Japanese Association of Educational Psychology

Jap. J. of educ. Psychol, VOL. XVII, No. 1(1969)

職業適性検査の因子分析

——分散分析的手法による因子分析の適用——

東京大学

柳井晴夫

研究目的

電子計算機の急速な普及に伴って，因子分析の計算に要する時間が大幅に縮少され，これまでの研究において多く行われていた手動計算機の利用による重心法（セントロイド法）ばかりでなく，多くの変数からなる相関行列を主因子法，更には回転の操作をふまえた Varimax 法などが広く適用されるようになってきた。しかし，これらの客観的操作による因子分析の種々の方法によっても，必ずしもこれまでの因子分析における大きな問題点とされていたところの抽出された因子の持つ意味の一義性が保証されるわけではない。

因子分析によって抽出される因子は，まず，第1に相関行列を構成するところの変数バッテリーの内容，第2に被験者集団の選び方，第3に共通性の問題を含めたところの分析の種々の技法という3つの要素に関連するものとされている。これまでの因子分析の研究においては，第2の被験者集団の選び方，さらには選ばれた被験者集団の有している何らかの情報についての統計的な分析がほとんど施行されていない。同一の変数バッテリーを，異質とみられる2つの異なる集団に施行して得られた因子は一般にはかなり異質の構造を備えている筈である。この結果，抽出される因子の普遍性が問題になってくるわけであるが，これまでの研究においては，抽出される因子の異質性と，被験者集団の異質性との関係がほとんど明らかにされていない。そこで，この研究においては，この関連を明らかにする一つの糸口として，被験者集団の有する情報を分析して，被験者集団内の異質性を規定している情報を取り除いた純粋な因子を抽出する因子分析の方法を提案してみることにする。

この問題の解決の手がかりとなるものは，L. J. Cronbach (1951, 1965)によって提唱された generalizability (汎化可能性)* の理論である。CronbachはH. Gulliksen 等によって代表される古典テスト理論が，ある観察された得点の分散を，真の分散（true score）と誤差分散（error variance）の和のみに分割しただけで，誤差分散をさらに細く分析していないことを批判して観察された得点を無数の可能な観察の universe からの標本と考え，その観察得点の分散を必ず何らかの universe に generalize（汎化）する汎化可能性*の理論を打ちたて，新しいαという信頼性係数を導入したわけである。ここで用いられている universe という概念は，分散分析における実験因子や，被験者集団の層別化に相当する概念で，先に述べた因子分析の為の変数バッテリーを施行されるところの被験者集団の有する情報と考えられるものである。本研究においては，この汎化可能性の理論を分散分析的手法に還元し，それを一般の共分散行列，さらには共分散行列が標準化されたところの相関行列に適用して，被験者集団の有する情報を考慮したところの新しい因子分析の方法を提案することにする。

* 東 (1964) の訳による

理論とその方法

まず最初に，分散分析と因子分析の理論的枠組の関連を理解しておく為に，分散分析のベクトル的な解釈を試みていくことにしよう。

(1) 分散分析のベクトル的表現

1. 1 分散のベクトル的表現

N人の被験者に施行されたある検査の得点を $x_i (i=1, N)$ 全集団の平均を $\overline{x}$ とすると，N個の平均からの偏差得点 $(x_i - \overline{x})$ を成分とするN次元ベクトル x の内積を被験者数Nで除した

$$x = \begin{pmatrix} x_1 - \overline{x} \\ x_2 - \overline{x} \\ x_3 - \overline{x} \\ \vdots \\ x_N - \overline{x} \end{pmatrix} \quad \text{-(1)}$$

$$\sigma x^2 = \frac{1}{N}(x,x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 \quad \text{—(2)}$$

が検査の得点の分散となる。（一般にベクトル x の内積 (x,x) はベクトル x の長さ（ノルム）$||x||$ の二乗にあたるものであるから，式(2)より

* 以下，この実験因子や層別化の基準を「要因」という言葉で示すことにする。

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

$||x||^2=(x,x)=N\sigma x^2$ —(3) が成り立つ。したがって，分散のN倍したものが，ベクトルxの長さの二乗になることから，ある検査得点の分散とは各個人の平均からの偏差得点 (x_i-x) を成分としてもつベクトルの長さの二乗に比例するものと考えられる。このように考察すると，分散分析とは，検査ベクトルxを，幾つかの直交するベクトルの成分の和に分割することによって，全分散を各々のベクトルの二乗和によって表現することであるといえる。

1．2　分散分析一元配置モデル

被者者の集団が例えば学年差のようなあるAという要因（全部で m_A 個ある）によって，m_A 個の部分集団に層別化されるとき，iをA要因の指標，pを各々の部内集団内における被験者の指標，$\overline{x}$を全平均，$\overline{x_i.}$ を部分集団別の平均とすると，全平均からの偏差 $(x_{ip}-\overline{x})$ は次のように二つの成分の和に分割される。

$$(x_{ip}-\overline{x})=(x_i.-\overline{x})+(x_{ip}-\overline{x_i.}) \quad —(4)$$

$(\overline{x_i.}-\overline{x})$ を成分とするN次元ベクトルを x_A，$(x_{ip}-\overline{x_i.})$ を成分とするN次元ベクトルを x_{eA} とすると式(4)は，次のように表現される。

$$x=x_A+x_{eA} \quad —(5)$$

ベクトル x_A は，要因A間の級内間平均偏差得点を示し，ベクトル x_{eA} は級内の平均偏差得点を示すもので，この二つのベクトルは数学的に直交する(相関係数ゼロ)ことが証明されるので Fig. 1 のように図示することができる。また $(x,x)=(x_A+x_{eA},x_A+x_{eA})=(x_A,x_A)+(x_{eA},x_{eA})$* —(6)　両辺をNで除すと

$$\sigma x^2=\sigma x_A{}^2+\sigma x_{eA}{}^2 \quad —(7)$$

したがって，全分散は級間分散に相当する $\sigma x_A{}^2$ と級内分散，分散分析においては残差分散**とよばれる

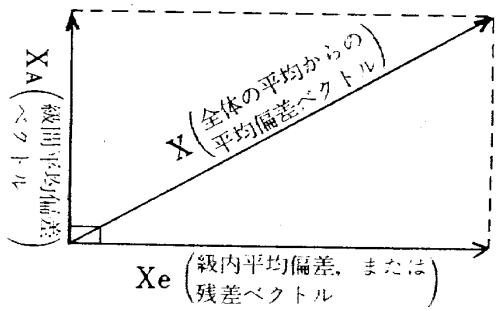


Fig. 1　分散分析一元配置モデルのベクトル的表現

(ベクトルxの長さの2乗が全分散
ベクトル x_A の長さの2乗が要因A間の分散
ベクトル x_e の長さの2乗が残差(誤差)分散)に対応する

*　ベヘトルx_Aとx_{eA}は直交することから $(x_A,x_{eA})=(x_{eA},x_A)=0$
この証明は面倒なのでここでは省略する。

**　誤差分散とよばれることもある。

$\sigma x_{eA}{}^2$の和に分割されることがわかる。なお，この分散分析一元配置モデルは，多重判別関数の理論の基礎になるもので，これについては柳井（1967）に詳しく触れてある。

