

乱流運動エネルギー方程式の圧力変動項のふるまい

* 石田祐宣 (弘前大・理工), 安田延壽 (東北大院・理)

1 はじめに

乱流を扱う方程式系は非線形項を持つ Navier-Stokes の式から派生しているため、解析的に解くことは特定の条件下でないとは非常に困難である。そのため、方程式の各項を実験・観測や数値計算などから定量化し、他の変数との関係を調べパラメータ化して方程式系を閉じたものにする。

$$\frac{\partial \overline{u_i' u_i'}}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \overline{u_i' u_i'}}{\partial x_j} + 2 \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \frac{2g}{\Theta_v} \delta_{i3} \overline{u_i' \theta'} + \frac{\overline{u_i' u_i' u_j'}}{\partial x_j} + \frac{2}{\rho_0} \overline{u_i' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} - 2\nu \overline{u_i' \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j^2}} = 0$$

(ここで, $i = 1$: 主風向, $i = 2$: 横方向, $i = 3$: 鉛直方向。) 上記の乱流運動エネルギー (以下 TKE) 方程式は速度変動の 2 次の方程式であり, この非線形性に由来する項は 3 次の次元を持ち, 拡散項 (第 5 項) と圧力変動項 (第 6 項) に現れる。定常で水平一様な不安定時において, TKE はシアー生成項 (第 3 項) により主風向, 浮力生成項 (第 4 項) によって鉛直方向に生成され, 消散項 (第 7 項) では非常に小さなスケールで等方的に熱に変換されるため, 横方向成分 ($i = 2$) の TKE は圧力変動項を通して他成分から分配されると考えられている。

一方で圧力変動 p' が微弱で測定が困難なため, Wyngaard and Côté(1971) は圧力変動項を TKE 方程式の残差項として求めたが, 水平一様性が確かめられたデータで再評価する必要性を指摘している。そこで本研究では, 多数の乱流観測機材を用いた野外観測で水平一様性の確認とデータの選別を行い, 圧力変動項の定量化とその考察を行った。

2 観測・データ選別

乱流集中観測 CAPS2003 は琵琶湖北東岸の水田地帯において, 稲刈り後の 2003 年 10 月 1~10 日に行われた (玉川ほか, 2004; 石田ほか, 2004)。乱流観測機材は水平に 11 点十字上に配置したが, 解析に用いた測定点は乱流フラックスの一様性が確かめられた 3 点のデータのみとした。

データ解析の大前提として, 乱流運動エネルギーに時間変化がなく, また水平分布も存在しないデータが必要である。そのため, 日変化を感じない程度短く, かつ統計量を取るには十分な長さとして, 各種統計量の平均化時間を 10 分とした。そして, 主風向方向を第 1 軸とし, 横方向の第 2 軸は鉛直方向の運動量フラックス ($\overline{u_2 u_3}$) が 0 となるように定め, 座標回転を平均化時間ごとに行った (いわゆる Triple rotation)。乱流運動エネルギーの時間変化だけでなく, 風向の変動も成分ごとの統計量の解釈がわかりにくいものになるので, 風向の安定度が 80% 以上 ($|\overline{u_{10min}}|/|\overline{u_{10min}}| > 0.8$) という条件と, 風速の水平シアーが小さい ($|\overline{u_1' u_2' u_1'^2}| < \frac{1}{2} \tan 10^\circ$) という 2 つの条件を満たすデータのみ解析に用いた。その結果, 解析には 8.6%(4380 個のうち 369 個) のデータのみが残った。

3 圧力変動項の定量化と考察

TKE 方程式を規格化し, その各項は安定度 (=浮力生成項) ζ の関数として求めた。シアー生成項は Kondo and Ishida(1997) と Kondo et al.(1978), 拡散項は Wyngaard and Côté(1971) による 3 次相関量と安定度 ζ の関係から求める方法, 消散項は Monin and Yaglom(1975) による 3 次相関量の構造関数 D_{u_i} から求める方法を用いて各項を方向成分別に求めた。

解析を行った結果, シアー生成項と消散項は過去の結果に調和的であったが, 拡散項は Wyngaard and Côté(1971) に比べ, 鉛直成分はほぼ等しくなったものの, 水平成分は結果が異なりほぼ 0 とみなせることがわかった。この違いは, 水平一様なデータの厳選によるものと考えられる。

これにより圧力変動項と安定度の関係は下図のようになった。全成分の和は安定時に負, 不安定時には正となり, この項は無視できない大きさをもつことがわかる。成分別に見ると, 横方向の成分は常にこの項を通して TKE が供給されていることがわかる。安定から弱不安定時にかけては主風向方向の TKE が他の成分へ再分配されており, 強不安定時には鉛直方向の乱流エネルギーが分配元となっていることもわかる。しかし, TKE の各成分間の大きさを比較すると, 当然ながら安定度によらず $e_1 > e_2 > e_3$ (ただし, $e_i = \overline{u_i'^2}$) となっており, 強不安定時の圧力相関項の関係を説明できない。強不安定時には, 浮力による鉛直方向の場の歪みが大きく, これを解消するため水平方向へ解放されるからではないかと考えられる。

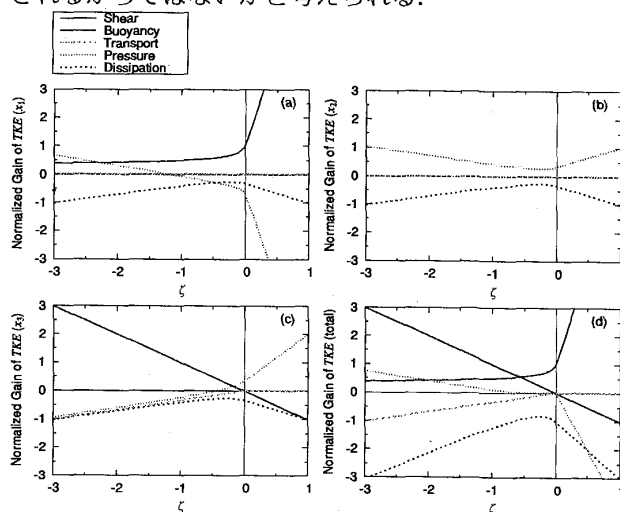


図: $u_i'^2/(kx_3)$ で規格化された TKE 各項と安定度の関係。(a): x_1 成分, (b): x_2 成分, (c): x_3 成分, (d): 総和。

謝辞 乱流集中観測 CAPS に参加した方々, ならびに観測機材を貸して下さった研究機関に感謝します。

参考文献

- 石田ほか (2004): 水文・水資源学会誌予稿集, P-28.
- Kondo and Ishida(1997): JAS, 54, 498-509.
- Kondo et al.(1978): JAS, 6, 1012-1021.
- Monin and Yaglom(1975): Statistical Fluid Mechanics II, 875pp.
- 玉川ほか (2004): 水文・水資源学会誌, 17, 392-400.
- Wyngaard and Côté(1971): JAS, 28, 190-201.