

メソ気象に関する解析と予測技術の共有化に向けて（その 2） ——コリオリ力および地衡風平衡の慣性座標系から見た解釈——

檜尾守昭（気象大学校）

1. はじめに

コリオリ力および地衡風平衡の意味を直観的に理解することは、地衡風平衡からのずれが大きいメソ気象の力学的特徴や成因について思考実験を重ね、理解を深めるための出発点となる。また、直観的理解に基づいて思考実験する能力は、予報担当者が不足がちなデータに基づいてメソ気象の実況監視・予測を行う技術を習得するにも必要と考える。

コリオリ力については、回転座標系への数学的な変換による導出に納得しても、そのまま直観的理解が得られるわけではない。そのため小倉(2003)やHolton(2004)は、角運動量保存則を用いてコリオリ力を直観的に説明している。しかし、回転軸で無限大となる項を含む欠点がある。

地衡風平衡については、局所の平衡関係としておよび高層天気図における実態として一般的に説明される。しかし、これらの説明は知識段階であり、思索を膨らませる力はない。

そこで、コリオリ力および地衡風平衡を直観的に理解させることのできる説明として、慣性座標系から大気運動を観測し、地球の剛体回転運動からの偏差としてこれらを解釈することを試みる。

2. 大気の流れの模式化

地球および大気を室内の回転水槽実験になぞらえる。室内における鉛直下向きの重力（加速度 g ）を万有引力とみなす。慣性座標系の原点の周りに角速度 Ω_0 で剛体回転する回転水槽を地球とみなし、基準回転系と呼ぶこととする。その水面の高度 H_0 は平均海面に相当する。

大気の流れの一定領域に着目し、地面に相対的な剛体回転（相対角速度 ω 、 $\Omega = \Omega_0 + \omega$ ）で近似する。その近似を全空間に広げた剛体回転を相対回転系と呼ぶ。回転軸の位置を $\mathbf{P}$ とし、予稿集では簡潔さのため基準回転系上の一点に固定する。

3. 相対回転系の基準回転系からの偏差

慣性座標系から見たとき、位置 $\mathbf{R}$ にある相対回転系の点の速度は $\mathbf{V} = \Omega \hat{\mathbf{Z}} \times (\mathbf{R} - \mathbf{P}) + \Omega_0 \hat{\mathbf{Z}} \times \mathbf{P}$ で、加速

度は $\mathbf{A} = -\Omega^2 \mathbf{R} + (\Omega^2 - \Omega_0^2) \mathbf{P}$ である。 $\hat{\mathbf{Z}}$ は回転軸方向の単位ベクトルである。相対回転系の速度から基準回転系の速度を引いた相対速度 $\mathbf{v} = \omega \hat{\mathbf{Z}} \times (\mathbf{R} - \mathbf{P})$ を、相対加速度 $\mathbf{a} = -2\Omega_0 \omega (\mathbf{R} - \mathbf{P}) - \omega^2 (\mathbf{R} - \mathbf{P})$ に代入すると、 $\mathbf{a} = 2\Omega_0 \hat{\mathbf{Z}} \times \mathbf{v} - \omega^2 (\mathbf{R} - \mathbf{P})$ と、コリオリ加速度と相対的な向心加速度の和になる。

相対回転系の加速度に平衡する圧力場（水面）は、 $H = \frac{\Omega^2}{2g} R^2 - \frac{\Omega^2 - \Omega_0^2}{g} \mathbf{P} \cdot \mathbf{R} + \text{const.}$ で、基準回転系の水面高度を差し引くと、高度差

$$h = \frac{\Omega^2 - \Omega_0^2}{2g} (\mathbf{R} - \mathbf{P}(t))^2 + \text{const.} \approx \frac{\Omega_0 \omega}{g} (\mathbf{R} - \mathbf{P}(t))^2 + \text{const.}$$

を得る。相対加速度と高度差を回転座標系の位置ベクトルで表現すると、 $-\omega^2 (\mathbf{r} - \mathbf{p}) = -2\Omega_0 \hat{\mathbf{Z}} \times \mathbf{v} - g \nabla h$ と、傾度風平衡の式を得る。純粋な地衡風平衡は、 $\mathbf{v}_0 = -\omega \hat{\mathbf{Z}} \times \mathbf{P}$ を一定としたまま $|\mathbf{P}| \rightarrow \infty$ として、

$$\mathbf{a} = 2\Omega_0 \hat{\mathbf{Z}} \times \mathbf{v}_0, \quad h = -\frac{2\Omega_0}{g} \hat{\mathbf{Z}} \times \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{R} + \text{const.}$$
 と導かれる。

4. 結論

3 項で導出したことから、次のことが言える。

- ・コリオリ力は、相対回転系の遠心力から基準回転系のそれを差し引いた偏差の極限と解釈できる。
- ・地衡風平衡・傾度風平衡は、遠心力と気圧傾度力が平衡した相対回転系から基準回転系の平衡を引いた、偏差どうしの平衡関係だと解釈できる。
- ・上に凸の高気圧の傾度風平衡も、慣性座標系から見ると、遠心力と凹の水面に伴う気圧傾度力が、弱められたどうしで平衡しているにすぎない。

参考文献

- Holton, James R., 2004: An Introduction to Dynamic Meteorology., Academic Press., pp.535
小倉義光, 2003: 一般気象学（第 2 版）, 東京大学出版会, pp. 308