1．3　分散分析二元配置モデル

被験者の集団が学年差，性差などのようなA（全部で m_A 個），B（全部で m_B 個）の二つの要因によって，$m_A\cdot m_B$ 個の部分集団に層別化するとき，i，jを二つの要因，pを集団内の被験者の指標とすると，個人の得点 x_{ijp} の全体からの平均の偏差は

$$(x_{ijp}-\overline{x})=(\overline{x_i..}-\overline{x})+(\overline{x.j.}-\overline{x})+(\overline{x_{ij.}}-\overline{x_i..}-\overline{x.j.}+\overline{x})+(x_{ijp}-x_{ip.}) \quad —(8)$$

と分割される。各々の成分を要素とするベクトルによって式(8)は次のように表現することができる。

$x=x_A+x_B+x_{AB}+x_{eAB}$ —(9)（x_B は要因B内の級間偏差，x_{AB} は要因AB間の交互作用，x_{eAB} は残差を示すベクトル）式(9)の右辺の4つのベクトルは相互に直交することから，ベクトル$\vec{x}$の内積は，

$$(x,x)=(x_A,xx)+(x_B,x_B)+(x_{AB},x_{AB})+(x_{eAB},x_{eAB}) \quad —(10)$$

したがって，全分散 σx^2 は，

$$\sigma x^2=\sigma x_A{}^2+\sigma x_B{}^2+\sigma x_{AB}{}^2+\sigma x_{eAB}{}^2 \quad —(11)$$

と4つの分散の和に分散される。したがって，ベクトル幾何学的には，ベクトル$\vec{x}$が4つの相互に直交するベクトルに分解されることになるが，これは四次元以上の空間に存在することから通常の方法では図示することができない。

1．4　分散分析三元配置モデル

被験者の集団が，学年，性，地域差などのA(m_A個)，B(m_B個)，C(m_C個) という三つの要因によって全部で $m_A\cdot m_B\cdot m_C$ 個の部分集団に層別化されるとき，三つの指標を i，j，k，集団内の個人の指標を p とするならば，個人の得点 x_{ijkp} の全体の平均からの偏差得点は，

$$\begin{aligned}(x_{ijkp}-\overline{x})=&(\overline{x_i...}-\overline{x})+(\overline{x.j..}-\overline{x})\\&+(\overline{x..k.}-\overline{x})+(\overline{x_{ij..}}-\overline{x_i...}-\overline{x.j..}+\overline{x})\\&+(\overline{x.jk.}-\overline{x.j..}-\overline{x..k.}+\overline{x})\\&+(\overline{x_i.k.}-\overline{x_i...}--\overline{x..k.}+\overline{x})\\&+(\overline{x_{ijk.}}-\overline{x_{ij..}}-\overline{x_{i.k.}}-\overline{x_{.jk.}}+\overline{x_i...}+\overline{x.j..}\\&+\overline{x..k.}-\overline{x})+(x_{ijkp}-\overline{x_{ijk.}}) \quad —(12)\end{aligned}$$

と全部で8つの成分の和に分解される。これをベクトルで表現すると，

$$x=x_A+x_B+x_C+x_{AB}+x_{BC}+x_{AC}+x_{ABC}+x_{eABC} \quad —(13)$$

（x_C は要因C間の級間偏差，x_{AB}，x_{BC}，x_{AC} は2つ

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

の要因間の交互作用，x_{ABC} は3つの要因間の交互作用，x_{eABC}は残差を示すベクトル）また式(13)の右辺の8つのベクトルは相互に直交することから，ベクトルの内積は，

$$(x,x)=(x_A,x_A)+(x_B,x_B)+(x_C,x_C)+(x_{AB},x_{AB})+(x_{BC},x_{BC})+(x_{AC},x_{AC})+(x_{ABC},x_{ABC})+(x_{eABC},x_{eABC}) \quad -(14)$$

したがって全分散は，

$$\sigma x^2=\sigma x_A{}^2+\sigma x_B{}^2+\sigma x_C{}^2+\sigma x_{AB}{}^2+\sigma x_{BC}{}^2+\sigma x_{ABC}{}^2+\sigma x_{eABC}{}^2 \quad -(15)$$

と8つの分散の和に分割される。幾何学的にはベクトル x は8つの直交するベクトルに分割されることから，八次元以上の空間に存在していることになる。

1. 5　繰り返しのないモデル

これまでに述べてきた1.2，1.3，1.4のモデルはいづれも繰り返しのある場合の分散分析のモデルと考えられるが，次に繰り返しのないモデルについて簡単に触れておくことにしよう。この場合は，各々の分割された最も小さい部分集団内での被験者数が常に1であることから(10)，(15)の右端にある残差分散 σx_{eAB}，$\sigma x_{eABC}{}^2$ が0になって消えるので，そのかわりに $\sigma x_{AB}{}^2$，$\sigma x_{ABC}{}^2$ を交互作用の分散とせず，残差分散とみなすものである。

(2)　Ben's Diagram による分散分析の表現

式(6)，(7)で示される一元配置モデルの場合は，明確に図示することが可能であるが，二元配置以上のモデルになると，ベクトル的表示は四次元以上の空間を必要とするので不可能となる。そこで，以下に二元配置以上の分散分析の概念を図示する方法として，Ben's Diagram を用いることを試みてみよう，

まず，ある検査 x の得点の全分散を有する二次元の平面図形として表現してみよう。これを表現したものが Fig. 2 である。

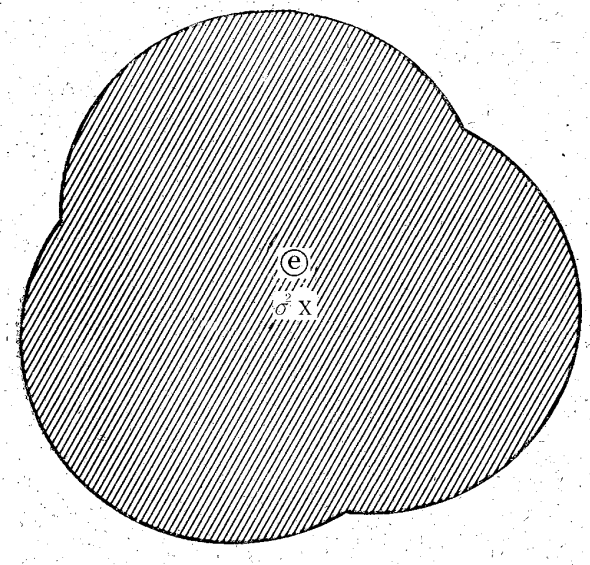


Fig. 2　全分散の表現

次に式(7)で示される一元配置モデルの場合は，Fig. 2 のように，要因に相当する級間分散から分割されたことになるわけである。

またこのこの図全体をベクトル x の存在する空間と考えると，Aの部分に級間平均偏差ベクトル x_A，e×A の部分に残差ベクトル x_{eA} が存在する，二つの互いに直交する空間であると考えることもできる。この意味から，分散分析の幾何学的解釈としては，検査得点を成分とするベクトルの存在するベクトル空間を，幾つかの要因に関連した互いに直交するベクトル空間に分割していくことであるといえる。

