

「規則」と「応用」の問題

— 一般性と帰納法 —

石井 雅史

1 はじめに

小論では、ウィトゲンシュタインの中期の数学の哲学について、「数学的帰納法」に関する彼の考え方に着目しながら考察する。ここでは、帰納法に関する彼の議論をそれだけで取り上げるのではなく、フレーゲの「応用可能性」に関する議論との関連で考えることにしたい¹⁾。それは、単にウィトゲンシュタインに対するフレーゲの影響関係を探るためだけでなく、「規則と応用」という後期ウィトゲンシュタインにとって重要なテーマの淵源はどこにあるのかという問題に対して見通しを与えるためにも極めて有効なやり方であろうと思われるからである。

2 問題の所在

ウィトゲンシュタインは中期の『ウィトゲンシュタインとウィーン学団』

1) ウィトゲンシュタインの中期の数学論についてのこれまでの研究としては、奥[1982]、戸田山[1990]、Gerrard[1991]が挙げられる。これらの論に特徴的なことは、中期の数学論を「明確な規則に支配され、何ものも指示しないという意味で閉じたゲームとしての数学」というパラダイムで捉えるという点であり、さらに戸田山、Gerrardでは、後期においてウィトゲンシュタインは、数学的記号の意味を閉じたゲームの内部の使用規則ではなく、体系外部で応用されるとき記号の用い方に求めたのだ、とされる。ここでは、詳細は論じないが、一点だけ述べるならば、2.での議論からも分かるように、ウィトゲンシュタインは中期において、「自然の認識に役立つ」ような算術の応用を念頭においており、決して「閉じたゲームとしての数学」での記号使用だけを考えているのではないという点である。

の「形式主義」と題された節において、フレーゲと、ハイネ、トーマエの形式主義との対立に触れて、おおよそ次のような主旨のことを述べる。算術は、形式主義者が言うような単なる「記号を用いたゲーム」ではないが、だからといって、記号はフレーゲが言うように何らかの「意味」を持たないといけないというのでもない。算術の場面では、この二者択一以外に「第三の選択肢」となる考え方があるのであり、本質的なのは、それらの「記号に妥当する規則」なのである、と²⁾。では、ここで挙げられる「第三の選択肢」とはいかなるものなのか？この点については後に考察するが、その前にフレーゲと形式主義者の論争について簡単に触れておくことにする。

フレーゲは、『算術の基本法則』第Ⅱ巻第Ⅲ部の86節-137節において、ハイネ、トーマエが提示した形式主義を詳細に検討し批判を加えている。ここで批判の対象となっている「形式主義」について簡潔に述べるならば、これは「数学とは意味内容を持たない空虚な記号によるゲームである」という立場である。実際の数学では、そこで使われている記号の意味は何であるかについては特に意を払うことなく、当該の計算規則に従って記号を処理しているというのが実状である（例えば「 $2+2$ はいくつか？」という問いが出されたとき、我々は「数記号“2”の意味」など考えることなく、加法規則に従って端的に「4」という答えを出すであろう）。そうだとするならば、数学とは与えられた記号を設定された規則に従って処理する単なる記号操作に過ぎないように見えよう。それゆえ、形式主義者に従えば、「算術は恐らく空虚と称される記号によって行われるゲーム」に他ならず、諸記号には「一定の結合規則(ゲーム規則)に応じてそれらの振る舞いに関して与えられた内容以外にいかなる内容も付与」されることはない(GGAⅡ-Ⅲ, 88節)。だが、こうした形式主義者の主張に対し、フレーゲは次のように反論する。

形式的算術においては、ゲームの規則を基礎づける必要はない。我々はただ端的にそれらの規則を立てれば良いのである。一定の性質を持った数が存在することを証明する必要もない。端的に駒を導入し、それらの取り扱いのための規則を与えればよい。これらの規則は駒の性

2) WWK, SS. 103-106, 150.

