 実際にその構文論的構造に対する或る種の分析を行うことによって, まさに初めて [2] や [3] のような形式的定式化を作り出したに違いない, ということである。歴史上の事実としてフレーゲが体験した事柄はこれほど単純ではないかもしれないが, しかしいずれにせよ, ほぼこれに類する事実があったというのは, 非常に蓋然性が高いと言ってよいと思われる。

だがもちろん, ここでのポイントは, 文字通りに歴史的事実の憶測をすることにあるのではない。そうではなく, ひとまず以上のように見てよいものとした上で, ここで更に検討してみたいのは, 次のような二つの問題である。すなわち, その一番目の問題とは, 以上の想定の下で, 実際にフレーゲが [2] や [3] を得るに到るまでのプロセスをもう少し詳しく復元してみると, そこからは, 彼が行った作業や概念的思考の筋道が, どのようなものとして浮かび上がってくることになるか, ということである。他方, 二番目の問題とは, 既に [2] や [3] を得ているわれわれの目から見れば, [1] の定義節から [2] [3] へと進むことはほとんど自明に近いものに思えるにもかかわらず, なぜ通常の数学者は [1] だけで充足しうるのか, また或る意味で, 充足せざるをえないのか, 言い換えれば, そうし

た事実の背景にある彼らの実践の構造とはどのようなものであるのか、ということである。

これら二つの問題は微妙に絡まり合っているために、単純に二分して述べるのは難しいと思われるのだが、とりあえず、一番目の問題、つまりフレーゲの側に関する問題から少し考えてみよう。その場合、まず第一に、ここでのフレーゲの状況が、次のようなものとははっきり異なるということは、おそらく容易に理解されるだろう。現在では、既に第一体系以来の一階述語論理の形式的言語が実在するわけであるから、われわれはこれを出来上がったものとして学ぶことができる。従って、われわれが或る程度までそれを習得するに到れば、例えば練習問題として [1] の定義節を与えられ、これをこの論理の言語によって書き換えるように求められたとき、上でも触れた通り、ごく容易にわれわれは自力で [2] や [3] を発見できるだろう。しかし、いま問題にしているフレーゲの状況において彼が行わねばならないのは、こうした種類の「発見」ではない。彼にとっての問題は、既に出来上がった言語表現として存在する [2] や [3] を、[1] の論理形式を明示するものとして特定することなのではなく、当の [2] や [3] そのものを（そうした表現を含む形式的言語のシンタクスを）作り出すことだからである。

単に練習問題を解くだけの人の場合、[1] の定義節の分析を行う上で、既に出来上がった形式的言語のシンタクスそのもの（それについての彼の理解）が、この分析を予め方向付け、道を示してくれる指針の働きをする。ところが、いまも述べた通りフレーゲの場合は、このシンタクスそのものを創出せねばならず、つまり彼にはこのような指針は欠けている。従って結局、ここでのフレーゲは、[1] の定義節そのものをほとんど唯一の手がかりとして探究を進めるしかないことになるだろう。もちろんその場合、彼が利用しうるのは、単なる [1] の「文字面」だけなのではなく、彼が持つ算術の理論全般についての知識と、自然言語に関わる多様な知識である。だがいずれにせよ、まず第一に彼が行わねばならないのは、言語表現としての [1] の定義節そのものに目を向け（文字通り、それを或る種の対象物として「観察」し）、その構文論的構造を何らかの手段を用いて調べてみることである。