次に二元配置モデルの場合は，Fig. 3 の残差分散に相当する斜線の部分が更に分割されて，Fig. 4 のように全

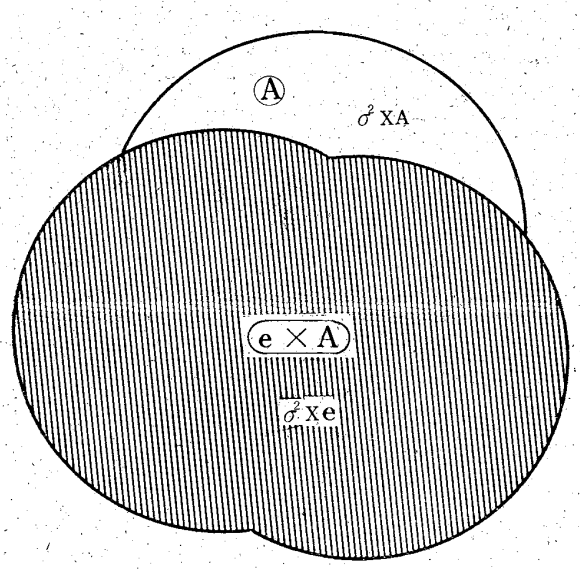


Fig. 3　分散分析一元配置モデル

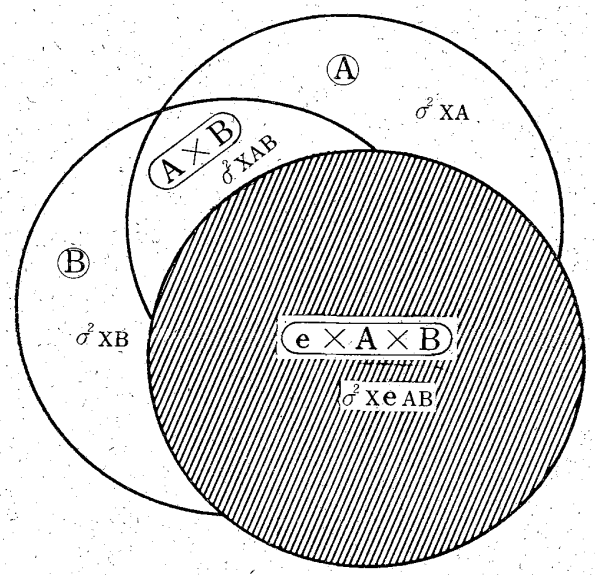


Fig. 4　分散分析二元配置モデル

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

部で4つの領域に分割される。続いて三元配置モデルの場合は，Fig. 4の斜線の部分が単に分割されて，Fig. 5のように全部で8つの領域に分割される。これらの分割された部分に，式(11)，式(15)に示されている分散が対応するわけである。Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5 のように，図における各部分の面積の広さは実質的に意味を持たず，各領域相互の位置関係のみが意味を持つ図が Ben's Diagram とよばれるもので，数学的には集合 (set) の概念を含蓄しているものである。

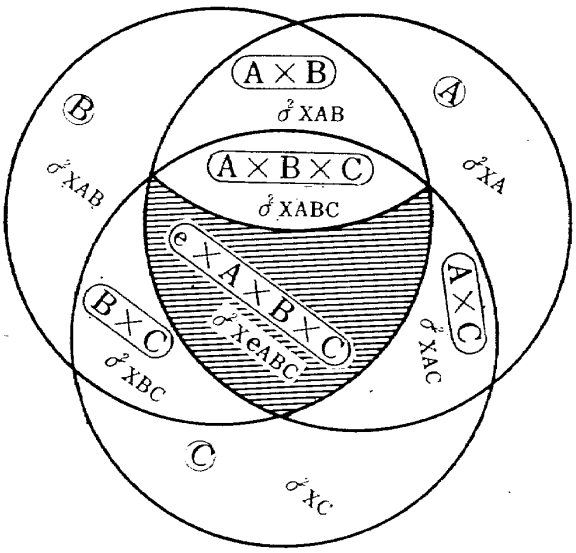


Fig. 5 分散分析三元配置モデル

次に繰り返しのない場合は，先に述べたように二元配置の場合であれば，e×A×B，三元配置であればの領域が消失し，かわって A×B，A×B×C の領域が残差ベクトルの分散を示す領域となる。

Fig. 2 から Fig. 5 で明らかなように，分散を分析する要因の数が多くなるにつれて，斜線の部分の残差分散に相当する分割された部分集団内での個人の得点の変動が小さくなっていくことがわかる。これは，式(5)，(9)，(13)間に次のような関連があることからも明らかであろう。つまり，

$$x = x_A + x_{eA} \quad \text{—(5)}$$

$$= x_A + x_B + x_{AB} + x_{eAB} \quad \text{—(9)}$$

$$= x_A + x_B + x_{AB} + x_C + x_{AC} + x_{BC} + x_{ABC} + x_{eABC} \quad \text{—(13)}$$

から，

$$x_{eA} = x_B + x_{AB} + x_{eAB} \quad \text{—(16)}$$

$$x_{eAB} = x_C + x_{AC} + x_{BC} + x_{eABC} \quad \text{—(17)}$$

したがって，二元，三元と高次の分散分析のモデルに進むにつれて，誤差分散が細く分析されて真の意味での誤差分散が小さくなっていくことがわかる。

これを L. J. Cronbach の汎化可能性の言葉に翻訳すると，全被験者間の得点の変動である全分散が，A, B, Cという各々の要因によって示される被験者のuniverseの分散に汎化されていくことによって，どの universe にも汎化されない誤差分散に相当する残差分散が小さくなっていくわけである。

(3) 分散分析の相関行列への適用

以上述べてきたことはいづれもある1つの変数の分散に関わるものであったが，次にこれまでの理論を二変数以上の場合に拡張してみよう。

まず，式(5)で示される一元配置のモデルにしたがう x，y という二つの検査があったとしよう。すると，共分散 σxy は

$$\sigma xy = \frac{1}{N}(x, y) = \frac{1}{N}(x_A + x_{eA}, y_A + y_{eA})$$

$$= \frac{1}{N}(x_A, y_A) + \frac{1}{N}(x_A, y_{eA}) + \frac{1}{N}(x_{eA}, y_A) + \frac{1}{N}(x_{eA}, y_{eA}) \quad \text{—(18)}$$

と4つの内積の和に分割される。中間の二項の (x_A, y_{eA})，(x_{eA}, y_A) はベクトル x_A, y_A の存在する空間 W_A と，ベクトル x_{eA}, y_{eA} の存在する空間 W_{eA} が直交する* ことから0となって消去される。したがって，式(18)から

$$\sigma xy = \frac{1}{N}(x_A, y_A) + \frac{1}{N}(x_{eA}, y_{eA})$$

$$= \sigma x_A \cdot y_A + \sigma x_{eA} \cdot y_{eA} \quad \text{—(19)}$$

と共分散は，二つの共分散の和に分割される。

二元，三元配置モデルの場合は，同様の手続きを施すと，

$$\sigma xy = \sigma x_A \cdot y_A + \sigma x_B \cdot y_B + \sigma x_{AB} \cdot y_{AB} + \sigma x_{eAB} \cdot y_{eAB} \quad \text{—(20)}$$

$$\sigma xy = \sigma x_A \cdot y_A + \sigma x_B \cdot y_B + \sigma x_C \cdot y_C + \sigma x_{AB} \cdot y_{AB} + \sigma x_{AC} \cdot y_{AC} + \sigma x_{ABC} \cdot y_{ABC} + \sigma x_{eABC} \cdot y_{eABC} \quad \text{—(21)}$$