質と見なされうるのであるから、我々は望み通りの属性を備えたものを — 少なくとも見かけの上では — 任意に作り出すことが出来る。… (中略)…確かにトーマスはチェスの任意の規則に次のような結果をもたらす算術の規則を対比させてはいる。 — つまり、まさに算術の規則が自然の認識において数に本質的な役割を果たしうるようにするのである。だが、このような対比は、規則の応用が問題となって始めて、つまり我々が形式的算術という地盤を捨てて初めて露わになる。我々が形式的算術という限界を超えてその外を見やるのでない限り、算術規則もまたチェスの規則と同様に任意なものと思われる。

(GGA II-III, 89節)

形式主義的立場では、ゲームの規則は必要に応じて立てればよいという点で任意であり、基礎付けの必要はなく、応用は度外視されてしまう。しかし、その場合には、算術を(個数の数え上げなどに)応用し、「自然の認識」のために役立てる、という算術の重要な側面が見落され、結果的に、算術とチェスなどの「単なる駒を用いたゲーム」との違いが分からなくなってしまうことになろう。むしろ、応用こそが算術を単なるゲームから区別するのであり、応用を度外視してしまう形式主義的立場では、算術の応用可能性は説明できない。それ故、我々は形式的算術の立場を離れ、フレーゲの「内容的算術」へと向かう必要があると論じられるのである。

フレーゲの形式主義者に対する反論は、今見たように「算術の応用可能性」という点に関わっており、フレーゲの形式主義に対する反論を明確にするにはさらに多くの論点を付加しなくてはならないであろう。だが、本稿はフレーゲと形式主義の対立を論じることが目的ではないので、両者の論争についてこれ以上論じることとはしない³⁾。ここで注目したいのは、この「算術の応用」がいかんして可能になるのかについてのフレーゲの説明の方向とそれに対するウィトゲンシュタインの側の反応にある。では、算術の応用はいかんして可能か？ この点についてフレーゲは次のように言う。

3) フレーゲの形式主義者に対する批判の詳細に関しては、野本[1999]を参照されたい。また、三平[1999]では、フレーゲの数学の哲学に伴うプラトニズムの観点から、数学の応用可能性の問題が論じられている。

算術の等式を我々が応用できるのはどうしてなのか。それらの等式が思想を表現するからに他ならない。何ものも表現しない等式を我々はどのように応用しうるであろうか。一定の規則に従って別の駒の集まりへと変換されるような駒の集まりに過ぎないのではないか。今や応用可能性のみが、ゲームを越えた科学という身分へと算術を引き上げるのである。

(GGA II-III, 91節)

そうすれば[=算術家が彼の式の各々に一つの意義を結び付けるならば:筆者注], その意義は極めて一般的なものであるので、算術家は、幾何学的公理や物理学および天文学的観察と仮説の助けを借りることによって、これらの諸科学の内に多様な応用を見出すことが出来る。

(GGA II-III, 92節)

論点を整理するならば、算術が応用可能なのは、まず第一に、算術の等式が思想を表現しているからであり、第二に、算術の式に結び付けられる意義が一般的であるため、これを個々の場面に応用する(多様な自然の認識のために式を使う)ことが可能になる。こうした考え方によれば、「2個のみかん+2個のみかん=4個のみかん」は「 $2+2=4$ 」という算術的等式の応用であり、前者は「 $2+2=4$ 」という一般的な意義の結び付けられた命題の一つの具体的な例化事例であるが故に正しい計算であるということになるだろう。だが、ウィトゲンシュタインはこの考え方に対して次のように言う。

算術の命題は、具体的な場面に用いられるところの、一般法則ではない。私が「2個のすもも+2個のすもも=4個のすもも」「2脚の椅子+2脚の椅子=4脚の椅子」と言うとき、私は「 $2+2=4$ 」という命題を種々の場面に使用したのではない。私は常に同一の使用を眼前にしているのである。

(WWK, S. 225.強調原文)

ここでウィトゲンシュタインは「数詞を用いた計算」と「すもも(あるいは椅子)を用いた計算」との間に差異(優劣)を認めていない。いずれの場合にも、我々は加法という特定の規則に従った応用をしているのであり、その点で我々は何をゲームの駒として使うかに関わらず「同一の使用(応用)」をしてい

