259 Japanese Journal of Educational Psycholgy, 1987, 35, 259—265

資 料

相関係数および平均値差の解釈のための確率的な指標

南風原 朝 和*　　芝　祐 順**

PROBABILISTIC INDICES FOR INTERPRETING CORRELATION COEFFICIENT AND MEAN DIFFERENCE

Tomokazu HAEBARA　Sukeyori SHIBA

Three probabilistic indices were proposed for interpreting major types of statistical results obtained in behavioral research: the probability of concordance as an index of correlation, and two versions of the probability of dominance being indices of mean difference in the case of randomized and paired data, respectively. Charts for finding confidence intervals for their population values were provided. The relationships of these indices with certain nonparametric statistics were also noted.

Key words: correlation, mean difference, statistical significance, nonparametric statistics.

問題と目的

行動科学の研究の中には，相関係数や平均値差の統計的有意性のみに基づいて研究仮説の検証を試みるものが多く見られる。つまり，無相関や等平均といった帰無仮説との関連でのみデータを解釈しようとする一般的な傾向があるのである。こうした仮説検定への過度の依存に対して，様々な批判がなされてきた（モリソン・ヘンケル, 1980；芝, 1985)。たとえば，1％水準で有意となるような相関が得られた場合，その有意水準の高さをそのまま関係の強さを表わすものとして解釈し，そのために実際の関係の強さについての判断を誤るといったケースがしばしば見られる。

仮説検定についてのそうした誤りを防ぐために，統計的推論の形式として，検定よりも推定を重視すべきだという指摘がなされてきた（Humphreys, 1985)。しかし，たとえば母集団相関係数の推定を行って，関係の強さそのものを評価しようとしても，相関係数の具体的な値をどう解釈したらよいかがわからず，結局は正の相関・負の相関といった定性的な解釈に終わってしまうケースも多い。このような場合に，相関係数そのものよりももっとわかりやすい形で相関関係の強さを表現する指標があれば，得られた結果のより的確な解釈が可能になると思われる。同様に平均値差に関しても，有意性検定の機械的な適用を避けて母集団平均の差の推定を行っても，その差の大きさを評価する具体的な基準がないことが多い。このような場合も，平均値差の解釈のための一般的な指標があれば有用であろう。

本論文の目的は，相関係数および平均値差の解釈を容易にする3つの指標を提案し，従来の母数（母集団相関係数や母集団平均）自体の推測を中心とした統計的分析とは異なったアプローチの可能性を示すことである。なお，ここで提案する指標は，いずれも確率的な表現をとるものである。それは，行動科学において研究される諸変数間の関係が，たとえば達成動機の高い生徒は必ず学業成績も高いといった決定論的な関係ではなく，多くの例外を伴う，いわば確率的な関係であることによる。研究においては，そうした関係がどの程度強いものであるかということが問題になるわけだが，その確率的な関係の強さをそのまま確率の形で表現できる指標は，得られた結果を直感的にしかも的確に把握する上で有用であると考えたのである。

* 新潟大学 (Niigata University)
** 東京大学 (University of Tokyo)

母集団レベルでの確率的な指標の定義

相関係数を解釈する際の指標：同順率

2つの変数XとYの間に正の相関があるという場合，我々は，Xが大きいほどYも大きいというように解釈する。そこで，ある母集団におけるXとYの相関関係の強さは，“その母集団から任意に2人の被験者を選んだときに，Xが大きいほうの被験者がYも大きくなる確率”によって表わすことができる。すなわち，2人の被験者のとる値を (X_1, Y_1) および (X_2, Y_2) とするとき，$X_1<X_2$ かつ $Y_1<Y_2$，または $X_1>X_2$ かつ $Y_1>Y_2$ となる確率が，相関関係の強さを直感的に把握するための直接的な指標となるのである。その確率は，2人の被験者について，Xにおける大小の順がYにおける大小の順と同じになる確率であるから，ここではそれを同順率（probability of concordance）とよび，π_c と表わすことにする。同順率 π_c の定義式を簡潔な形で書くと次のようになる。

$$\pi_c=P\{(X_1-X_2)(Y_1-Y_2)>0\} \tag{1}$$

特定の母集団における相関係数 ρ と同順率 π_c との関係は，その母集団の分布によって異なるが，ρ に関する統計的推測において一般的に仮定される2変量正規分布のもとでは，次のような単純な関係が成立する。