これを一般の n 変数の場合に拡張すると，n 個の検査ベクトル $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の共分散 $\sigma x_i x_j$ を要素とする共分散行列 S が

$$S = S_A + S_{eA} \quad \text{(一元配置)} \quad \text{—(22)}$$

$$S = S_A + S_B + S_{AB} + S_{eAB} \quad \text{(二元配置)} \quad \text{—(23)}$$

$$S = S_A + S_B + S_C + S_{AB} + S_{BC} + S_{AC} + S_{ABC}$$

---

* 全空間をWとすると，$W = W_A \oplus W_{eA}$ となる。⊕は数学的には直和とよばれるもので，空間 W_A に属する全てのベクトルと空間 W_{eA} に属する全てのベクトルが直交することを示すものである。
二元配置の場合には，$W = W_A \oplus W_B \oplus W_{AB} \oplus W_{eAB}$
三元配置の場合には，$W = W_A \oplus W_B \oplus W_C \oplus W_{AB} \oplus W_{BC} \oplus W_{AC} \oplus W_{ABC} \oplus W_{eABC}$ となる。

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

$+S_{eABC}$（三元配置）　—24

と各々の要因に対応する共分散行列の和に分割される。この共分散行列を各変数間の標準偏差の積で除して標準化すれば，次のように相関行列が分解される。

$R=R_A+R_{eA}$（一元配置）　—25

$R=R_A+R_B+R_{AB}+R_{eAB}$（二元配置）　—26

$R=R_A+R_B+R_C+R_{AB}+R_{BC}+R_{AB}$
$+R_{ABC}+R_{eABC}$（三元配置）　—27

したがって，各々の要因行列の対角成分の和は，左辺の相関行列の対角成分1.0に等しくなる。

(4) 因子分析の方法

4. 1 因子分析の具体的手続き

一般の相関行列Rは(25)，(26)，(27)で示されるように幾つかの行列の和に分割されたわけであるが，これは幾何学的には相関行列を構成するところの変数ベクトルの存在する空間に分割されたことを意味するものである。そこで，相関行列Rを因子分析するにあたって，個々の要因に対応する行列 R_A，R_B，……，R_{ABC}，R_{eABC} を独立に因子分析し，それぞれの要因行列から抽出された因子を全部集めて，相関行列Rの全因子とすればよい。各々の要因行列より直交因子を抽出すれば，異なる要因行列より得られて因子は直交していることから，全ての因子は直交因子となる。勿論，個々の要因行列から抽出された因子に回転の操作を施すことも当然差しつかえない。このようにして，個々の要因行列より抽出された因子は，相関行列Rから直接に抽出された因子と異って，個々の要因に関連する意味を持つものと考えとれる。

4. 2 抽出される因子の数について

次に，個々の要因行列から幾つかの因子が抽出されるかについて考察してみよう。これは，個々の要因に対応するベクトルが存在する空間の最小の次元数に等しいものである。この空間の次元数とは，変数の数 n と各々の要因に対応する分散分析の意味での自由度のうちの小さい数に相当するものである。したがって，変数の数が，要因の数に比してかなり大きいならば，残差要因行列 R_e を除く他の要因行列からは，それぞれの要因の自由度に相当する数の因子が抽出されることになる。一方，このような場合には残差行列からは相関行列と等しいだけの因子が抽出されることから，一般には直接相関行列を因子分析した場合より多くの因子が抽出されることになる。

4. 3 因子分析モデルについて

これまで述べてきたことを一般の因子分析モデルとして比較してみることにしよう。一般の因子分析のモデルにおいては，標準化された得点を z_{ij}（i は被験者，j は変数を示す）は，

$$z_{ij}=a_{j1}F_{i1}+a_{j2}F_{i2}+\cdots\cdots+a_{jm}F_{im}+d_ju_{ij} \quad —28$$

（$1\leqq i\leqq N$，$1\leqq j\leqq n$，m は因子数，n は変数の数を示す）と m 個の共通因子と1個の独自因子の和に分解される。共通因子 F_1，F_2，……，F_m は共通因子空間に存在するベクトルであるが，この空間は分析以前には，それ以上に細く分割されていない。しかし，これまでに述べてきた新しい因子分析モデルの場合には，一元配置モデルとして

$$z_{ij}={}_Aa_{j1}\cdot{}_AF_{i1}+{}_Aa_{j2}\cdot{}_AF_{i2}+\cdots\cdots$$
$$+{}_Aa_{jmA}\cdot{}_AF_{imA}+{}_Ad_j\cdot{}_Au_{ij}$$
（要因行列 R_A から抽出される因子）
$$+{}_{eA}a_{j1}\cdot{}_{eA}F_{i1}+{}_{eA}a_{j2}\cdot{}_{eA}F_{i2}+\cdots\cdots$$
$$+{}_{eA}a_{jmeA}\cdot{}_{eA}F_{imeA}+{}_{eA}d_j\cdot{}_{eA}u_{ij} \quad —29$$
（要因行列 R_{eA} から抽出される因子）

のように，各々の要因に対応する因子が抽出されることになる。一般の因子分析の場合と同様に，独自因子は各各の要因行列に含まれているものと考えられる。

この理論の具体的応用の方法について

(1) 被験者集団の層別化による分析について

これまで再三述べてきたように，変数バッテリーを施行された被験者集団を，学年，性差，地域差などのような外的基準で層別化し，交互作用を含む各々の基準の要因行列を因子分析することによって，これらの基準にかかる因子と，基準の影響を取り除いた因子が同時に抽出されることになる。得られたデータを学年別に分けて，一元配置のモデルを適用すれば，学年差によって規定される因子を抽出することができる。このようにして発達の因子分析的研究が可能になっていこう。

(2) 実験因子の分析について

ある検査の実験条件が異なる場合，得られた得点から，その実験因子の影響を除去しておく必要がある。この場合，実験因子の数に応じた分散分析のモデルを選び，残差要因行列の因子分析によって，実験因子の相違に左右される純粋な因子を抽出することができる。

一人の被験者に対して，実験条件をいろいろ変化させてデータを得る場合には，繰り返しのない分散分析のモデルを使用することも可能である。実験の際の教示者や，実験場所などの実験因子を i，j，被験者を p という指標で示すと，ある得点 x_{pij} は

$$x_{pij}-\overline{x}=(\overline{x_{p..}}-\overline{x})+(\overline{x_{.i.}}-\overline{x})+(\overline{x_{..j}}-\overline{x})$$
$$+(\overline{x_{pi.}}-\overline{x_{p..}}-\overline{x_{.i.}}+\overline{x})$$
$$+(\overline{x_{.ij}}-\overline{x_{.i.}}-\overline{x_{.j.}}+\overline{x})$$

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

$$+(\overline{x_{p\cdot j}}-\overline{x_{p\cdot\cdot}}-\overline{x_{\cdot\cdot j}}+\overline{x})$$
$$+(x_{pij}-\overline{x_{pi\cdot}}-\overline{x_{\cdot ij}}-\overline{x_{p\cdot j}}$$
$$+\overline{x_{p\cdot\cdot}}+\overline{x_{\cdot i\cdot}}+\overline{x_{\cdot\cdot j}}-\overline{x}) \quad -(30)$$

のように三元配置の繰り返しのないモデルの成分に分解される。しかし，二つの実験因子 i，j の全ての組み合わせが全被験に施行されていない場合，7つの成分のうちのいづれかが消去される場合がありうる。先に述べた L. J. Cronbach の汎化可能性の理論はこの点を非常に詳細に分析している。