るだけだというのが彼の見方である。このように考えるならば、「一般的な規則を表す命題」が応用の場面で用いられ「例化事例としての命題」が出てくるといふ考え方には問題があることになる。だが、このように述べたからと言って、ウィトゲンシュタインは「一般的規則」あるいは「一般的な意義の結び付けられた命題」について考えることが無意味だと言いたいのではない。そうではなく、彼の主張は、こうした「一般的な規則」を何らかの形で表記することは出来ないという点を浮き彫りにすることにある⁴⁾。

算術の応用の最も一般的な形式を提示することは可能か否か、またどのようにして可能なのか、ということが常に問題となる。そして、ここでまさに奇妙なことには、そうした詮索はある意味で必要ないと思われる。そして、もし本当に必要でないならば、それは不可能でもある。

つまり算術の応用の一般形式は、それについては何も述べられないということによって描出されるべきである、と思われる。

(PB. 110/PG II, 15 S. 306)

では、「何事も述べられないことによって描出される」ような一般的形式とはいかなるものか？ この点に関して参考になるのは、「算術における一般性は帰納によって描出される。帰納は算術的な一般性の表現である。」(PB, 129) というウィトゲンシュタインの言葉であろう。この言葉に限らず、中期の著作の中で彼は数学的帰納法や等式の帰納的(回帰的)定義について多く論じており、さらにこの帰納法と一般性の関連についても多くの箇所で触れている。従って、以下ではこれらの箇所为依托しながら、算術の一般的規則あるいは一般形式の問題について考えていくことにする。

4) 算術に関する「一般規則」を命題という形で表わそうとする態度に対するウィトゲンシュタインの疑念は、後期においても変わっていないようである。次の引用を参照。「そのように計算する人 [= 家を建てる建築材料の長さなどを計り、支払うべき金額を計算する人] は、〈算術の命題〉を喋らなくてはならないだろうか。もちろん、我々は子供たちに九九の掛け算を短い文にして教える。だが、それは本質的なことだろうか。彼らは何故ただ計算を学ぶのではないけなのだろうか。彼らがそのようにできるのならば、算術を学んだのではないか。」(RFM, 第1部144節)

3 帰納法

ウィトゲンシュタインは帰納法の考え方について、証明を例に引きながら次のように述べている。

数学には、二種類の証明がある。

1. 或る一定の式を証明する証明。この場合、その式は、その証明自体の中で最後の部分として現れる。【例： $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 】
2. 帰納法による証明。この場合まず注目すべきことは、証明自体の中に証明されるべき命題が全く現れてこない、ということである。従ってこの証明は、全く命題を証明するのではない。即ち帰納法は、或る命題に達するための方法ではない。むしろ、それは、或る無限な可能性を我々に見せるのである。そしてここにのみ、帰納法による証明の本質がある。 (WWK, S. 135)

ウィトゲンシュタインは「証明自体の中に証明されるべき命題が現れてこない」という点と「無限の可能性を見せる」という二点を帰納法の特徴としてあげているが、第一の特徴から彼の考え方を探っていくことにしよう。

帰納法で念頭におかれているのは、「結合法則： $a + (b + c) = (a + b) + c$ 」といった数学の公理である。ウィトゲンシュタインの中期の著作には、結合法則についての言及が散見されるが、『哲学文法』第二部「6. 帰納法による証明、循環」で彼は帰納法について集中的に論じている。そこでは、以下に示すスコレームによる加法の定義と結合則の証明が例に引かれている⁵⁾。

【定義 1】 $a + (b + 1) = (a + b) + 1$

これにより a と $b + 1$ の和が $a + b$ の後続数に等しいとされる。従って加法が a の任意の値と或る数 b に対し既に定義されているならば、加法はこの定義により任意の a と $b + 1$ に対して定義され、そしてこれにより一般的に定義される。これは回帰的定義の典型例である。

5) Cf. PB, 163

【定理 1】 結合法則： $a+(b+c)=(a+b)+c$

定義 1 により定理は $c=1$ に対して成立．定理が a, b の任意の値と或る c に対して妥当と仮定．この場合， a, b の任意の値について

$$(a) \quad a+(b+(c+1))=a+((b+c)+1) \quad (\text{定義1より } b+(c+1)=(b+c)+1)$$

$$(b) \quad a+((b+c)+1)=(a+(b+c))+1 \quad (\text{定義1より})$$

$$(c) \quad (a+(b+c))+1=((a+b)+c)+1 \quad (\text{仮定より})$$

$$(d) \quad ((a+b)+c)+1=(a+b)+(c+1) \quad (\text{定義1より})$$

(a),(b),(c),(d)から

$$a+(b+(c+1))=(a+b)+(c+1)$$

故に任意の a, b に対して， $c+1$ についても結合法則が成立．従って定理は一般的に妥当．

(証明終わり)