$$\pi_c=1/2+(1/\pi)\ \sin^{-1}\rho \tag{2}$$

ここで π は円周率であり，逆正弦関数 $\sin^{-1}\rho$ はラジアンで表わされるものとする。この関係は，X_1-X_2 と Y_1-Y_2 がやはり相関 ρ をもつ2変量正規分布に従うことと，Sheppard の定理とよばれる関係（Kendall & Stuart, 1977, pp. 376-377）を利用して証明することができる。この（2）式の計算は関数付き電卓で簡単に行うことができる。たとえば，$\rho=0.5$ である2変量正規分布においては，$\sin^{-1}0.5=0.523\cdots\cdots=\pi/6$ となるから，同順率は $\pi_c=1/2+1/6=2/3$ となる。したがって，$\rho=0.5$ のときには，Xが大きいほうの被験者がYも大きいという確率は2/3で，逆に，Xにおける大小関係とYにおける大小関係が逆になる確率は1/3であることがわかる。TABLE 1には，参考までに ρ のいくつかの値に対する π_c の値を示してある。ρ が負の場合には，その絶対値に対する π_c の値を TABLE 1から読みとり，その値を1から引けばよい。たとえば，$\rho=-0.5$ のときの同順率は $\pi_c=1-2/3=1/3$ となる。

相関関係の強さを確率的に表現するものとしては，このほかに，Xが平均より大きい被験者はYも平均より大きく，Xが平均より小さい被験者はYも平均より小さいというように，XとYのそれぞれの平均からの偏差が同符号となる被験者の割合というものを考えることもできる。ところが，母集団分布が2変量正規分布の場合には，そのような被験者の割合は同順率に等しくなるということを示すことができる。したがって，同順率をそのような被験者の割合として解釈してもよいということになる。

TABLE 1 2変量正規母集団における相関係数 ρ と同順率 π_c との関係

相関係数 ρ	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
同順率 π_c	.500	.516	.532	.548	.564	.580	.597	.614	.631	.649
相関係数 ρ	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
同順率 π_c	.667	.685	.705	.725	.747	.770	.795	.823	.856	.899

平均値差を解釈する際の指標：優越率

独立な比較の場合　2つの母集団AとBの得点分布間のずれの大きさを確率の形で表現するには，“母集団Aから任意に選ばれた被験者の得点 X_A が，それとは独立に母集団Bから任意に選ばれた被験者の得点 X_B よりも大きくなる確率”を考えればよい。その確率をここでは母集団Aの母集団Bに対する優越率（probability of dominance）とよび，π_d と表わすことにする。すなわち，

$$\pi_d=P(X_A>X_B) \tag{3}$$

である。

いま，ティ検定などで仮定されるように，X_A が平均 μ_A，分散 σ^2 の正規分布に従い，X_B が X_A とは独立に平均 μ_B，分散 σ^2 の正規分布に従うとする。このとき，統計量 X_A-X_B は平均 $\mu_A-\mu_B$，分散 $2\sigma^2$ の正規分布に従うから，$X_A-X_B>0$ となる確率は，標準正規分布に従う変数が $-(\mu_A-\mu_B)/\sqrt{2}\sigma$ より大となる確率に等しい。したがって，平均値差 $\mu_A-\mu_B$ を共通の標準偏差 σ で割って標準化したものを δ とすると，独立な比較の場合の優越率 π_d と δ との間には次のような関係が成立する。

$$\pi_d=\Phi(\delta/\sqrt{2}) \tag{4}$$

ここで $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の下側確率を与える関数であり，正規分布の表から容易に求めることができる。たとえば，$\mu_A=103$，$\mu_B=95$，$\sigma=16$ のときには，$\delta=0.5$ で，$\delta/\sqrt{2}=0.354$ となり，$\Phi(0.354)$ は 0.638 であるから，母集団Aの母集団Bに対する優越率は，$\pi_d=0.638$ となる。したがって，平均値差が各母集団の標準偏差の半分程度のときには，独立な比較において，平均値が低いほうの母集団のメンバーの得点が，平均値が高いほうの母集団のメンバーの得点を上回る確率もかなり（約36％）あるということがわかる。TABLE 2には，標

TABLE 2 正規母集団における標準化された平均値差 δ と独立な比較の場合の優越率 π_d との関係

標準化された平均値差 δ	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
優越率 π_d	.500	.528	.556	.584	.611	.638	.664	.690	.714	.738
標準化された平均値差 δ	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
優越率 π_d	.760	.782	.802	.821	.839	.856	.871	.885	.898	.910

TABLE 3 正規母集団における標準化された平均値差 δ' と対比較の場合の優越率 π'_d との関係

標準化された平均値差 δ'	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
優越率 π'_d	.500	.540	.579	.618	.655	.691	.726	.758	.788	.816
標準化された平均値差 δ'	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
優越率 π'_d	.841	.864	.885	.903	.919	.933	.945	.955	.964	.971