(3) 要因行列を組み合わせた分析法について

Fig. 5 で示される三元配置モデルの場合は，全分散が8つの分散に分解されるわけであるが，これらの8つの分散を幾つか組み合わせて新しい分散を定義することができる。一例をあげれば，要因 A，AB，AC，ABC，eAB の5つの領域の分散を加えあわせると，

$$(\overline{x_{i\cdots}}-\overline{x})+(\overline{x_{ij\cdot\cdot}}-\overline{x_{j\cdots}}-\overline{x_{\cdot j\cdot\cdot}}+\overline{x})$$
$$+(\overline{x_{i\cdot j\cdot}}-\overline{x_{j\cdots}}-\overline{x_{\cdot\cdot k\cdot}}+\overline{x})+(\overline{x_{ijk\cdot}}-\overline{x_{ij\cdot\cdot}}$$
$$-\overline{x_{i\cdot k\cdot}}-\overline{x_{\cdot jk\cdot}}+\overline{x_{i\cdots}}+\overline{x_{\cdot j\cdot\cdot}}+\overline{x_{\cdot\cdot k\cdot}}-\overline{x})$$
$$+(x_{ijkp}-\overline{x_{ijk\cdot}})=x_{ijkp}-\overline{x_{\cdot jk\cdot}} \quad -(30)$$

から $\sum(x_{ijkp}-\overline{x_{\cdot jk\cdot}})^2$ という要因 B×C からの平均偏差に関する分散が得られる。この場合，因子分析の方法としては，$R=R_A+R_{AB}+R_{AC}+R_{ABC}+R_{eABC}$ として得られる行列Rを因子分析すればよい。また $\sum(x_{\cdot ijkp}-\overline{x_{\cdot\cdot k\cdot}})^2$ という要因Cからの平均偏差に関する分散においては，$\overline{R}=R-R_C$ という全体から R_C を減じた行列$\overline{R}$を因子分析すればよい。この二つの分散は，F. M. Lord (1964) が定義した二種の平行検査による測定誤差の分散の概念に対応するものである。このように，要因行列を組み合わせて新しい行列を定義し，それを因子分析することもできるわけである。

(4) 他の多変量解析の手法への適用について

この分散分析的手法は，単に因子分析のみでなく，重相関や判別関数，正準相関などの多変量解析の方法にも適用できることを指摘しておこう。まず，重相関法にこの方法を適用すると，予測変数群や従属変数が幾つかの要因に分割され，相互の要因に基づく予測変数と従属変数の関連が明確化される。共分散分析とは，このよう考えに基づく分析法である。

判別関数は，相関行列に一元配置モデルを適用したものであると考えられるが，二元配置モデルを適用することによって相関行列を

$R=R_A+R_B+R_{AB}+R_{eAB}$ と分解し，

$R_Ax_A=\lambda_AR_{eAB}x_A$，$R_Bx_B=\lambda_BR_{eAB}x_B$，

$R_{AB}x_{AB}=\lambda_{AB}R_{eAB}\cdot x_{AB}$

とすることによって三種の多重判別関数を導びくことができる。このようにして得られる固有ベクトル x_A，x_B，x_{AB} は各々の要因間の関連を最も明確に分離する機能を有するものとなる。

具体的応用例

次に被験者集団の層別化によって分散分析的手法を用いた因子分析の具体的応用例について示しておくことにする。

使用した検査バッテリーは，日本の労働省編一般職業適性検査(General Ability Test Battery, GATB と略す) の11の基本尺度で，検査の対象となったのは Table 1にあげられている全部で926人の被験者である。*これらの被験者は高校，中学という発達差，性差，地域差の三つの要因によって，全部で8つの層に層別化される。したがって，理論のところで述べたように繰り返しのある三元配置のモデルを適用したところの式(27)に基づく因子分析が可能となるわけである。この式に基づく因子分析の計算を，筆者の作成した電子計算機のプログラミングでおこなった。なお，この計算は全国共同利用東京大学大型計算センター HITAC 5020E の利用によるものである。まず11の尺度の平均値と三つの層別の平均値を

Table 1 三つの要因による被験者集団の分類

区分		男女計	男子	女子	実施校名
都会	高等学校	201	100	101	福岡県筑紫中央高校 103人，神奈川県南高校 98人
	中学校	213	120	93	福岡県三宅中学 81人，神奈川県岩井原中学 132人
農村	高等学校	231	146	85	千葉県木更津高校 97人，山口県美称高校 134人
	中学校	271	139	132	千葉県佐原中学 100人，山口県美東中学 171人

計916							
	中学	484	都市	414	男子	505
	高校	432	農村	502	女子	411

* 検査は1967年11～12月に労働省職業研究調査室によって行われた。

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

Table 2　11尺度の全集団の平均値と3つの層別平均値

	全集団	地域差		発達差		性差	
		都会	農村	高校	中学	男子	女子
工具照合	15.62	15.92	15.25	16.72	14.94	15.22	16.12
名詞比較	52.96	53.28	52.56	58.76	49.34	51.32	54.99
縦線記入	27.99	28.00	27.96	29.30	27.17	28.38	27.49
計算	16.22	16.73	15.57	18.69	14.68	15.71	16.85
平面図判断	15.99	16.19	15.74	17.14	15.28	16.18	15.76
打点速度	62.90	63.23	62.49	66.90	60.41	63.36	62.35
立体図判断	9.42	9.53	9.28	9.80	9.18	9.61	9.19
算数的推理	8.03	8.33	7.65	9.29	7.25	8.06	7.99
語彙	17.13	17.50	16.66	21.15	14.63	16.66	17.72
記号記入	39.95	39.96	39.95	42.63	38.28	39.55	40.15
形態照合	17.44	17.90	16.86	19.22	16.34	17.26	17.67

Table 3　三元配置モデルによる11尺度の分散分析

	全分散	各要因による分散								各要因による検定（F値）						
		A	B	C	A×B	B×C	C×A	A×B×C	残差	A	B	C	A×B	B×C	C×A	A×B×C
工具照合	9.04	0.11	0.75	0.20	0.03	0.00	0.01	0.01	7.93	14.74**	100.86**	27.47**	4.41*	0.14	1.48	1.61
名詞比較	102.39	0.13	21.00	3.32	0.36	0.00	0.22	0.40	76.97	1.74	291.65**	46.07**	4.96*	0.03	3.08	5.62*
縦線記入	25.47	0.00	1.07	0.20	0.03	0.03	0.03	0.03	24.09	0.02	47.52**	8.68**	1.27	1.35	1.20	1.40
計算	30.03	0.33	3.80	0.32	0.08	0.00	0.19	0.16	25.15	13.84**	161.49**	13.61**	3.42	0.18	8.08**	6.87**
平面図判断	15.66	0.05	0.82	0.04	0.02	0.01	0.02	0.01	14.69	3.64	59.58**	3.26	1.37	0.74	1.51	0.60
打点速度	99.43	0.13	9.97	0.25	0.84	0.23	0.01	0.21	87.79	1.63	121.45**	3.05	10.21**	2.77	0.06	2.54
立体図判断	11.68	0.02	0.09	0.04	0.01	0.00	0.01	0.02	11.49	1.53	8.49**	4.02*	0.65	0.31	0.59	1.70
算数的推理	9.06	0.11	0.98	0.00	0.05	0.00	0.04	0.03	7.84	15.37**	133.91**	0.15	6.78**	0.15	5.01*	4.39
語彙	30.95	0.17	10.06	0.28	0.32	0.00	0.14	0.15	19.83	9.33**	542.21**	15.00**	17.36**	0.06	7.51**	8.01**
記号記入	37.83	0.00	4.49	0.20	0.07	0.05	0.25	0.05	32.72	0.00	146.55**	6.66*	2.41	1.55	8.01**	1.74
形態照合	26.15	0.27	1.96	0.04	0.04	0.01	0.06	0.04	23.72	12.00**	88.51**	1.90	1.92	0.25	2.72	1.94