ところでしかし、或る意味で問題を遡ることになるが、以上を踏まえたとき改めて浮かび上がってくる一つの疑問は、そもそも彼がこのような仕方、言語表現としての [1] の定義節そのものに敢えて目を向けたのはなぜなのか、ということである。ごく単純に言って、数理論理学に通じた現在の一部の数学者であればともかく、とりわけ当時の通常の数学者が、フレーゲのような言語表現の「観察」を行うことがないのは明らかである。（これについては次節で更に見る。）このような「観察」というのは、彼らの規準に照らせば、単に数学とはまったく無縁な何らかの活動であると判断されて終わりだろう。では、フレーゲはなぜこのような「無縁な活動」に入り込んだのだろうか。もちろん、これに対する答えは或る意味でははっきりしている。彼はまさしく、論理学者の伝統的な原則的格率、すなわち、一般に何らかの妥当な論理的推論の事例と思われるものが見出されたならば、そこに現れた言語的諸表現の「内容」「意味」に目を向けるのではなく、むしろ当該の言語的諸表現の「形式」の側に目を転じよ、という格率を実行したのに他ならない。（この意味では、フレーゲの論理学がいかにも刷新的なものであったとはいえ、彼が、自らの仕事の本来の領分が「論理学」に属するものであるという自覚を持ったのは、まったく当然である。）そしてそのような言語表現の「形式」への視点の向け換えが行われた背後には、算術における多重量化推論がまさにその言語的な「形式」のゆえに妥当なものとなっているはずだという、彼の直観ないし確信が隠されていただろう。それはそれでよい。しかし、ここで更に問題にしたいのは次の点である。

いまも述べた通り、通常の数学者にとっては、言語表現の「観察」というのは、まったくの「無縁な活動」にすぎない。しかしそれにしても、ふつう彼らがそのように言語表現そのものに対する無関心さ、無頓着さのうちに留まっていられるのはなぜだろうか。そして何よりも、そうした無関心さ、無頓着さの結果（であり、おそらく原因でもあるもの）として、彼らは自己自身の活動の在り方について、どのような描像を持つに到るだろうか。実はこれらの点まで考え併せると、フレーゲの側が行った言語表現の「形式」への視点の向け換えということも、単なる論理技術上の「巧妙な思いつき (ingenuity)」といったものの次元を超えた、もう少し射程の大

きい含みや洞察を伴ったものとして理解し直すことが可能となってくるように思われる。というのも、通常の数学者が持つ自己の活動の描像との対比において見るとき、フレーゲが行ったような視点の向け換えの結果として露わになってくる数学の活動の在り方は、次節でその一端を示唆するように、極端と言ってよいくらいはつきりとした対照を示すものであり、そしてそうである限りにおいて、彼の行った「視点の向け換え」は、こうした数学の活動そのものに対する一つの新しい「見方」の出現をもたらすものとして評価してよいように思われるからである。

というわけで、話が度々あちこち移ることになるが、今度はむしろ、先に5つ前の段落で上げた二番目の問題、つまり通常の数学者の活動の側に関する問題を少々考えてみることにしよう。

3

通常の数学者の場合について最も特徴的だと思われるのは、彼らにとって、言語表現としての[1]の定義節そのものが、実は或る意味で「存在しない」ということである。

このことの趣旨は、まず単純には、次のように説明することができる。一般に彼らは、確かに[1]の定義節に様々な仕方で出会う。すなわち、それを教科書で目にし、或いは教師から言い聞かされて、それが表現しているはずの内容(命題)について思いめぐらしたりするし、更には、自分でこの定義節を発話して他人に説明を与えたりもするだろう。つまり彼らはそのようにして、[1]の定義節が織り込まれた様々な言語的实践(言語行為)に入り込み、実際に、自らこの定義節を使用しもするわけである。しかしそのような仕方で使用を行うことと、言語表現としてのこの定義節そのものに目を向けること、とりわけフレーゲの行ったような仕方で、それを「観察」の対象とすることは、まったく別物である。別物であるだけでなく、ふつうこれら二種類の行為は、互いに排除し合うものであり、両立しえない。もっと正確に言うと、原理的な問題として、同じ一つの言語表現(タイプとしてではなく、トークンとしての)が、一人の主体によって、

同時に使用され、かつ「観察」の対象とされることは不可能だ、ということである。実際この点はむしろ、「観察」の場合を考えた方がはっきりするだろう。[1] の定義節（の或るトークン）が「観察」の対象とされているとき、明らかにそれは観察者自身によっては使用されておらず（ただし当のトークンが、別の人が主張などのために発話しているものであるといったことは十分可能である）、そもそも使用されようがない。誤解のないように補足しておけば、ここでの問題を考える上では「タイプ」ではなく「トークン」だという限定がぜひ必要である。なぜなら、[1] の定義節の或るトークンを「観察」している人が、何かの具合で（タイプとしては）同一の定義節（の別のトークン）を発話する、つまり、主張や説明などのために使用するということは、やはり十分に可能だからである。（少々くどくなるが、実はここにはもう一つ複雑な事情がある。それはすなわち、「観察」の対象としてその場に置かれるのは確かに或るトークンだが、しかし、その「観察」のいわゆる志向的对象そのものは、むしろタイプだと考えるべき理由があるということである。なぜなら、「観察」のうちで行われる構文論的操作そのものはタイプを対象として行われるはずだし、実際この操作を通じて認識される事柄は、当該の言語表現のタイプ全体に当てはまるはずだからである。）