準化された平均値差 δ のいくつかの値に対する π_d の値を示してある。δ が負の場合には，その絶対値に対する π_d の値を TABLE 2から読みとり，その値を1から引けばよい。

対比較（対応のある測定値間の比較）の場合 たとえば2つの条件AとBのもとでの課題遂行を比較するというような場合に，もし同一被験者の両条件下での得点 X_A および X_B が得られるならば，上記のような独立な比較ではなく，各被験者ごとに X_A と X_B とを比較すべきである。それは，独立な比較においては，異なる被験者の間での比較を行うことによって個人差の効果が混入し，その分，条件間の比較をあいまいなものにしてしまうのに対して，個人内の比較ではそうした個人差の影響が除去できるからである。

対比較の場合の，条件Aの条件Bに対する優越率を π'_d とすると，それは“母集団において X_A のほうが X_B よりも大きい被験者の割合”という形で定義することができる。すなわち，各被験者について X_A から X_B を引いた差得点をDとすると，

$$\pi'_d = P(D>0) \tag{5}$$

である。この指標は，個人内の比較だけでなく，いわゆるマッチングによって構成された対における比較の場合にも適用される。

いま，X_A と X_B の平均と分散を μ_A, μ_B, σ_A^2, σ_B^2 とし，両者の間の共分散を σ_{AB} とする。そして，対になったデータの場合のティ検定で仮定されるように，Dの分布が正規分布であると仮定する。このとき，Dの平均は $\mu_D=\mu_A-\mu_B$，分散は $\sigma_D^2=\sigma_A^2-2\sigma_{AB}+\sigma_B^2$ である。ここで，平均値差 μ_D をDの標準偏差 σ_D で割って標準化したものを δ' とすると，対比較の場合の優越率 π'_d と δ' の間には次のような関係が成立する。

$$\pi'_d=\Phi(\delta') \tag{6}$$

たとえば，$\mu_A=18$，$\mu_B=16$，$\sigma_D=4$ のときには，$\delta'=0.5$ となり，$\Phi(0.5)=0.691$ であるから，条件Aの条件Bに対する優越率は，$\pi'_d=0.691$ となる。TABLE 3には，標準化された平均値差 δ' のいくつかの値に対して，正規分布表で求めた π'_d の値を示してある。δ' が負の場合には，その絶対値に対する π'_d の値を TABLE 3から読みとり，その値を1から引けばよい。

正規母集団を仮定した場合の確率的な指標の推定

同順率の推定

2つの変数XとYが2変量正規分布に従うとき，標本相関係数 r と母集団相関係数 ρ との間には

$$E(\sin^{-1}r)=\sin^{-1}\rho \tag{7}$$

という関係が成り立つ（Kendall & Stuart, 1979, p. 314；ここでE（・）は期待値を表わす)。したがって，（2）式の右辺の ρ を r で置き換えて

$$p_c=1/2+(1/\pi)\sin^{-1}r \tag{8}$$

とすると，p_c の期待値が π_c に一致し，p_c が π_c の不偏推定量となる。

2変量正規分布を仮定した場合の同順率 π_c の信頼区間を求めるには，まず母集団相関係数 ρ の信頼区間の上限と下限を求め，それを（2）式によって π_c の尺度に変換すればよい。たとえば標本の大きさが $n=100$ で，$r=0.5$ が得られたとする。この r に Fisher のZ変換を施すと

$$Z=(1/2)\log_e\{(1+0.5)/(1-0.5)\}=0.549$$

となり，ρ をZ変換した値の95%信頼区間の上限と下限は

$$Z\pm1.96/\sqrt{100-3}=0.748 \text{ および } 0.350$$

となる。これらの限界値にZ変換の逆変換 $\tanh z=(e^z-e^{-z})/(e^z+e^{-z})$ を施して ρ の信頼区間の上限と下限を求めると，それぞれ $\tanh 0.748=0.634$ および $\tanh 0.350=0.336$ となる。それらをさらに（2）式の ρ に代入すると，π_c の95%信頼区間の上限と下限が

