

統計力学理論に基づくスプリット型成層圏突然昇温の新解釈

*安田勇輝 (東大院・理)、佐藤薫 (東大院・理)、Freddy Bouchet (ENS Lyon)、Antoine Venaille (ENS Lyon)

1. はじめに

本研究は(平衡)統計力学理論に基づくスプリット型成層圏突然昇温(S-SSW)の新解釈を提案する。この解釈においてS-SSWは、波数2の有効地形の振幅の増大に伴う準安定状態から平衡状態への遷移(0次の相転移)と理解される。

回転(成層)流体は時間と共に細かいフィラメント構造へと発展するが、一方で、流れの大規模構造にのみ興味がある場合もある。この場合、マイクロからマクロ描像へと見方を変える必要がある。それを行う一つの方法が統計力学である。平衡統計力学(Bouchet and Venaille, 2012)によって、渦位の混合の結果、最終的に実現される大規模構造を持つ定常状態を、元のEuler方程式を解くことなく求めることができる。この定常状態は、(i) Euler方程式の厳密解、(ii) 力学的に非線形安定、(iii) Boltzmann-Gibbs エントロピーの最大状態(最もあり得る状態)という特徴を持つ。さらに重要なのは、通常、低次元モデルを導出する際は大胆な近似を必要とするのに対し、統計力学では数個のパラメータ(地形の振幅など)の変化に伴う状態の遷移を、そのような近似無しに議論可能である。

2. 変分原理と問題設定

本研究では、エネルギー、循環、マイクロなポテンシャルエンストロフィーを保存量とする統計力学理論を、二次元円盤における順圧準地衡系に適用する。等重率の原理と大偏差原理(Sanovの定理)を用いることで、マイクロカノニカルアンサンブルから熱力学的な変分原理(1)が得られる。これはマクロなポテンシャルエンストロフィーに関する変分原理(2)と等価である(Naso et al. 2010)。

$$\max_{\rho, f} \int_{\rho} \rho \ln \rho \, d\sigma dx \Big| E, \Gamma, \Gamma_2^{\text{micro}} \quad (1)$$

$$\max_{\bar{q}} \left\{ S[\bar{q}] \equiv -\frac{1}{2} \int \bar{q}^2 \, dx \Big| E, \Gamma \right\} \quad (2)$$

ここで確率分布 $\rho(\sigma, \mathbf{x})$ は点 \mathbf{x} におけるマイクロなPVの分布関数(PV値は σ)を表す。平衡状態は ρ またはマクロなPV (\bar{q}) により指定され、 $\bar{q} \equiv \int \sigma \rho \, d\sigma$ という関係がある。対応する流線関数は $\Delta \bar{\psi} + f + fh/H \equiv \bar{q}$ により与えられる。ここで f はコリオリパラメータ、 h は有効地形、 H は平均層厚(定数)である。また、 $E \equiv 1/2 \int |\nabla \bar{\psi}|^2 \, dx$ はエネルギー、 $\Gamma \equiv \int \bar{q} \, dx$ は循環、 $\Gamma_2^{\text{micro}} = \int \sigma^2 \rho \, d\sigma dx$ はマイクロなポテンシャルエンストロフィーである。 $S[\bar{q}]$ は Boltzmann-Gibbs エントロピー (S_{BG}) と一対一に対応する(Naso et al., 2010)。

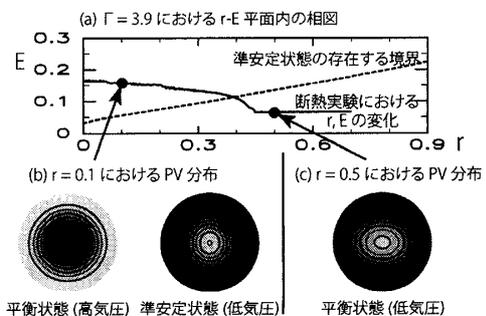
ここでは変分問題(2)を Venaille and Bouchet (2011)の方法で解く。

別講演「JRA-55の解析...の再現」で示したように、球面順圧準地衡モデルによってS-SSWは良く再現できる。この数値モデルを用いた断熱実験により得られる $\bar{q}-\bar{\psi}$ の分布を調べたところ、PVの混合が強い領域は極域に限定されることが分かった。そこで 45°N 以上の領域に着目し、その領域内の $f(=2\Omega \sin \varphi)$ と fh/H の分布を Lambert 写像により二次元円盤に射影した。ここで $h \equiv rg(\varphi) \cos 2\lambda$ で g はガウス分布とした(r は振幅のファクタ)。 g の各パラメータは、JRA-55のコンジット平均場に合うように設定した。

3. 相図と準安定状態

変分問題(2)における自由パラメータは Γ, r, E であり、相空間はこれらにより張られる。図aは $\Gamma = 3.9$ における $r-E$ 平面内の相図である。ここで Naso et al. (2010)を参考にして、準安定状態 $S[\bar{q}]$ の極大状態を理論的に求めた(図a破線)。 r が十分小さくて(地形の振幅小) E が大きい時、平衡状態は高気圧状態に対応し、準安定状態は低気圧状態に対応する(図b)。 r が大きくなると破線を横切り、準安定状態が不安定化し、平衡状態への遷移が起こる。

数値モデルを用いた断熱実験によると(図a実線)、極渦の崩壊前に系は低気圧状態にあり、 $r \approx 0.4$ で極渦は崩壊し $S[\bar{q}]$ と E が急激に変化する。一方、理論によると、準安定状態は低気圧状態に対応し、 $r \approx 0.4$ でこれは不安定となる。遷移後の平衡状態は波数2型の非常に弱い低気圧状態になる(図c)。この状態は、断熱実験の極渦崩壊後の様子と良く一致する。以上の結果は、S-SSWを準安定状態から平衡状態への遷移(0次の相転移)として解釈できることを示唆する。



(a) $\Gamma = 3.9$ における $r-E$ 平面内の相図。実線は、球面順圧準地衡モデルによる断熱実験から求めた r と E の変化。 $r \approx 0.4$ で $S[\bar{q}]$ と E が急激に変化する。点線は、理論的に求めた準安定状態の存在する境界線。点線より E が大きい領域では準安定状態が存在する。(b)、(c) 理論的に求めた PV 分布。等値線間隔は、各 PV 分布における最大と最小値間を 10 等分割するように定めた。(b) $r = 0.1$ では準安定状態が存在するが、(c) $r = 0.5$ では存在しない。