まず注意したいのは，結合法則を表す命題「 $a+(b+c)=(a+b)+c$ 」がこの証明の終わりに登場していないという点である．言い換えれば，この証明は「 $a+(b+c)=(a+b)+c$ 」という命題自身の証明ではない．では，結合法則「 $a+(b+c)=(a+b)+c$ 」はこの証明の中でどのような位置づけを持っているのか？ 先の引用に続けてウィトゲンシュタインは，次のように言う．

帰納法による証明が我々に示すことを，人は後から一つの命題として表明し，そしてその際「すべての」という語を用いるのである．しかし，この命題は，その証明に何かを付け加えている．あるいは次のように言った方がよい．即ち，この命題は記号が記号付けられるものに対して持つと同じ関係を，その証明に対して持っている．この命題は，その帰納法に対する名前なのである．この命題は，その帰納法を代表しているのであって，その帰納法から出てくるのではない．

(WWK, S. 135)

帰納法による証明によって示されたことに対して後から与えられた名前であるというのがウィトゲンシュタインの答えである．だが，ここで「帰納法による証明が我々に示すこと」とは具体的にはどのようなことであろうか．別に帰納法について触れた箇所では，ウィトゲンシュタインは，「あるのは

「帰納法という」方法だけであり、そして命題と呼ばれるのは、ただこの方法についての切りつめられた名前なのである」(WWK, S. 33)と述べているが、この発言と先の引用を重ねて考えるならば、帰納法によって示される内容とはその方法であると考えことは許されるだろう。さらに、ここで帰納法の方法と呼ばれるものは、先の結合則の証明で言えば、「 $a + (b + 1) = (a + b) + 1$ 」という定義から「 $a + (b + c) = (a + b) + c$ 」の成立を仮定し、回帰的に式を変形していくことに他ならない。そして、ウィトゲンシュタインがこの回帰的な方法に着目することで意図しているのは、特定の代数的命題例えば「 $2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$ 」に対しても、同様に式変形という操作を通じて証明を与えることができ、この代数的命題の証明が与えられる限りで、帰納法により証明された命題が定理として認められるという点にある。

私はこう言いたい。そのような実例の産出が代数の命題の証明と呼ばれうる、まさにこの意味においてのみ、帰納法による証明は、この定理の証明なのだ。その限りにおいてのみ、帰納法による証明は代数の命題を検査する。
(PG, p. 396)

例えば、「 $5 + (4 + 3) = (5 + 4) + 3$ 」の証明は、

$$\begin{aligned} 5 + (4 + 3) &= 5 + (4 + (2 + 1)) = 5 + ((4 + 2) + 1) = (5 + (4 + 2)) + 1 = (5 + (4 + (1 + 1))) + 1 \\ &= (5 + ((4 + 1) + 1)) + 1 = ((5 + (4 + 1)) + 1) + 1 = (((5 + 4) + 1) + 1) + 1 = ((5 + 4) + (1 + 1)) + 1 \\ &= ((5 + 4) + 2) + 1 = (5 + 4) + (2 + 1) = (5 + 4) + 3 \end{aligned}$$

といった形で与えられ、他の算術の等式（「 $2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$ 」など）に対しても同様な式変形を与え、等式を証明することが出来る。そして、この式変形による証明が帰納法による証明と関係するのは、この証明を通じて同時に当の定理（結合則）の成立が見て取られるのだとウィトゲンシュタインが考えているからである。このように考えるならば、当の証明とは別に、定理の成立を命題の形で描こうという試みは意味をなさないであろう。「我々がその証明から見て取ることを、命題において描出することは全く不可能であり、それと全く同じ理由でそれを否定することも不可能である」(PB, 164)というウィトゲンシュタインの発言の背景には、このような「証明が当該定理の成立を示す」という見方があると思われる。