$$上限=1/2+(1/\pi)\sin^{-1}0.634=0.719$$

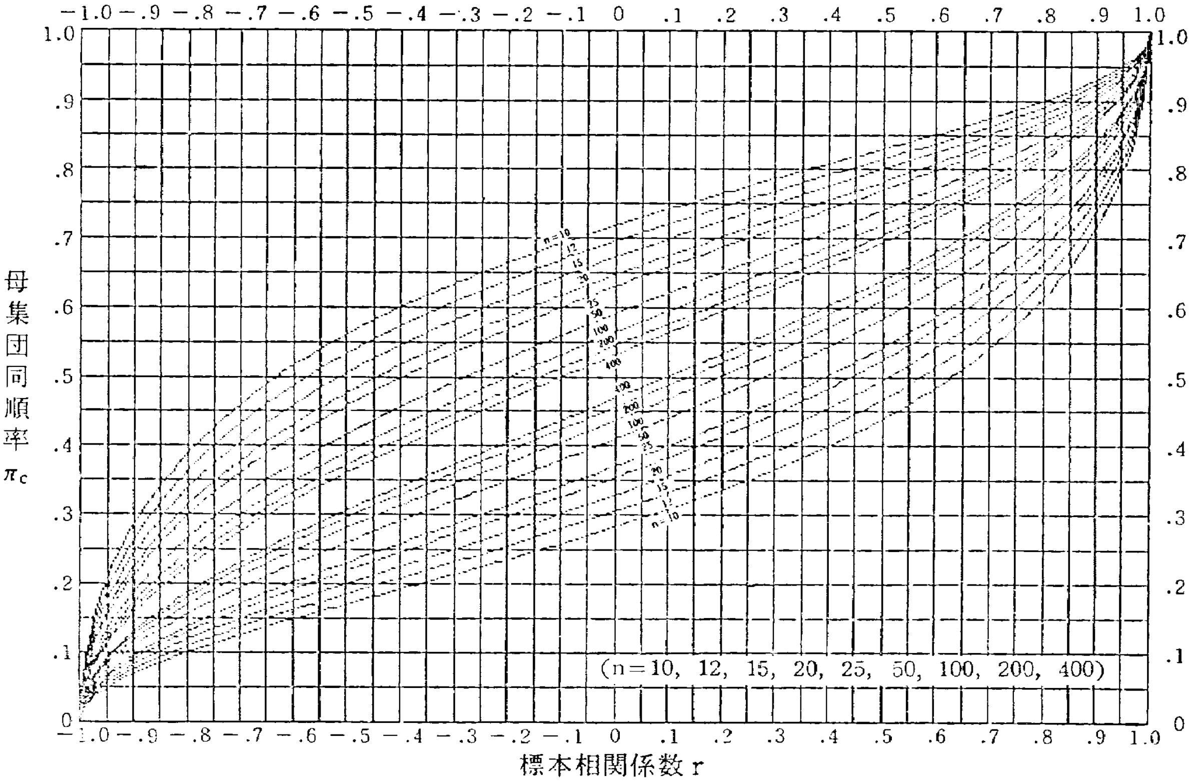

FIG. 1 標本相関係数 r から同順率 π_c の95%信頼区間を求めるための図

$$下限=1/2+(1/\pi)\sin^{-1} 0.336=0.609$$

のように求まる。なお，この場合の π_c の不偏推定値は $p_c=1/2+(1/\pi)\sin^{-1} 0.5=0.667$ である。

FIG. 1は，標本相関係数 r から同順率 π_c の 95% 信頼区間が直接求められるようにしたものである。たとえば，上の例の場合，横軸に $r=0.5$ をとり，その点を通る縦の直線が n=100 の2つの曲線と交わる点の縦軸の値を読みとる。そのようにして得られる値（約0.72と約0.61）が，π_c の95%信頼区間の限界値となるのである。

優越率の推定

独立な比較の場合　2つの母集団が等分散の正規分布に従う場合には，（4）式で示したように，独立な比較の場合の優越率 π_d と標準化された平均値差 δ との間に単純な関係がある。その δ の推定については，メタ分析（多くの研究結果を統合するための統計的分析）の研究において詳しい検討がなされている。いま，共通の母集団分散 σ^2 をその不偏推定量 s^2（$=MS_W$；級内平均平方）で推定し，母集団平均 μ_A，μ_B を標本平均 $\bar{X}_A$，$\bar{X}_B$ で推定して，

$$d=(\bar{X}_A-\bar{X}_B)/s \tag{9}$$

とする。ここで，2つの標本の大きさを n_A および n_B とし，その和をN，そして調和平均を n_h（$=2n_A n_B/N$）とすると，この統計量dに $\sqrt{n_A n_B/N}=\sqrt{n_h/2}$ をかけたものは，ティ検定における検定統計量tに等しい。（検定統計量は，このように差の大きさや関係の強さに標本の大きさを乗じた形をとる。検定統計量の値の大きさやそれによって決まる有意水準の高さが，差の大きさや関係の強さそのものの指標として適切でないことの大きな理由がここにある。）そのtの分布は，自由度N－2，非心度 $\delta\sqrt{n_h/2}$ の非心ティ分布に従うことが知られている。このことを利用すると，（9）式のdの期待値が，δ をほぼ $(4N-9)/(4N-12)$ 倍した値となることが導ける（Hedges, 1981；Hedges & Olkin, 1985)。したがって，δ の不偏推定量を d_u とすると，近似的に