（* が5%で有意　** が1%で有意を示す）

Table 4　残差行列より抽出される因子

	第1因子	第2因子	第3因子	第4因子	第5因子	第6因子	第7因子	第8因子	第9因子	第10因子	第11因子
固有値	3.235	1.303	0.973	0.766	0.672	0.592	0.487	0.458	0.377	0.332	0.301
全体に対する割合	0.294	0.118	0.089	0.070	0.061	0.054	0.044	0.042	0.034	0.030	0.027
累積の割合	0.294	0.412	0.501	0.571	0.632	0.686	0.730	0.772	0.806	0.836	0.863
工具照合	0.581	−0.136	0.033	0.279	−0.086	0.607	0.008	−0.248	−0.043	−0.034	0.006
名詞比較	0.539	0.027	−0.223	0.113	−0.365	0.081	−0.171	0.398	0.107	0.038	−0.214
縦線記入	0.566	0.548	0.093	−0.157	0.103	−0.059	−0.451	−0.135	−0.228	0.067	0.005
計算	0.630	−0.292	−0.316	−0.180	−0.038	−0.069	0.071	−0.052	0.027	0.421	0.251
平面図判断	0.492	−0.452	0.214	0.044	0.595	0.062	−0.116	0.265	0.031	−0.021	0.007
打点速度	0.525	0.507	0.195	−0.010	0.107	0.037	0.471	0.149	−0.193	0.084	0.060
立体図判断	0.318	−0.342	0.725	−0.361	−0.325	−0.037	0.002	−0.030	0.029	−0.001	−0.008
算数的推理	0.603	−0.286	−0.350	−0.250	0.090	−0.162	0.110	−0.266	−0.014	−0.194	0.310
語彙	0.529	0.089	−0.200	−0.095	−0.167	−0.066	0.032	0.185	−0.216	−0.299	0.198
記号記入	0.615	0.463	0.046	−0.066	0.073	−0.030	0.036	−0.057	0.474	−0.112	0.094
形態照合	0.498	0.124	0.196	0.640	−0.089	−0.413	0.004	−0.126	−0.025	0.014	0.003

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

Table 2に，繰り返しのある三元配置モデルによる分散分析の結果を Fig. 3 に示す。3つの要因に含まれる基準の個数は全て2であるから，全ての自由度は1となる。表から明らかなように，立体図判断検査を除けば高校，中学の差である学年差，つまり発達差による分散が非常に大きいことがわかる。この他，地域差，性差においてもある特定の尺度においては有意差がみられるが，交互作用はいづれも大きくない。次に，これらの8つの要因行列別に主因子法による因子分析を施行して抽出された因子を Table 4, 5 に示しておく。また Table 6 には，相関行列Rを直接に因子分析して得られた11の全因子の結果を示してある。また相関行列Rと残差要因行列 $R_{e_{ABC}}$ を Table 7 に示くておく。前者の因子数は，R_A, R_B, R_C, R_{AB}, R_{BC}, R_{AC}, R_{ABC} の行列から各々の自由度に相当する1つずつ，残差要因行列 $R_{e_{ABC}}$ からは相関行列Rと同様に11の因子が抽出されることになり，直接相関行列を因子分析した場合より，全部で7つ多く因子が抽出されたわけである。なお，この分析においては，共通性については考慮せず，対角成分の和が相関行列の対角成分の1.0に等しくなるようにしてある。Table4の11の因子が，残差要因行列 $R_{e_{ABC}}$ から抽出された因子で，これらの因子は，三つの要因や，それらの交互作用による影響を除去したところの純粋な因子と考えられる。各因子負荷量の二乗和に相当する固

Table 5 7つの要因行列より抽出される因子

	地域差	発達差	性差	地域差×発達差	発達差×性差	地域差×性差	地域差×発達差×性差
固有値	0.058	1.244	0.099	0.039	0.030	0.006	0.027
全体に対する割合	0.005	0.113	0.099	0.004	0.003	0.001	0.002
累積の割合	0.868	0.981	0.990	0.004	0.997	0.008	1.000
工具照合	0.110	0.288	0.150	0.059	0.035	−0.011	0.022
名詞比較	0.035	0.453	0.180	0.051	0.046	−0.004	0.062
縦線記入	0.004	0.205	−0.088	0.033	0.033	0.035	0.032
計算	0.104	0.356	0.103	0.048	0.080	0.012	0.070
平面図判断	0.056	0.329	−0.054	0.034	0.037	−0.026	0.015
打点速度	0.037	0.317	−0.050	0.086	0.007	0.048	0.018
立体図判断	0.038	0.088	−0.061	−0.006	−0.023	0.017	0.031
算数的推理	0.112	0.329	−0.011	0.073	0.064	0.011	0.058
語彙	0.075	0.570	0.095	0.102	0.067	−0.005	0.068
記号記入	0.001	0.344	0.073	0.038	0.081	−0.035	0.036
形態照合	0.101	0.274	0.040	0.017	0.048	−0.015	0.005

Table 6 相関行列より直接抽出される因子

	第1因子	第2因子	第3因子	第4因子	第5因子	第6因子	第7因子	第8因子	第9因子	第10因子	第11因子
固有値	4.534	1.318	1.025	0.787	0.703	0.603	0.501	0.483	0.346	0.393	0.312
全体に対する割合	0.412	0.120	0.093	0.072	0.064	0.055	0.046	0.044	0.031	0.036	0.028
累積の割合	0.412	0.532	0.625	0.697	0.761	0.816	0.861	0.905	0.972	0.941	1.000
工具照合	0.665	−0.144	0.017	0.323	−0.057	0.591	−0.142	−0.226	−0.063	−0.069	0.005
名詞比較	0.729	0.016	−0.286	0.167	−0.344	0.040	−0.002	0.376	0.143	0.081	−0.261
縦線記入	0.567	0.569	0.169	−0.188	0.114	−0.047	−0.447	0.113	0.050	−0.248	−0.010
計算	0.751	−0.297	−0.258	−0.215	−0.011	−0.057	−0.031	−0.125	0.382	0.068	0.241
平面図判断	0.529	−0.429	0.311	−0.043	0.552	0.120	0.084	0.330	−0.001	0.038	0.008
打点	0.606	0.525	0.207	−0.006	0.072	0.049	0.482	−0.143	0.148	−0.159	0.080
立体図判断	0.294	−0.314	0.748	−0.234	−0.442	−0.042	−0.020	−0.031	−0.002	0.034	−0.002
算数的推理	0.705	−0.284	−0.246	−0.334	0.140	−0.148	−0.058	−0.297	−0.147	−0.025	0.340
語彙	0.786	−0.093	−0.232	−0.080	−0.188	−0.093	0.177	0.166	−0.321	0.218	0.240
記号記入	0.704	0.471	0.054	−0.054	0.045	0.001	−0.018	0.035	−0.161	0.489	0.095
形態照合	0.576	−0.125	0.178	0.630	0.076	−0.445	−0.077	−0.122	0.007	−0.022	0.009