4 代入の形式的関係

しかし、「 $5+(4+3) = (5+4)+3$ 」などの命題の証明から、結合則の成立が示されているのだとしても、これはあくまでも特定の命題と結合則との関係について述べものに過ぎない。だが、これ以外の任意の代数的命題においてもこうした点が成り立つ、つまり代数的命題が一般性を持つという点はどのように考えたらよいであろうか。この点に関してウィトゲンシュタインは次のように述べている。

代数的命題の一般性は命題自身にあるのではなく、その正しい適用の可能性にある。そしてこれについては代数的命題は帰納を再三再四指示せねばならないのである。即ち、代数的命題はその一般性を語らず、表明しない。一般性は、帰納的系列の項として表される代入に関する形式的関係において示されるのである。(PB, 168)

ウィトゲンシュタインはここでも帰納法により問題に対処している。では、ここで言われる「代入に関する形式的関係」とはどのようなものなのであろうか。これについて彼は、「 $a + (b + 1) = (a + b) + 1$ 」という回帰的な規則を例に取り説明している。

たとえば、
 $1 + (1 + 1) = (1 + 1) + 1$
 $1 + (2 + 1) = (1 + 2) + 1$
 $1 + (3 + 1) = (1 + 3) + 1$
等々

が与えられたとき、その回帰的な関係を表すならば、

$a + (1 + 1) = (a + 1) + 1$
 $a + ((1 + 1) + 1) = ((a + 1) + 1) + 1$
 $a + (((1 + 1) + 1) + 1) = (((a + 1) + 1) + 1) + 1$
等々

という規則で表すことができるであろう。しかし「等々」という表現は、ここで与えられた規則の内実を示すものとしては不分明である。そこで、ウィトゲンシュタインは「等々」という形で進んでいく系列の一般形式を表すために、次のように書き換えている。

ここで与えられた規則を, $|1, \xi, \xi+1|$ の形式で次のように書く.

$$a + (1 + 1) = (a + 1) + 1$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$a + (\xi + 1) = (a + \xi) + 1$$

$$a + ((\xi + 1) + 1) = ((a + \xi) + 1) + 1$$

この規則の適用に際して, a は $|1, \xi, \xi+1|$ に沿って走る. (PG, p. 421)

この $|1, \xi, \xi+1|$ は「1」から始め, 順に ξ に対する代入を継続的に繰り返すことによって「2, 3, ……」という無限な数系列を生み出していく形成規則を表している. そして, ここで言われていることは, 「 $a + (1 + 1) = (a + 1) + 1$ 」の命題が, このような無限な操作の適用をおこなっていくような構造を持っており, この等式の両辺に置かれる表現が持つ構造的性質が, それ自身で算術の規則を示していると考えられる. いわば, この等式において示されている算術の規則が無限に適用可能であることが, 「 $a + (1 + 1) = (a + 1) + 1$ 」の命題の一般性を示すのである.

このように算術における一般性の本質は, ' $|1, \xi, \xi+1|$ ' という操作の無限な継続的適用可能性にあるといえる. そして, こうした「操作」という側面にウイトゲンシュタインが着目するのは, 無限を何らかの外延的なものと考えたことを拒否する点にあった⁶⁾. それは次の彼の言葉からもうかがうことができる.

数学における一般性は方向であり, 操作の系列に沿って指し示す矢である. そして, 矢は無限を指し示すということが確かに出来る. しかしこのことは, 一つのものが矢によって指示されるように指示され

6) 算術命題の一般性の問題を「操作」と「反外延主義」という観点から考察する立場は, 『論考』の時期から既に始まっている. 例えば, ウイトゲンシュタインは「数とは操作の累乗である」(TLP, 6.021)と述べているが, 簡潔に言えば, これは基数を操作の回数として定義することであり, この定義だと, 無限については操作を可能な限り続けていくことが可能だという以上のことは言えない. そして, こうした形で数を定義する限り, 実無限を認める集合論, それを元にする論理主義の立場とは相容れない. それゆえ『論考』では「クラス理論は数学においては全く余計」(TLP, 6.031)だとされるのである. 前期ウイトゲンシュタインの数学の哲学を, このような「反外延主義的有限主義者」という立場から解釈したものとしては, Marion [1998] が挙げられる. また, 大野[2001]も参照されたい.