$$d_u=d(4N-12)/(4N-9) \tag{10}$$

となる。たとえば，2つの標本の大きさが $n_A=n_B=50$ で，$d=0.5$ であれば，δ の近似的な不偏推定値は

$$d_u=0.5(4\times100-12)/(4\times100-9)=0.496$$

となる。

ここで，標準化された平均値差 δ の代りに，その推定量である(10)式の d_u を（4）式に代入して，独立な比較の場合の優越率 π_d の推定量 p_d とする。すなわち，

$$p_d=\Phi(d_u/\sqrt{2}) \tag{11}$$

である。また，先に述べたティ検定のための統計量tとdとの関係から，近似的に次式が成り立つ。

$$p_d \fallingdotseq \Phi(t/\sqrt{n_h}) \tag{12}$$

次に，π_d の信頼区間を求めるには，まず δ の信頼区間の上限と下限を求め，それらを（4）式によって π_d

の尺度に変換すればよい。標本が大きい場合には，d_u の分布が平均 δ，分散 $2/n_h+\delta^2/2N$ の正規分布に近似的に従うことが，非心ティ分布に関する定理から導ける（Hedges & Olkin, 1985)。したがって，たとえば，δ の近似的な95%信頼区間の上限と下限は

$$d_u \pm 1.96\sqrt{2/n_h+d_u^2/2N}$$

で与えられる。それらの限界値を（4）式に代入することによって，π_d の近似的な95%信頼区間の上限と下限を求めることができる。たとえば，$n_h=50$ となる上記の数値例では，δ の95%信頼区間の上下の限界値が

$$0.496 \pm 1.96\sqrt{2/50+0.496^2/(2\times 100)}$$ より，

0.894 および 0.098 となる。これらの限界値を（4）式に代入すると，π_d の95%信頼区間の上限と下限が

$$上限=\Phi(0.894/\sqrt{2})=0.736$$
$$下限=\Phi(0.098/\sqrt{2})=0.528$$

のように求まる。なお，この場合の π_d の点推定値は $p_d=\Phi(0.496/\sqrt{2})=0.637$ である。

FIG. 2 は，$n_A=n_B$ となる場合について，標本における標準化された平均値差 d から優越率 π_d の95%信頼区間が直接求められるようにしたものである。たとえば，上の例の場合，横軸に $d=0.5$ をとり，その点を通る縦の直線が $n_A=n_B=50$ の2つの曲線と交わる点の縦軸の値を読みとる。そのようにして得られる値（約0.74と約0.53）が，π_d の95%信頼区間の限界値となるのである。

対比較の場合　この場合も独立な比較の場合と同様な推定法を用いることができる。まず，対ごとの差Dが正規分布に従う場合の標準化された平均値差 δ' は，D の標本平均 $\bar{D}$ と不偏分散 s_D^2 の平方根 s_D から計算される統計量

$$d'=\bar{D}/s_D \tag{13}$$

によって推定することができる。ここで，標本における対の数を n とすると，この統計量 d' に $\sqrt{n}$ をかけたものは，対になったデータの場合のティ検定における検定統計量 t に等しい。その t の分布は，先の場合と同様に非心ティ分布に従うが，この場合の自由度は $n-1$ で非心度は $\delta'\sqrt{n}$ となる。このことを利用すると，δ' の不偏推定量 d'_u は，近似的に