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

Table 7　11尺度の相関行列と残差要因行列

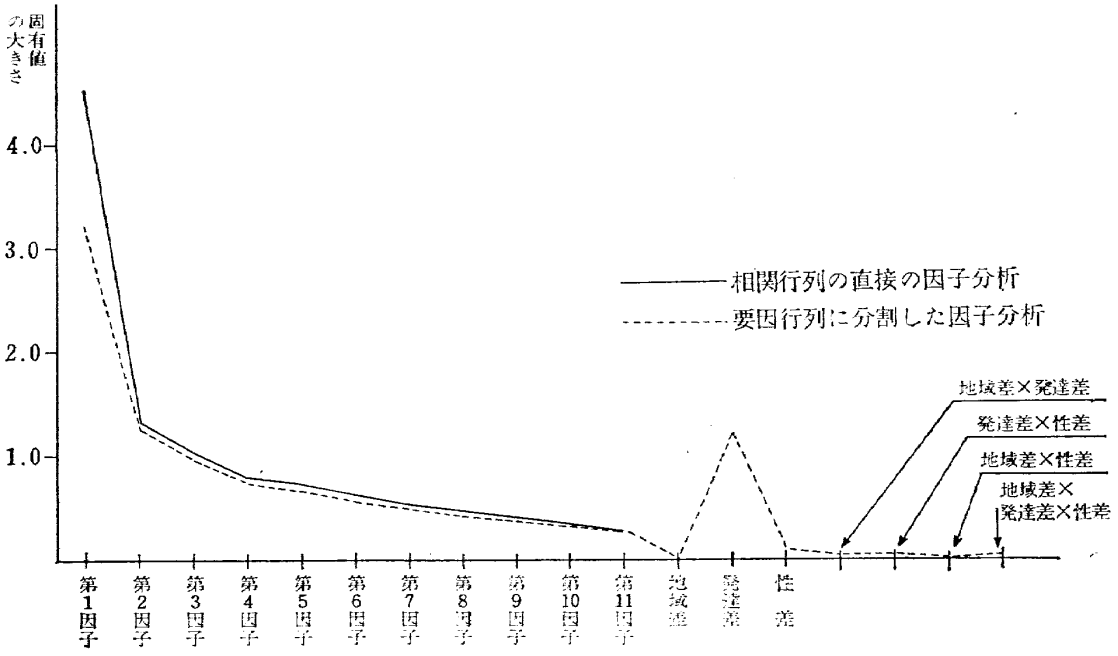
	工具照合	名詞比較	縦線記入	計算	平面図判断	打点速度	立体図判断	算数的推理	語彙	記号記入	形態照合
工具照合	0.876	0.302	0.206	0.309	0.286	0.222	0.166	0.268	0.243	0.254	0.280
名詞比較	0.469	0.752	0.246	0.334	0.128	0.202	0.072	0.256	0.330	0.283	0.238
縦線記入	0.255	0.328	0.946	0.189	0.110	0.423	0.082	0.193	0.216	0.499	0.168
計算	0.444	0.528	0.260	0.837	0.308	0.154	0.148	0.517	0.366	0.244	0.218
平面図判断	0.354	0.229	0.164	0.395	0.938	0.114	0.249	0.306	0.193	0.138	0.258
打点速度	0.316	0.342	0.498	0.270	0.194	0.883	0.096	0.137	0.201	0.468	0.194
立体図判断	0.185	0.103	0.107	0.178	0.273	0.127	0.984	0.118	0.124	0.084	0.159
算数的推理	0.381	0.417	0.269	0.657	0.393	0.254	0.152	0.866	0.360	0.248	0.195
語彙	0.440	0.621	0.333	0.601	0.329	0.390	0.171	0.571	0.641	0.235	0.198
記号記入	0.370	0.461	0.567	0.385	0.219	0.576	0.109	0.370	0.450	0.865	0.217
形態照合	0.380	0.378	0.223	0.335	0.328	0.284	0.183	0.300	0.371	0.320	0.907

右上が残差要因行列，左下が相関行列（相関行列の対角成分は省略したが全て1.0である。）

有値の大きさから計算される各因子の全体の因子に対する比重を調べると，残差行列による11の因子は，全体の持つ情報の86.3%を説明しており，残りの13.7%は7つの要因行列による因子により説明されることになる。Fig.6のグラフは，この2つの因子分析によって抽出された因子の固有値の大きさの割合を図示したものであるが，この図から明らかなように，両者の因子で最も大きな相違がみられるのは第1因子であることがわかる。第2因子から第11因子までは，固有値の大きさ，さらに各々の変数の因子負荷量にほとんど差がみられない。次に，両者の分析により得られた因子の相違について検討してみることにしよう。

まず第1因子であるが，この因子には，立体図判断検査以外の全ての検査の尺度が高く負荷していることから，この職業適性検査が知能検査の因子分析によって抽出されるところの一般因子（general factor）に相当す

Fig. 6　二つの因子分析によって得られた因子に対応する固有値の大きさ



NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

るものであると考えられる。残差要因行列から得られる第1因子と固有値の大きさにおいて1.30，因子の割合において11.8%の相違がみられるが，これは学年差 R_B の因子の固有値が1.24で，ほぼ第1因子の差に等しいことから，相関行列Rの第1因子には，学年差の要因に関する因子が含まれていたと考えられる。したがって，分散分析的因子分析の適用によって，第1因子から，学年差，つまり発達差に関連するところの因子の成分を分離することができたといえよう。Fig. 7 における2つの因子分析による第1因子負荷量を比較してみると，分散分析の結果から発達差に最も関連のないと示された立体図判断検査の因子負荷量のみが，僅かではあるが，残差行列による第1因子に高くなっていることは，この因子が差に関連のない因子であることを意味しているものである。続いて，第2因子は残差行列による因子の方が僅かに小さいが，個々の因子負荷量にはほとんど変化がみられない。第3因子以下も全く同様に変化がみられず，したがって発達差の因子が含まれているか否かに相違のみられる第1因子以外は，相関行列Rと残差行列 R_{eABC} から得られる因子の構造はほぼ同一であるといえよう。

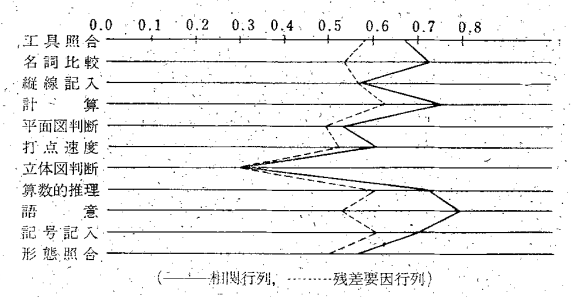


Fig. 7

次に，第1因子に続く3つの因子の意味を簡単に解釈しておくと，第2因子は，縦線記入，打点速度，記号記入の3つの検査に高く負荷していることから，運動機能に関する因子，第3因子は，立体図判断検査に最も負荷が高く，また平面図判断検査においてもやや高い負荷があることから空間判断力に関する因子，第四因子は形態照合，工具照合検査に高く負荷していることから形態知覚に関する因子といえる。なお，第3因子の空間判断力因子において，平面図判断検査の因子負荷量が，残差行列からの因子負荷量より0.1小さくなっていることは，僅かであるが，この第3因子において，平面図判断検査が，3つの要因に関連する因子を含んでいたことを示唆するものといえよう。