る何物かとして無限が存在する，ということであろうか．こう考えるとすれば，当然終わりのない無意義なことに行き着くに違いない．

(PB, 142)

無限の可能性を説明するためには，この無限な可能性をまさに我々に想定させる所の，いやむしろそこから我々が無限な可能性を読み取るところの，記号の諸相を指示することで十分でなくてはならない．即ち，記号における現実的なもので十分でなくてはならず，再び，記号を記述することによってしか示されないような記号の諸可能性を考慮に入れてはならない．それ故，「 $|1, \xi, \xi+1|$ 」という記号 — 形成規則の表現 — にすべてが既に含まれていなければならない．無限な可能性と共に神秘的な要素を文法に再び導入してはならない．

(PB, app. p. 314)

無限を可能性として捉えるこのような見方は，一般性の証明である帰納法が，「すべての」数について当て嵌まるような性質を持つ証明であると見なされるのを拒否する．或る性質が「すべての」自然数について当て嵌まるという証明は，それが無限な外延についての言明であるかのように語ってしまうからであり，彼からすれば適切な語り方でないからである．このような「反外延主義」の見方からすれば，フレーゲが数学において導入する「量化」の考え方には問題があることになる．例えば，先の「 $a + (b + 1) = (a + b) + 1$ 」という命題に対して，フレーゲならば，これがすべての自然数について成り立つという性質から，「 $\forall \xi (a + (\xi + 1) = (a + \xi) + 1)$ 」という形で量化を行い，この命題の一般性を示そうとするかもしれない．しかし，算術の等式の両辺に置かれる表現がそれ自身で算術の規則を示し，この規則の無限な適用可能性が当の命題の一般性を示すという先の論点に立ち返るならば，自然数全体への言及や量化も算術の中でわざわざ行う必要はないということになるだろう．

帰納的証明は，言わば一般性の証明なのであって，すべての数についての或る性質の証明ではないのである．(PB, 168)

我々の記述の要点は，「すべての数」という概念が，もっぱら「 $|1, \xi,$

と+1 |」といった種類の構造によって与えられた、ということなのである。その一般性は記号体系の有するこの構造によって提示されたのであり、 $(x).fx$ によっては書き表すことが出来ないのである。(PG, p.432)

さて、一般性の本質は、 $'|1, \xi, \xi+1|'$ という操作の無限な継続的適用にあるというこれまで見てきたウイトゲンシュタインの考え方は、当初の問いであった「算術の応用」という側面に対してどのような論点を付け加えるだろうか。自然数列の生成という場面に即して言うならば、それは、この操作の無限な適用によって生み出させる列があった場合、その一般性を示そうとする外的な記号は(量子子であれ何であれ)一般性を示すには役立たず、その列それ自体から自らの形成規則が見て取られねばならないという論点であろう⁷⁾。例えば、

1 2 3 4 5

1 4 9 16 25

という列が書かれたとき、我々は、

x あるいは $()$

x^2 $()^2$

によってこの数列の規則を示そうとするかもしれない(この規則は「上段に自然数の列を構成し、そしてその下に常に二乗の数を書く」というものであるが、このような意味付けを文字に対して行うことで、規則の一般性を示せると考えるかもしれない)。しかし、ウイトゲンシュタインのこれまでの議論が示すように、一般性を示そうとするために用いられる外的な記号は当の規則の一般性を示すには役に立たない。というのも、「文字は一般性ではまったくない」のであり、私はこの文字によって「再び、ただ文字のある一定の配置を構成しただけ」に過ぎないから。したがって、「規則に本質的なもの、即ち一般性は表現不可能なのである。一般性は、応用において示される。この一般性を私は記号の位置に見て取らねばならない」(WWK, S. 154)とされるのである。このように、算術の規則の一般性を何らかの形で描出しようとする試み(フレーゲも含めて)には意義がないことを示し、同

7) Cf. WWK, SS. 153-154

時に、「応用において示される規則の一般性」という側面を浮かび上がらせるといふ点に、彼の中期数学論の特徴がある。そして、ここで中心的な役割をしたのが「数学的帰納法」についての考察だったのである。