しかしながら、実は以上に述べたのはごく皮相な論点でしかない。実際、数学者が [1] の定義節を使用する際には、これを「観察」できないなどというのは、何ら彼ら自身の責任ではなく、いま述べた通り、一般に言語記号そのものが持つ或る種の原理的性格のゆえにすぎない。しかるに、彼らにとって或る意味で [1] の定義節が「存在しない」というのは、そうではなく、彼らの実践の固有の性格そのものに根ざして生じてくることである。そこで次にこれを説明しよう。

問題のポイントは、[1] の定義節を使用する彼らの行為が、例外的なケースを除いて、彼ら自身によって、決して当の言語表現の使用としては自覚されない、という点にある。これはおそらく二つの理由から生じてくるだろう。すなわちまず第一に、[1] の定義節を用いて行われる彼らの実践が、まさに徹底したパフォーマンスとして展開され、当の実践に対する彼らの間の関心は、ほとんどもっぱらこうしたパフォーマンスとしての効

果、その成功・不成功という点だけに絞り込まれるからである。実際、[1]の定義節はどのような仕方で使用されるだろうか。それは例えば、何か具体的な実関数と或る x の値が特定されたとき、当の関数が当の x の値で本当に連続だと言ってよいということを確認するために、つまり、そのことの証明を行うために、おそらく引き合いに出されるだろう。すなわち彼らは、一般に或る関数が x の或る値において連続であるとは、まさにこの定義節が述べるような事柄が成り立っている場合である、ということを互いの間で確認した上で、当の特定の関数の場合、当の特定の x の値において、まさに定義節の述べる通りの事柄が成り立っているということをして、周囲の人間に向かって論証し、説得しようとするだろう。ここでの眼目は明らかに、この論証ないし説得という行為自体の成功・不成功に存しており、この行為が [1] の定義節の使用を含んでいるという事実は、その場に立ち会うどの人によっても、それそのものとしては度外視され、ふつう自覚されることがない。ちょうど、或る機械の操作マニュアルを読み終えた人が、実際にこの機械を随意に操作できるようになったとき、当のマニュアルの文言は一切記憶に残らず、そもそもマニュアルという言語表現がそこに介在した事実自体を忘れてしまう、といった事態に似たことが起こるわけである。

しかしもちろん、実は以上もまた、格別数学の実践に特徴的であるわけではなく、われわれが日常的に行うほとんどの言語活動に共通して見られる事柄にすぎない。むしろここで更に留意すべきなのは（これが、上の段落で述べた「二つの理由」の二番目ということになるが）、特に数学の場合、自然言語以外に、固有の言語、つまり数式や等式といった算術的記号が使用されるという事実である。この固有の言語については、それがまさに自然言語とは大きく異なる諸記号から成るがゆえに、彼らの間でかなり顕著に記号として意識される。（[1] の定義節に含まれる算術的記号の部分についても、おそらくこれは当てはまるだろう。）それどころか、このような算術に固有の諸記号については、それらをいかにうまく操作するか、いかに新しく便宜に適った表記法を案出するかといった点が、彼らにとって常に大きな関心事である。だがまさにそのことの代償として、彼らの用いる言語が、実は算術的記号のみなのではないこと、むしろ、算術的

記号で表現できる事柄は著しく限られており、実際には圧倒的に自然言語が使用されていることが、端的に没却されてしまう。要するに彼らは、自らが用いる言語ないし記号としては、ほとんど算術的記号のことしか念頭に置かなくなり、自然言語の諸表現の介在に対して目を閉ざしてしまう（目が塞がれてしまう）のに他ならない。

