The Japan Society of Educational Sociology

閾値モデルによる教育達成の分析

近藤博之（大阪大学）

1

カテゴリー変数の背後には直接には観察できないある連続量が存在し、それにもとづく一定の応答過程を経て所与の分類結果が得られていると考えてみよう。教育達成のようにカテゴリーが自然な順序をなしているときは、この観点から各々のカテゴリーの間に閾値（threshold）を想定したモデルがもっともらしい理解を与えてくれるだろう。心理学の世界では、テスト理論や態度測定の領域を中心にそうした発想が古くから展開されてきたが、社会研究のなかでこのアイディアが実際に適用された例は少ない。

数少ない分析例の一つとしてMcCann（1977）がある。彼は、職業技能の潜在的な優位度を出身階層ごとにベータ分布を用いて表わし、その分布を共通の分割点で区切ったものが現実の世代間移動表に合致することを示している。また、Halsey, Heath, and Ridge（1980）は、中等教育段階の選抜がＩＱを基準にメリトクラティックになされていると想定し、そこから期待される分布と実際の進学結果とを突き合わせて進学先を区分する閾値に出身階層によるバイアスが働いていることを間接的に示している。具体的な分析例は少ないが、こうした発想はわれわれにも馴染みやすいものと言ってよいだろう。

2

出身階層×教育達成のクロス表を念頭に具体的な分析方法について説明しよう。まず、教育達成に関する潜在的な優位度ｘが連続量として存在し、その分布を複数の分割点で区切ることによって各カテゴリーへの到達確率が定まるものとする。ｘは、各人の能力や意思、家庭の経済的あるいは文化的な背景、地域や学校の教育的環境、具体的な教育政策などさまざまなものに関連するとみなせるが、ここではその中身を一切問わないことにする。ただ単に綜合的な指標として教育達成に関する優位度が存在し、母集団において連続した分布をなしていると仮定する。したがって、結果の解釈においてそれをＩＱやその他の具体的な概念に結びつけてはならないことを断っておく。そうした関連はまた別の文脈で検討されなければならない。

つぎに、この仮定の現実性をデータ上で検討するために、優位度分布について何らかの関数族を当てはめる必要がある。McCannはそれをベータ分布に求めたわけだが、ここではその累積分布をロジスティック曲線で近似してみることにする。それより、出身階層ｊの子弟がｋ番目以下の教育段階に留まる確率R_{jk}は、各出身階層の優位度分布の中心をμ_j（$j=1,2,\cdots,n$）、教育段階ｋとｋ＋１を区分する閾値をτ_k（$k=1,2,\cdots,m$）として、つぎのように表わされる。

$$R_{jk} = Pr(x_j < \tau_k) = 1/(1+\exp(-\alpha_j(\tau_k-\mu_j))).$$

α_jはロジスティック分布のバラツキに対応しており、心理学者がテスト項目の識別力を問題にするときに注目するパラメータである。通常は、$\alpha_j=1$とすることが多いが、出身階層による優位度分布の疎密にも関心がもたれるので、ここでは$\alpha_j \neq 1$の場合もモデルに含めておくことにする。いずれにせよ、所与の連続した分布に対して共通の閾値が当てはめられるところにこのモデルの特徴がある。

ｘをメリット（＝能力＋努力）と等値しなければ、これをメリトクラシーと呼んでも差し支えないが、やはり語弊があるので客観的な用語で閾値モデルと呼んでおくことにする。ただし、閾値が物を言うというだけでなく、どの出身階層にも共通の基準が当てはめられるというメリトクラシーの形式的な側面に対応している点に注意してほしい。

確率モデルとして多項分布を採用すれば、このモデルのもとでの対数尤度は次式で与えられる（$R_{j0}=0$、$R_{jm}=1$である）。

$$\ln L = 定数 + \Sigma_j \Sigma_k n_{jk} \ln(R_{jk} - R_{j,k-1}).$$

これをもとに尤度方程式を構成し、各パラメータの値を最尤推定することになる（たとえばBock, 1975）。ただし、Ｒに関する先の式は任意の定数を用いてどのようにも変形できるので、パラメータを一意に推定するために、$\Pi\alpha_j=1$、$\Sigma\mu_j=0$等の制約が必要となる。詳しい計算方法は省略するが、方程式の体系が定