5 終わりに / 前途瞥見

だが、これまで見たように、帰納法が中期の考察で中心的な役割を持ったにもかかわらず、後期のウィトゲンシュタインの著作には、帰納法に関する記述がほとんど見られない。それはなぜだろうか。今その疑問に対して十全な説明を与える用意はないが、『哲学的文法』の中の彼の次の言葉が、解明のヒントとなるように思われる。

我々が $|a, \xi, \xi+1|$ という種類の規則に従うことが出来ることは明らか。私はその際、あらかじめその級数を書き付けることが出来ないでも、実際にその形成規則に従うことによってそれが出来る、と考えている。…(中略)…

だがこう尋ねることも出来よう。「一般的規則を次の数に適用している人は、この規則にのみ従っているという事実はいかに生ずるのか？そして、この個別の場合がかの一般的規則の中で名指されなかったにもかかわらず、一般的規則をこの場合にも適用することを許すような別の規則は必要なかったという事実はあるか？」

そこで我々が当惑してしまうのは、個々の数と一般命題のあいだの裂け目に我々が橋を架けることが出来ない、ということなのだ。

(PG, pp. 282-283)

これは後の「規則のパラドックス」に通じる問いと見なすことができるであろう。だが、このような問いを彼は中期では真剣に問うべき問題とは考えなかったようである。問題の存在には気付いていたが、その深刻さを十分受け取ってはいなかったといえるだろう。後期への歩みはこの問題を問い直すことから始まっていると思われる。そして、講義録の、帰納法について論じた数少ない箇所の中で⁸⁾、「行動における一致」と関連づけているこ

とからうかがえるように、ウィトゲンシュタインは、数学的営みを支える経験的な条件は何なのかという問題に関心を移していったようである。しかし、この移動の内実を正確に論じるには、『青色本』『茶色本』などの著作と比較しながら論じることが必要であろう。この点については別に機会を改めて論じることにはしたい。

参考文献／文献略称

- Frege, Gottlob. (1903) [GGA II] *Grundlagen der Arithmetik*, Bd. II. (邦訳, 『算術の基本法則』野本和幸編訳, 2000, 勁草書房)
- Gerrard, Steve. (1991) *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Synthese 87.
- Marion, Mathieu. (1998) *Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics*, Clarendon Press.
- 野本和幸 (1999) 「G・フレーゲ『算術の基本法則』における論理と数学の哲学」, 東京都立大学人文学部編『人文学報』No. 295.
- 奥 雅博 (1982) 『ウィトゲンシュタインの夢』, 青土社.
- 大野波矢登 (2001) 「ウィトゲンシュタインと有限主義」, 日本哲学会編『哲学』No.52.
- 三平正明 (1999) 「フレーゲのプラトニズムと数学の応用可能性」, 日本哲学会編『哲学』No. 50
- Tait, W.W. (1981) *Finitism*, *Journal of Philosophy* 78: 524-546.
- 戸田山和久 (1990) 「数学をめぐる二つの比喩」, 『現代思想』vol. 18-10, 青土社.
- Wittgenstein, L. (1922) [TLP] *Tractatus Logico-Philosophicus*, Routledge & Kegan Paul.
- (1964) [PB] *Philosophische Bemerkungen*, Suhrkamp.
- (1969) [PG] *Philosophische Grammatik*, Suhrkamp.
- (1989) [LFM] *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*, the University of Chicago Press.
- (1967) [WWK] *Wittgenstein und Wiener Kreis*, Suhrkamp.
- (1978) [RFM] *Remarks on the Foundations of Mathematics* (3rd ed.), MIT Press.
- (1953) [PU] *Philosophische Untersuchungen*, Suhrkamp.

付 記

本稿は、東京都立大学哲学会第25回研究発表会 (2001. 5. 19) で筆者が発表した同名の報告の原稿に加筆訂正をした上で、論文の形にしたものである。当日の発表、並びに初稿に対して、貴重な助言を下された以下の方々、丹治信春、野本和幸、岡本賢吾、松阪陽一、塩谷賢、津留竜馬、岩沢宏和、遠山茂朗、岩本敦の各氏に厚く御礼申し上げます。

8) LFM, p. 291