$$d'_u=d'(4n-8)/(4n-5) \tag{14}$$

となり，d' よりやや小さな値をとる。それを（6）式に代入して，対比較の場合の優越率 π'_d の推定量 p'_d とする。すなわち，

$$p'_d=\Phi(d'_u) \tag{15}$$

である。なお，対になったデータの場合のティ検定における検定統計量 t と p'_d との近似的な関係は次式のようになる。

$$p'_d \fallingdotseq \Phi(t/\sqrt{n}) \tag{16}$$

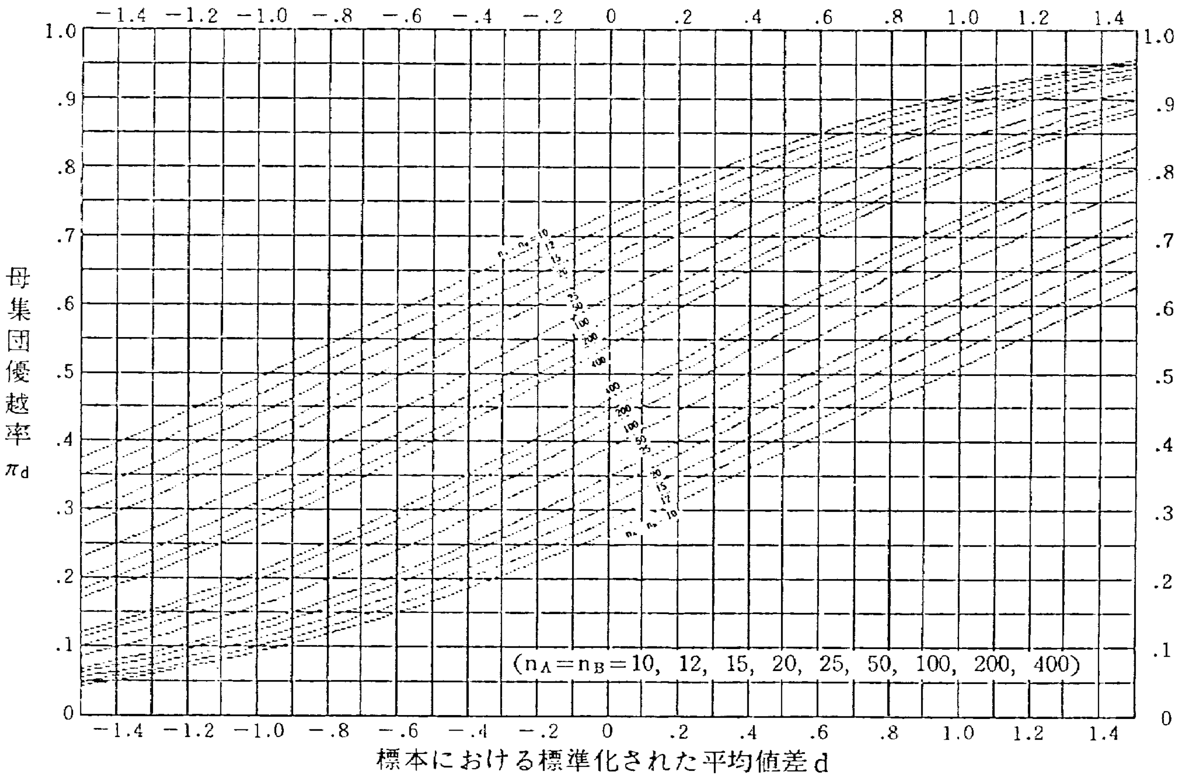

FIG. 2　標本における標準化された平均値差 d から独立な比較の場合の優越率 π_d の95%信頼区間を求めるための図

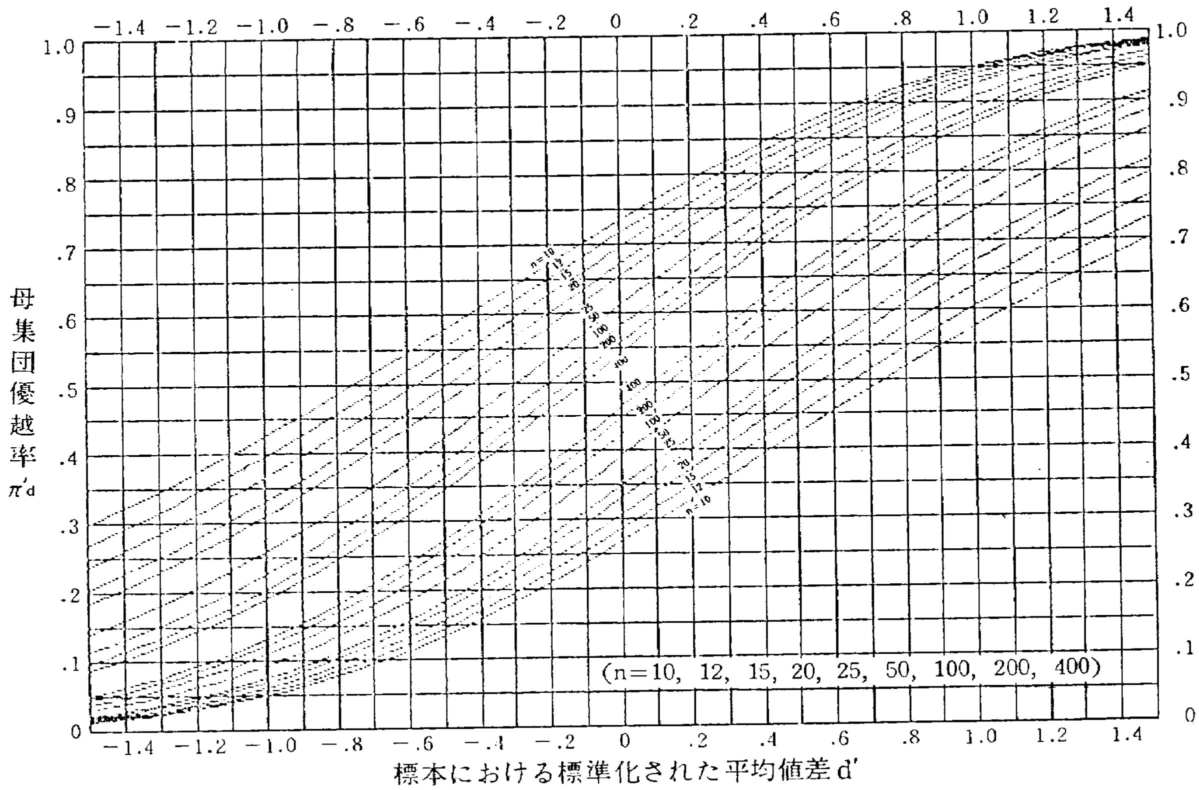

FIG. 3 標本における標準化された平均値差 d′ から対比較の場合の優越率 π'_d の95%信頼区間を求めるための図

標本が大きい場合の d'_u の分布も，d_u の分布と同様に近似的に正規分布となるが，その漸近的な分布の平均は δ' で，分散は $1/n+\delta'^2/(2n+2)$ である。したがって，δ' の近似的な95%信頼区間の上限と下限は

$$d'_u \pm 1.96\sqrt{1/n+d'^2_u/(2n+2)}$$

で与えられる。それらの限界値を（6）式に代入することによって，π'_d の近似的な95%信頼区間の上限と下限を求めることができる。たとえば，$n=50$ で $d'=0.5$ であったならば，$d'_u=0.492$ となり，δ' の95%信頼区間の上下の限界値は

$$0.492\pm 1.96\sqrt{1/50+0.492^2/(2\times 50+2)} \text{ より}$$

0.785 および 0.199 となる。これらの限界値を（6）式に代入すると，π'_d の95%信頼区間の上限と下限が

$$\text{上限}=\Phi(0.785)=0.784$$