要約と討論

変数バッテリーを施行した被験者集団のデータからそのまま相関行列を求めて因子分析するという通常の因子分析の方法にかわって，被験者集団を学年差，性差などによって層別化し，これらを分散分析のモデルにしたがって，各Rの要因別の分散に分析し，これを2変数の場合の共分散行列や相関行列に適用して，これらの行列を幾つかの要因行列に分解し，因子分析を行う方法を提案し，実際のデータを用いてこの方法の有効性をある程度裏づけることができたわけである。この方法は，L. J. Cronbach の唱えた汎化可能性の理論を因子分析に拡張したものとも考えられるが，この理論が測定誤差の科学的操作を意図しているものであるとみられることから，筆者の唱えた因子分析の方法も因子分析の科学的操作を意図しているものといえるかもしれない。これまでの因子分析的研究においては，同一の変数バッテリーから異なる研究者によって全く異なる因子が抽出されるということがしばしばみられたわけであるが，これは単に測定の誤差や，因子分析の方法の相違によるものとしてかたづけられる問題ではなく，この因子の不一致の原因がより詳細に分析されていかねばならない。本研究においては，この最も大きな原因が，被験者集団の有する情報の分析の欠如であることを指摘してきたわけであるが，本研究はその1つの手がかりを与える機能を持つのみで，さらにいろいろな角度からの検討が必要とされるものである。具体的応用例としては，適性能力の一般因子より発達差に関する因子を除去することができたわけであるが，この他に実験因子をいろいろ変化させてデータを集め，この新しい因子分析の適用によって，データに含まれている実験条件の影響を排除した因子を抽出することも可能になろう。これはデータ得点の信頼性の検討を意味するものであるが，因子分析によって抽出された因子の信頼性はこのようにデータ得点の信頼性にまでさかのぼって検討されていかねばならないものである。この点に関して，多くの具体的応用例の解析を早期に検討する必要があると思われる。

このように，これらの因子分析的研究においては，データそのもの科学性，つまり得られたデータの基盤となる実験条件や被験者集団の有する情報の分析，さらにはある集団に含まれる被験者の分布に関する新しい重みづけの方法などが充分に考慮されていかなければなるまい。この他に，因子分析の科学性を推進するものとして，L. R. Tucker (1964) が提唱した Three Mode Factor Analysis という新しい分析法がある。これは，

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

実験条件を分析する場合のように，変数群，被験者群の他に，ある1つの実験因子が含まれるデータがとれた場合にその2つずつを組み合わせて因子分析を行い，抽出された3組の因子間の関連を核行列* (core matrix) によって示すものであるが，この方法と筆者の提案した分散分析的因子分析法の関連も今後に検討されるべき興味ある課題といえよう。

文　献

東洋　1964　信頼性と妥当性　心理学評論 8，70—81

浅香鉄一　1956　品質管理のための統計的分析　3，4 分散分析法　85—148　日本規格協会

L. J. Cronbach 1951 Coefficent alpha and internal structure of tests. *psychometrika*. Vol 16 No 3 297—334

L. J. Cronbach & G. L. Gleser 1965 Generalizability of scores influenced by multiple sources of variance. *psychometrika* Vol 3 No4, 395—420

L. J. Cronbach & G. L. Gleser & H. Nanda 1967 The dependability of bahavioral measurement ; Multibaut studies of generalizability. *Technical Report Contact* No 6—10—268

柏木繁男　1968　核因子得点行列と主観的評価との問題について　第10回日本教育心理学会大会論文集

F. M. Lord 1964 Nominally and rigorously parallel test norms. *Psychometrika* Vol 29, 335—345

柳井晴夫　1967　適性診断における診断方式の検討 I　教心研　15，145—160

柳井晴夫　1968　分散分析的手法の因子分析への適用について　第10回日本教育心理学会大会論文集

（付記）　この研究の基礎となった汎化可能性の理論について講義していただいた Stanford 大学 L. J. Cronbach 教授，労働省一般職業適性検査の資料の利用を許可して頂いた労働省職業研究調査室長佐柳武氏に厚くお礼申し上げる。　（1968年8月12日原稿受付）

ABSTRACT

FACTOR ANALYSIS OF VOCATIONAL APTITUDE TEST

Application of Variance Analysis Technique to Factor Analysis

by

Haruo Yanai

University of Tokyo

Recently, we have been able to do the factor analysis of the correlation matrix with great many variables quite easily with the aid of the electronic computer. However, the uniqueness of the meanings of factors extracted by the different reseachers using the same variables, which has been for long argued, still remains unsolved. This problem is attributable to the fact that the informations of the subjects such as sex or developmental stage are neglected. In view of this point, this study aims to apply the L. J. Cronbach's generalizability theory to the multivariate variables, so that the correlation matrix can be divided into the sum of serveral comporent matrices, which is considered to depend largely on the variance analysis technique.

Through this technique, the correlation matrix R is diveded as the fullowing formula shows.

(1) $R=R_A+R_{Ae}$ (in case of one classification category)

(2) $R=R_A+R_B+R_{AB}+R_{ABe}$ (in case of two classification categories)

(3) $R=R_A+R_B+R_C+R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}+R_{ABC}+R_{ABCe}$ (in case of three categories)

(A, B, C denotes the classification categories such as sex. AB, BC, CA denotes the interaction effect. R_{Ae}, R_{ABe}, R_{ABCe} denotes the residual matrix closely related to the individual differences.)

In ordinary analysis, the correlation matrix R is directly analyzed, but in this analysis R_A, R_B, …… R_{ABCe} are separately analyzed by the principal axis method.

Factors extracted from R_A, R_B, ……, R_{ABC} are closely related to the meaning of the classification category and the factors extracted from the residual matrix R_{ABCe} are free of the meaning of the cla-

* 柏木（1968）の訳によるものである。

NII-Electronic Library Service

Japanese Association of Educational Psychology

ssification category. This technique was applied to the data of the General Vocational Aptitude Test (GATB) consisting of II scales, subjects of which are 950 Japanese students who are classified with respect to sex, developmental (high school and middle school) and regional (rural and urban) differences.

Comparing the factors extracted from nine component matrices shown in formula (3) with the factors extracted from the correlation matrix R, the principal factor loadings of the residual matrix R_{ABCe} decreased and no small factor loadings of the developmental difference matrix were found. This fact means that the factors related to the developmental difference are excluded from the principal factor loadings of the correlation matrix R.

Applying this techniqu widely, it is expected that the unique factor solutions independent of the difference of the subjects and the experimental conditions will be acquired in the near future.

第16巻 第2号 正誤表

小笠原論文

頁	らん	列	誤	正
82	Tale 2	最右列		
		VARIABLES	1.000	
		dr	−0.490**	1.000
		D	−0.316*	−0.390**
		C	−0.232	−0.316*
		I	−0.309*	−0.232
		N	−0.214	−0.309*
		O	−5.354**	−0.214
		Co	−0.127	−5.354**
		Ag	0.194	−0.127
		G	0.055	0.194
		R	0.230	0.055
		T	0.277*	0.230
		A	0.280*	0.277*
		S	−0.324*	0.280*
		A	−0.182*	−0.324*
		B	−0.176	−0.182*
		C	−0.120	−0.176
		D	−0.133	−0.120
		E	−0.352*	−0.133
		F	−0.196	−0.352*
		G	−0.243	−0.196

NII-Electronic Library Service