ここまで記述してきた事柄は、フレーゲ自身のテキストとはかけ離れたもののように思われるかもしれないが（そうであっても直ちに問題があるわけでもないだろうが）、実はそうではない。ここでは詳細な引用は控えるが、既に度々言及した「ブールの計算論理学と、概念記法」においては、非常に鮮やかと言ってよいような仕方で、以上のような通常の数学者の言語意識の「逆転」が行われているのが認められる。すなわちそこでのフレーゲの第一の趣旨は、通常の算術の実践（とりわけ証明の構成）が、実は自然言語に決定的に依存しているということ、そしてまさにそのために、自然言語の曖昧さ、不十分さの圧倒的な浸透に晒されており、そこでそうした浸透を一般的に除去し、当の自然言語の役割を完全に（しかもいっそう厳密な仕方で）代行しうるような新しい言語として構想されたのが、他ならぬ概念記法だということである。（Vgl. NS. 13-15, 31-36.）

もちろん、ここでフレーゲが意図しているような、完全な言語としての概念記法による算術全体の再構成、といった理想が、それ自体あまりにも素朴なものであることは確かである。（後に彼を襲った、彼自身の構想した形での論理主義のプログラムの破綻を考えても、或いはまた、ゲーデルの不完全性定理などを考え併せても、一般に形式的言語による算術の再構成ということの意義は、もっと慎重に捉え直されるべきである。）しかし同時に、ここでのフレーゲに見られる、上で説明したような通常の数学者の言語意識の「逆転」というのは、既に前節で示唆した通り、依然として、それそのものとして重要な興味を含むと言ってよいと思われる。これは次のような意味である。

通常の数学者の言語意識というのは、彼ら自身の実践の在り方について、或る種の偏った、哲学的に見て疑問の余地の大きい描像を、ほとんど不可避的に生み出すと言えるだろう。実際、彼らにおいては、算術的記号の介在ということだけが意識されるため、次のような二つの帰結が生じて

くると考えられる。すなわち、まず一方で彼らは、実は自らが、直観的な仕方において、自然言語の諸表現（多分に曖昧なものを含むとはいえ、そのシンタクティカルな構造）に依拠した推論を明らかにしているにもかかわらず、この事実を容易に見落とす。そしてむしろ、自らが、当の推論において問題になっている種々の数学的対象物（実関数、実数、等々）や、それらの間に成り立つ数学的な「事実」そのものを直接に取り扱っているという、素朴な形の数学的プラトニズムに直結する印象を形成する。ところが更にそれだけではなく、もう一方で、算術的記号に対する自覚があるせいで（いわば、それが仇となって）、いま述べた印象はいっそう強固なものとなる。というのは、次に述べるような意味合いで、一般に算術的記号そのものは、實際上の便宜には適っていても、そのシンタクティカルな構造が、（これもやはりフレーゲが強調した点であるが）著しくミスリーディングだからである。

実際、例えば [1] の定義節についても、実は、これをそのまま書き換えるために導入された算術的記号法が存在する。すなわちそれは、よく知られている通り、

$$[4] \quad \lim_{x \rightarrow a} \Phi(x) = \Phi(a)$$

といったものである。（ここでは [1] における「 A 」を「 a 」に書き換えたが、それ以外は相違はない。）これはもはや、本来それが多重量化文であることさえ、その構文論的構造そのものからは読み取れないし（束縛変項として「 x 」しか現れていない）、しかも、見かけ上は等式としての形を持っ
てしまっている。しかしそれにもかかわらず、通常、数学者はこれで何ら不自由しない。それはもちろん、彼らがこれを或る意味で「正確に」（つまり元々の [1] が述べるような趣旨のものとして）解釈する術を十分に心得ているからであるが、しかし同時に、それ以上の問題として、彼らが決してこの [4] そのものを用いて（その構文論的構造に従って）推論を行うことがないからである。むしろ彼らは [4] を、必要な情報（問題となっている実関数は何であるか、問題となっている x の値は何であるか、等々）を引き出すための単なる「心覚え」「目やす」といったものとして