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Educational Sociology

まれば、ニュートン法などの標準的な最適化法を用いて容易に解を求めることができる。モデルの自由度は、$\alpha_j = 1$ の場合が $(n-1)(m-2)$、$\alpha_j \neq 1$ の場合が $(n-1)(m-3)$ となる。よって、教育カテゴリーが3または4以上であればこの方法を用いた出身階層間の比較が可能となる。

3

具体的な分析結果は当日に報告するとして、ここではこの分析法の狙いについてもう少し説明しておく。

閾値モデルの最大の特徴は、変数間の顕在的な関連を計量化する従来の分析法と異なり、潜在的な応答のプロセスをより積極的にモデル化している点にある。したがって、関連に変化が見られる場合、そのプロセスに即した直観的な解釈が可能となる。たとえば、今日のような高等教育の大衆化は、教育達成に関する優位度分布の改善によって実現しているのか（機会の平等化）、それとも分布構造は一定のままただ単に定員構造が変わったために（閾値の低下）もたらされたものなのか。これは変化のプロセスについての関心であるから、本来、そのプロセスを適切に表現したモデルによってしか答えることができない。閾値の発想が妥当かどうかはともかく、プロセスをモデル化する狙いは、何よりもこうした変化を吟味するところにある。

閾値モデルがもっているこの解釈上の利点は趨勢分析のみに限られない。たとえば、「女子は男子と同じ能力を持ちながら不当に差別されている」といった類の仮説も、「男女の優位度分布は等しい」という文字通りの意味において検討することが可能となる。優位度分布は等しいと仮定できるのに、男女の教育達成が異なっていれば、その責めは一方の性の教育機会を制限している学校制度の側に求められるだろう。反対に、異なる分布が同じ閾値で区切られているのが現実ならば、家族における扱いの違いなど優位度に差をもたらす学校外の環境に原因が求められることになる。

これらの仮説を閾値モデルを用いて検討するには、つぎの４つの状況を区別するのが有効となる。

	閾値構造同じ	〃 異なる
分布構造同じ	S_1	S_2
〃 異なる	S_3	S_4

S_1とS_3の場合は、同じ閾値が当てはまるのでτ_kの値は同一とし、分布構造が同じであること、またはそれが異なっていることをパラメータμ_jの構成に反映させればよい。他方、S_2はμ_jの構成を一定にしておいて閾値パラメータτ_kを上下に変化させた場合に対応している。その状況は、時点または集団tを区別した３重クロス表においてつぎのモデルが当てはまるかどうかを確かめることから検討することができる。

$$R_{tjk} = Pr(x_{tj} < \tau_{tk}) = 1/(1+\exp(-\alpha_j(\tau_{tk}-\mu_j))).$$

S_4の場合は、分布構造、閾値構造ともに異なるので、それぞれの集団に個別に閾値モデルを当てはめ、その結果が綜合されることになる。

いずれにせよ，$S_1-S_2-S_4$の系列および$S_1-S_3-S_4$の系列はパラメータの一部に制約を施しただけの違いであるから、閾値モデルが適合しているという条件の下で尤度比検定などにより仮説を系統的に比較検討することができるだろう。

4

もっと一般的に言えば、ここで取り組もうとしているのはつぎのような問題である。1）教育達成の分布が潜在する何らかの連続量より帰結しているとする理解は妥当か、2）メリトクラシーのように、ある分布を共通の尺度で区切ったものが現実であるとみなしてよいか、3）教育達成における時間的な変化や男女間の相違をデータ内在的な視点からどれだけ合理的に記述することができるか、4）一定のモデルを前提に将来に対してどんな事態を予測することができるか。

こうした問題関心に答えるには、明らかに観察されたデータを要約するだけでは不十分であり、ましてや何らかの「理論」に依りながら新しい解釈を重ねてもどれ一つとして確かなことは言えないだろう。やはり、事象の全体に何らかのモデルを当てはめ、データが生成されるメカニズムを特定してかからなければならないのである。本報告の目的も、それを示すことにある。

Bock, R. Darrell. 1975. *Multivariate Statistical Methods in Behavioral Research.* McGraw-Hill.

Halsey, A. H., Heath, A. F. and J. M. Ridge. 1980. *Origins and Destinations : Family, Class, and Education in Modern Britain.* Cralendon Press.

McCann, James C. 1977. "A Theoretical Model for The Interpretation of Tables of Social Mobility." *American Sociological Review* 42 : 74-90.

NII-Electronic Library Service