$$\text{下限}=\Phi(0.199)=0.579$$

のように求まる。なお，この場合の π'_d の点推定値は $p'_d=\Phi\ (0.492)=0.689$ である。

FIG. 3は，標本における標準化された平均値差 d′ から優越率 π'_d の95%信頼区間が直接求められるようにしたものである。たとえば，上の例の場合，横軸に $d'=0.5$ をとり，その点を通る縦の直線が $n=50$ の2つの曲線と交わる点の縦軸の値を読みとる。そのようにして得られる値（約0.78と約0.58）が，π'_d の95%信頼区間の限界値となるのである。

確率的な指標のノンパラメトリックな推定

前節で見たように，正規母集団が仮定できる場合には，相関係数や平均値差を用いて同順率や優越率を容易に推定することができる。しかし，母集団分布について特定の仮定を設けない場合でも，それらの確率的な指標の推定は可能である。それには，母集団レベルでの指標の定義を，以下のように標本レベルでの推定量の定義に置き換え，それに従って推定量を求めればよい。

同順率 π_c のノンパラメトリックな推定量 q_c：標本に含まれる被験者を2人ずつ組み合わせてできるすべての対のうち，Xが大きいほうの被験者がYも大きいという対の割合。ただし，対の総数は，X または Y にタイ（等しい観測値）があって大小の比較ができない対の数を $n(n-1)/2$ から引いた値とする。

独立な比較の場合の優越率 π_d のノンパラメトリックな推定量 q_d：標本Aに含まれる被験者と標本Bに含まれる被験者を組み合わせてできるすべての対のうち，標本Aの被験者の得点 X_A が標本Bの被験者の得点 X_B よりも大きい対の割合。ただし，対の総数は，$X_A=X_B$ となる対の数を $n_A n_B$ から引いた値とする。

対比較の場合の優越率 π'_d のノンパラメトリックな推

定量 q'_d：すべての被験者のうち，条件Aのもとでの得点 X_A が条件Bのもとでの得点 X_B よりも大きい被験者の割合。ただし，被験者数は，$X_A=X_B$ となる被験者の数をnから引いた値とする。