しか扱わない。そしてそのことから帰結するのは、次のような彼らの自己了解、すなわち、自分たちは、結局のところまったく偶然的・付随的な仕方と言語表現を用いるにすぎず、基本的にはもっぱら、そこで問題となっている当該の関数そのもの、実数そのものを取り扱っているのだ、という強い確信である。

こうして、通常の数学者の言語意識は、以上のような二重の仕方、ほとんど不可避免的に、自らが数学的な対象物、数学的な構造、数学的な「事実」を取り扱っている、或いはもっと端的に言って、文字通り「マニピュレートしている（手で操作している）」かのような自己了解をもたらすに到るだろう。筆者の理解するところでは、フレーゲの行った算術の多重量化推論の形式的分析——つまりこの推論が、厳密なシンタクティカルな操作として、言い換えると、或る種の機械的な言語的・記号的操作として、再構成し直せるものであるという事実の解明——の、一つの顕著な哲学的意義は、これによって、以上のような通常の数学者の素朴なプラトニズムを大きく揺るがしたこと、或いは少なくとも、そうした素朴なプラトニズムとはまったく異なった数学的活動についての一つの描像を提供したこと、つまりは、まさにこの意味での「見方の転換」をもたらしたことにあったと評するべきであるように思われる。

もちろんこのように述べると、当然ながら、次のような指摘を受けることになるだろう。確かに、こうした「見方の転換」は、通常の数学者が自然に抱くような種類の素朴なプラトニズムに対しては、本質的な異議申し立てとしての意義を持ち、一定のオルターナティブを示唆しているとは言えるかもしれない。しかしながら、結局のところ、その結果として新たに得られる描像というのは、良いか悪いかは別としても、実は彼らの抱くプラトニズムと大差がないのではないか。なぜならば、他ならぬフレーゲその人こそ、以上のような素朴なものとは異なるとはいえ、数学的对象、数学的関数、数学的「事実」に関するプラトニズムの最も強固な代表者であったのだから。

これは実際、もっともな指摘であり、いま述べたような「見方の転換」の結果が、結局のところ、数学についてのどのような描像に行き着くことになるのかを更に検討することが必要であるのは間違いない。実は、その

場合に必要とされるのは、[2] や [3] のうちに依然として残存している算術的記号そのものを更にどう分析するか、フレーゲ自身は、第一体系の段階に始まって、その後、この問題についてどのように考察を進めていったのか、という点を明らかにすることである。これらの点が十分に明確になったとき、初めて、フレーゲ的なプラトニズムの固有の特性がどこにあるのか、またこの立場がどれほど支持できるものであるかの検討も緒に就くことになるだろう。そしてそのためには、度々繰り返すことになるが、まず予め、本稿で手がけているような、第一体系の構築に至るまでの彼の思考の筋道についての説明が行われる必要があると思われる。

いずれにせよ、ここで次の点を強調しておくことは許されるだろう。それはすなわち、僅かに以上のような範囲の考察だけでも、次の点が十分明瞭に見て取れるはずであり、またぜひとも見て取られるべきだ、ということである。それはすなわち、フレーゲが行った第一体系の構築は、そして更に言えば、その後、本格的な仕方で彼が追求することになっていった（論理主義的観点からの）算術の形式化の企ては、ふつう信じられるように、ほとんどもっぱら「算術の理論を正当化すること」という（それ自体として見れば相当に素朴で疑問の余地が少なくないと思われる）側面にのみその哲学的な意義や興味が見られるのではなく、或る意味ではそれよりいっそう射程の大きい意義ないし興味として、以上で強調してきたような、数学的活動そのものの在り方に対する「見方の転換」という側面を持つ、ということに他ならない。

というところで、本稿そのものは閉じることになるが、これに続けて、第2節で宙吊りになったままである問題、すなわち、形式的言語のシンタクスそのものが欠けている状況の下で、[1]の定義節のような自然言語の表現だけを手がかりとしながら、いかにしてフレーゲは[2][3]のような形式的定式化の発見ないし案出へ、そして結局は、第一体系のシンタクスそのものの創出へと至ることができたのか、という問題について、具体的な考察を行うことを目標としたい。

著作の略号

[NS]: G. Frege, *Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel*, 1er Band, hrsg. von H. Hermes et al., 2te Aufl., F. Meiner, 1983.