

海面波による Vortex Force: 鉛直幅で重み付け平均された運動方程式

○相木秀則 (海洋研究開発機構) Richard Greatbatch (IFM-GEOMAR)

キーワード: Langmuir 循環、Lagrange 平均、Stokes 輸送

はじめに

Langmuir 循環は海洋混合層内のロール状の渦列によって海面に運ばれた泡や塵の列としてしばしば観測される。Langmuir 循環は風波による Stokes 輸送と海洋混合層の Ekman スパイラルとの相互作用によって形成される。そのことを端的に示したのが Craik and Leibovich (1976, CL76)で、彼らは3次元渦度方程式に Euler 平均を施して Vortex Force (VF) と呼ばれる項を導入した。より厳密な VF の導出手法として Andrews and McIntyre (1978, AM78)の 3 次元 Lagrange 平均運動量方程式を用いる方法がその後明らかになり、近年では非静力の運動量方程式に VF を付け加えることで Langmuir 循環を数値モデルで再現することが可能となった。

AM78 のような3次元 Lagrange 平均手法は一般的に、(i) Stokes 輸送の効果、(ii) 運動量混合とトレーサー混合の違い、(iii) Fickian 拡散では表せないような波から平均場への寄与(例えば平均流の加速)、等の記述において有効である。ところが3次元 Lagrange 平均手法は (iv) 厳密な境界条件、(v) 非圧縮の条件、(vi) 粘性の効果、の記述や (vii) モデル出力の診断 において敬遠される場合があった。Aiki & Greatbatch (2012, AG12) は傾圧渦の研究などに用いられる密度座標系の鉛直幅重み付け平均手法を水面波の運動の記述に応用し、海面フラックスや(厚さ数 cm 程度の)粘性境界層の厳密な取扱ができることを示した。本研究ではこの(水平方向の Reynolds 応力や鉛直方向の圧力応力を含む)運動量方程式を変形して、VF を導くことができる事を示す。興味深い事に、変形前の運動量方程式は Lagrange 平均流速の予報方程式であるのに対して、変形後の運動量方程式は Euler 平均流速の予報方程式となる。副産物として「鉛直幅重み付け平均系における波の運動量」なる量を導入する。これは AM78 の「一般化した波の運動量」と部分的に異なる構造をもつ。

形式1	形式2
Lamb (1932), Pierson (1962, Eq. 3) Andrews & McIntyre (1978, Eq. 8.7a) Mellor (2003), Aiki & Greatbatch (2012)	Lamb (1932), Pierson (1962, Eq. 4) Andrews & McIntyre (1978, Eq. 3.8a) 本研究

表1: Lagrange 座標系で書かれた運動量方程式の表現の分類

3次元 Lagrange (GLM) 座標系

Lagrange 座標系で書かれた運動量方程式には一般的に2種類の表現形式がある。第1の形式は Reynolds 応力や圧力応力と関係があり第2の形式は VF と関係がある。まず3次元 Euler 座標系における流速を $(dx/dt, dy/dt, dz/dt) \equiv (u, v, w)$ 、流体粒子の位置を (x, y, z) と書く。初期時刻におけるそれぞれの流体粒子の位置を (a, b, c) とするとこれを用いて各粒子をラベル付けすることができる。これが古典的な Lagrange 座標系の定義である (Lamb, 1932)。運動量方程式は外力 (F^u, F^v, F^w) を含み入れて、

$$\begin{pmatrix} \rho du/dt - F^u \\ \rho dv/dt - F^v \\ \rho dw/dt - F^w \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \\ x_c & y_c & z_c \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_a \\ p_b \\ p_c \end{pmatrix} \quad (1)$$

のように書くことができる。ここで圧力勾配項は (p_x, p_y, p_z) だと

Euler 座標系における勾配なので、微分連鎖公式を用いて Lagrange 座標系における勾配 (p_a, p_b, p_c) に書き換えた。(1)式は圧力勾配項が複雑になりこれが圧力応力と関係している。圧力勾配項を簡単にするためには両辺に微分連鎖公式の 3x3 行列を掛けて

$$\begin{pmatrix} x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \\ x_c & y_c & z_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho du/dt - F^u \\ \rho dv/dt - F^v \\ \rho dw/dt - F^w \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} p_a \\ p_b \\ p_c \end{pmatrix} \quad (2)$$

とする。(2)式は左辺が複雑になるが、AM78 に従って整理すると VF を導くことができる (Leibovich, 1980)。

鉛直 Lagrange 水平 Euler (VLHE) 座標系

AG12 の運動量方程式は微小鉛直幅で重み付けされているので圧力勾配項が複雑になり圧力残差応力を含む。これが(1)形式に対応する。本研究では、重み付け平均された運動量方程式を、(2)の形式のように圧力勾配項がシンプルな形に書き直すことができることを示す。その後水平方向のレイノルズ応力項を CL76 に習って整理して VF を導く。

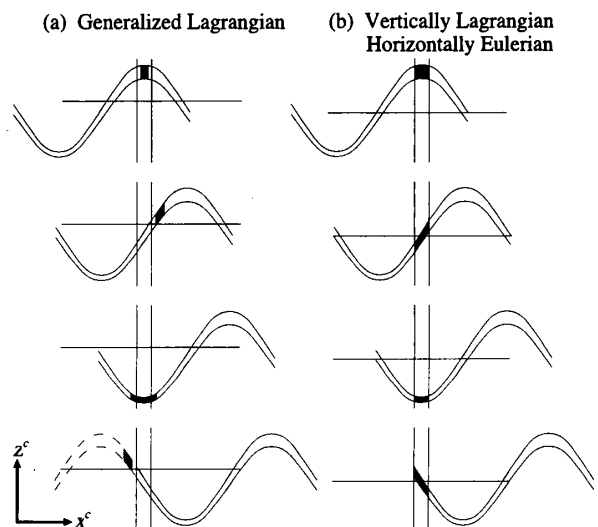


図1: 右方向に進行する海面波の時系列。(a) 3次元 Lagrange 座標系 (Andrews & McIntyre, 1978)と(b) 鉛直 Lagrange 水平 Euler 座標系(本研究)におけるコントロールセルの動き。