D154

対称不安定における惑星渦度の水平成分の影響

*板野 稔久・丸山 清志（防衛大・地球海洋）

1．はじめに

回転系上の流体は，鉛直・水平方向にそれぞれ静的安定，慣性安定であっても，斜め方向の変位に対して不安定でありうる．これは対称不安定と呼ばれる現象であり，これまでパーセル法(Emanuel, 1994; 小倉, 1997; Holton, 2004 参照)や摂動法(Ooyama, 1966; Hoskins, 1974)により，$Ri<f_V/\eta$のとき，不安定となる変位の方向が存在することが示された．但し，RiはRichardson数，f_Vおよびηは惑星渦度および絶対渦度の鉛直成分である．また，Hoskins(1974)により，渦位の正負が流れの安定性を決定することが明らかにされた．しかし，これら一連の結果は，惑星渦度の鉛直成分のみを用いて導出されている．今回，この不安定に対する惑星渦度の水平成分の影響を調べたので報告する．

2．結果

支配方程式は，南北および鉛直方向にシアーを持つ帯状流の周りで線形化した鉛直2次元のBoussinesq方程式系

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u'}{\partial t}+v'\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+w'\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}-f_V v'+f_H w'=0\\
&\frac{\partial v'}{\partial t}+f_V u'=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial y}\\
&\frac{\partial w'}{\partial t}-f_H u'=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial z}-\frac{\rho'}{\rho_0}g\\
&\frac{\partial \rho'}{\partial t}+\frac{\rho_0}{g}\left(f_V\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}+f_H\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)v'-\frac{\rho_0}{g}N^2 w'=0\\
&\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

である．ここで，x, y, zはそれぞれ東，北，鉛直方向の座標を表わし，u, v, wは各方向の速度を示す．また，ρおよびρ_0は密度とその基準値，f_Vとf_Hは惑星渦度の鉛直および水平成分，pは圧力，gは重力加速度，Nは浮力振動数を示す．但し，上線は基本場，'は摂動場を表している．なお，基本場は温度風の関係

$$
f_V\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}+f_H\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}=\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}
\tag{2}
$$

を充たしているものとする．次に，

$$
v'=-\frac{\partial \psi}{\partial z},\quad w'=\frac{\partial \psi}{\partial y}
\tag{3}
$$

により定義される流線関数Ψを導入してΨだけの式とし，その形として

$$
\psi \propto \exp[ik(y\cos\chi+z\sin\chi)-i\omega t]
\tag{4}
$$

を仮定すると分散関係

$$
\begin{aligned}
\omega^2=\cos^2 x[&f_V(f_V-\frac{\partial \bar{u}}{\partial y})\tan^2 x+2f_V(f_H+\frac{\partial \bar{u}}{\partial z})\tan x\\
&+N^2+f_H(f_H+\frac{\partial \bar{u}}{\partial z})]
\end{aligned}
\tag{5}
$$

が得られる．ここで，kおよびχは波数ベクトルの大きさと仰角，ωは角振動数を示す．$\cos^2\chi>0$であるので，$\tan\chi$に関する2次式の判別式D

$$
\begin{aligned}
D=&f_V^2(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z})^2-f_V(f_V-\frac{\partial \bar{u}}{\partial y})N^2\\
&+f_V f_H(f_V\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}+f_H\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z})
\end{aligned}
\tag{6}
$$

が負であれば波数ベクトルの方向にかかわらず$\omega^2>0$となり安定，正であれば$\omega^2<0$，すなわち不安定となる運動の方向が存在する．この判別式Dは，

$$
\begin{aligned}
\frac{D}{f_V}&=\frac{g}{\rho_0}\nabla\bar{\rho}\cdot(f+\bar{\zeta})\\
&=(0,f_V\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}+f_H\frac{\partial \bar{u}}{\partial y},-N^2)\cdot(0,f_H+\frac{\partial \bar{u}}{\partial z},f_V-\frac{\partial \bar{u}}{\partial y})
\end{aligned}
\tag{7}
$$

とかけるため，Hoskins(1974)同様，惑星渦度の水平成分を考慮しても，等密度面上の渦度，すなわちポテンシャル渦度の符号が対称安定性を決定することが明らかである．

次に，判別式Dを$f_V^2(\partial u/\partial z)^2$でスケーリングし以下のように無次元化する．

$$
D'=\frac{D}{f_V^2(\partial\bar{u}/\partial z)^2}=-IZ^2+(1-I)Z+1-(1+I)Ri
\tag{8}
$$

ここで，RiはRichardson数，IおよびZ^{-1}は惑星渦度を用いて無次元化した相対渦度の鉛直および水平成分である：

$$
Ri=(\frac{N}{\partial\bar{u}/\partial z})^2(>0),\ I=\frac{-\partial\bar{u}/\partial y}{f_V}(>-1),\ Z^{-1}=\frac{\partial\bar{u}/\partial z}{f_H}
\tag{9}
$$

これら3つの無次元数の組み合わせにより，帯状流の対称安定性が支配されることがわかる．

この一方，対称安定性が惑星渦度の鉛直成分に影響を受けない無次元数の範囲を示すことが出来る．すなわち，(8)式は，Zに関する2次式となっているため，特に$I>0$且つ，その判別式が負の時には，Zの値によらず$D'(D)$は負となる．つまり，帯状流は惑星渦度の水平成分の有無にかかわらず対称安定となる．この条件は，

$$
Ri>\frac{1+1/I}{4}
\tag{10}
$$

で与えられる(図1)．これ以外の領域では，Z（すなわちf_H）の値に依存して，安定または不安定となる．

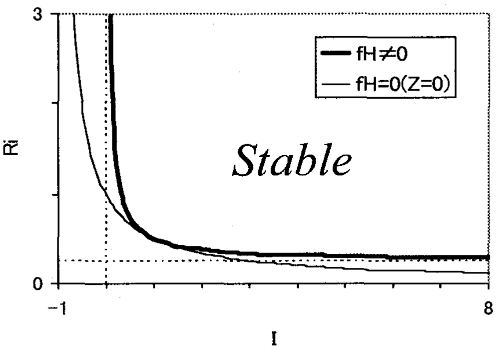

図1 安定度ダイアグラム．太線より右上の領域ではf_Hに依らず安定．一方，細線は$f_H=0$の場合の中立線を示す．