以上の3つの推定量 q_c, q_d, q'_d は，いずれもノンパラメトリック統計法で用いられる統計量と深い関係がある。まず，q_c は分割表における関連度を表わす Goodman·Kruskal の順序連関係数 γ との間に，

$$q_c=(\gamma+1)/2 \tag{17}$$

という関係がある。また，タイがない場合には，Kendall の順位相関係数 τ とも

$$q_c=(\tau+1)/2 \tag{18}$$

という関係がある。次に，q_d は，タイがない場合には，Mann·Whitney の検定統計量Uを対の総数 $n_A n_B$ で割ったものに等しくなる。そして，q'_d は符号検定の検定統計量をタイの分を引いた被験者数で割ったものに等しい。

これらのノンパラメトリックな推定量 q_c, q_d, q'_d は，いずれも対応する母集団値（タイに関して適当な定義の修正を行ったもの）の不偏推定量となることが容易に確かめられる。次に，母集団値の区間推定を行うには，これらの推定量の標本分布に関する知識が必要となるが，そのうち q'_d については，その標本分布が2項分布となり，正規分布で近似できることが明らかである。また，q_c および q_d の標本分布についても，漸近的に正規分布に近づいていくことが，γ やUについての結果（Goodman & Kruskal, 1963; Lehmann, 1951）から導ける。たとえば，対比較の場合の優越率 π'_d について，前節の数値例における p'_d と同じく $q'_d=0.689$ が得られたとする。このとき，タイがなかったとして，q'_d に基づく π'_d の近似的な95％信頼区間の上限と下限を求めると

$$上限=0.689+1.96\sqrt{0.689(1-0.689)/50}=0.817$$
$$下限=0.689-1.96\sqrt{0.689(1-0.689)/50}=0.561$$

となる。これを，前節で求めた p'_d に基づく信頼区間と比べると，ノンパラメトリックな推定量 q'_d を用いた信頼区間のほうが幅が広く，精度が劣っていることがわかる。これは，ノンパラメトリックな推定の場合，母集団分布についての強い仮定を置かないことから十分に予想される結果である。

結　語

本論文では，帰無仮説の検定という枠組みを離れ，関係の強さそのものを解釈していく上で有用と思われる指標の提案を行った。そして，それらの指標の推定について，通常の仮説検定が行われている状況においてそのまま適用が可能な，正規母集団を仮定した場合の方法を中心に論じた。その中で，標本相関係数から同順率を推定するための（8）式や，ティ検定のための検定統計量から優越率を推定するための（12）式および（16）式は特に有用と思われる。というのは，これらの式によって，すでに報告されている研究結果を確率的な指標を用いて再評価することも容易にできるからである。相関係数や平均値差を用いる際に，こうした確率的な指標が併用されるようになれば，冒頭で触れたような有意水準によって関係の強さを見誤るといったケースも次第になくなり，より適切なデータの解釈がなされるようになるであろうと期待される。

引用文献

Goodman, L.A., & Kruskal, W.H. 1963 Measures of association for cross classifications. Ⅲ: Approximate sampling theory. *Journal of the American Statistical Association*, **58**, 310-364.

Hedges, L.V. 1981 Distribution theory for Glass's estimator of effect size and related estimators. *Journal of Educational Statistics*, **6**, 107-128.

Hedges, L.V., & Olkin, I. 1985 *Statistical methods for meta-analysis.* Orland, FL: Academic Press.

Humphreys, L.G. 1985 Correlations in psychological research. In D.K. Detterman (Ed.), *Current topics in human intelligence.* Vol. 1. Norwood, N.J.: Ablex. 3-24.

Kendall, M.G., & Stuart, A. 1977 *The advanced theory of statistics.* Vol. 1. 4th ed. London: Griffin.

Kendall, M.G., & Stuart, A. 1979 *The advanced theory of statistics.* Vol. 2. 4th ed. London: Griffin.

Lehmann, E.L. 1951 Consistency and unbiasedness of certain nonparametric tests. *Annals of Mathematical Statistics*, **22**, 165-179.

モリソン，D.E.・ヘンケル，R.E.（編） 内海庫一郎・杉森滉一・木村和範（訳） 1980 統計的検定は有効か 梓出版社（Morrison, D.E., & Henkel, R.E. (Eds.) 1970 *The significance test controversy: A reader.* Chicago: Aldine.）

芝　祐順（司会）1985 教育心理学研究における統計的方法再考 日本教育心理学会第27回総会シンポジウム 教育心理学年報，第25集，25-30.

＜付記＞ 本論文は新潟大学教育学部紀要第28巻第2号に掲載した論文を一部修正したものである。

（1986年11月28日受稿）