

原 著

正常咬合者の歯列弓形態の評価 ——FA point への四次多項式の適合による分析——

鹿野千賀 新井一仁* 石川晴夫**

日本歯科大学歯学部附属病院小児・矯正歯科

*日本歯科大学歯学部歯科矯正学講座

**矯正歯科いしかわ

SHIKANO Chika, ARAI Kazuhito* and ISHIKAWA Haruo**

Department of Orthodontics & Pediatric Dentistry, The Nippon Dental University Hospital at Tokyo

*Department of Orthodontics, School of Dentistry at Tokyo, The Nippon Dental University

**Orthodontics, Haruo Ishikawa

キーワード：Facial Axis (FA) point, dental arch form, polynomial curve, non-contact three-dimensional shape measuring system, normal occlusion

抄録：本研究の目的は、正常咬合者の歯列弓に Edge-cusp point と Facial axis (FA) point の 2 組の計測点を設定して四次多項式を適合し、適合性と形態の特徴を比較して計測点の設定の違いが歯列弓形態の分析結果に与える影響について検討することである。

教室で考案した非接触三次元形状計測システムを用いて、本学学生と教職員約 4,000 名から選択した正常咬合者 40 名の平行模型について計測を行った。

EC point として切歯切縁中央、犬歯尖頭、ならびに臼歯側咬頭頂、また FA point の 2 組の計測点を上下顎ごと各歯に設定し、最小自乗法を用いて四次多項式を適合させ R^2 値を算出した。さらに上下顎ごと各四次多項式における各項の係数の平均値と標準偏差、両計測点間における各項の係数の相関係数を算出し、統計学的な検定を行った。

その結果、2 組の計測点の上下顎ごとの R^2 値は EC point よりも FA point に計測点を設定したときに大きく統計学的に有意差が認められ、上下顎ごと各四次多項式における係数の差異は上顎では三次項、二次項、ならびに一次項で有意差が認められ、下顎では四次項と二次項で有意差 ($p < 0.01$) が認められた。すべての項の係数において両計測点間で統計学的に有意な正の相関 ($p < 0.01$) が認められた。

以上のことから、正常咬合者の歯列弓形態を分析するために FA point を計測点として設定したときにも、四次多項式は適合性が高く、各項の係数が有する特徴を用いて定量的に評価できることが明らかとなった。

(Orthod Waves 61(2) : 69~77, 2002)

Evaluation of dental arch form in normal occlusion ——Fitting of fourth-order polynomials on FA points——

Abstract : The purpose of this study was to evaluate the dental arch form on Facial axis (FA) points in normal occlusion by the fitting of fourth order polynomials. Forty adult subjects with the most ideal occlusions were chosen from a total population of 4,000. A non-contact 3 D orthodontic cast analyzing system was used. FA points and EC points (midpoints of incisal edges, canine cusps, the buccal cusps of premolars and, first and second molars) were taken for comparison on 3 D-cloud data of each dental cast. Fourth order polynomial curves ($y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$) were fit to X-Y coordinates on both point sets of each dental arch by the least square method. Mean and SD of each coefficient of the polynomials were calculated and statistically analyzed by the Wilcoxon test, and correlation coefficients were statistically evaluated between two reference point sets. Statistical differences were found in the coefficients of third, second, and first order terms in the upper arch, and fourth and second in the lower arch. Statistically significant correlations were found in all of coefficients of terms. In conclusion, statistically significant

differences of dental arch form between two reference point sets were found in normal occlusion. A possibility of estimation from dental arch form on EC points

to FA points was suggested.

(Orthod Waves 61(2): 69~77, 2002)

緒 言

矯正歯科治療で、患者に付与すべき理想的な歯列弓形態の解明には古くから強い関心が寄せられ^{1~3)}、歯科矯正学にとって重要な課題の一つである⁴⁾ものの、近年なお客観的データの不足が指摘されている^{5~7)}のが現状である。

一般に歯列弓形態の分析にあたっては、数学的・幾何学的方法を採った報告が多い^{1,8~23)}。これらのうちで四次多項式が日本人の正常咬合者には最も適合性が高いという報告¹⁴⁾が、最近の研究でも確認され²²⁾、本邦においては広く支持されている^{16,20,21,23,24)}。さらに四次多項式における各項の係数で歯列弓形態を数学的に表現できるという知見¹¹⁾から、これを分析に用いた研究が多い^{13,18,19,21,23)}。

一方、歯列弓形態を表現するために基本となる計測点の設定方法に関しては定説がない^{12,25)}。多くの研究は、解剖学的に特徴的な前歯切縁中央や犬歯尖頭および小白歯の頬側咬頭頂、大臼歯の近心頬側咬頭頂と遠心頬側咬頭頂との間の分解溝最深点^{8,9,14,24)}または近遠心頬側咬頭頂の midpoint^{22,23)}を支持しているものの、矯正歯科臨床で用いられるワイヤーの形態に近い Facial axis (FA) point²⁶⁾を計測点とすべきであるという意見も多い^{16,20,21)}。また、それら計測点の違いによって表現される歯列弓形態の関係について比較して分析した報告¹²⁾は少なく、検討すべき課題とされている^{21~23,25)}。

以上のことから、本研究の目的は、正常咬合者の切縁、尖頭ならびに咬頭頂と FA point にそれぞれ計測点を設定し四次多項式を適合させ、その各項の係数を用いて両者の相関関係を分析し、解剖学的計測点から矯正歯科臨床的計測点で描かれる歯列弓形態を推定する可能性について検討し、かつ臨床において付与されるべき平均的歯列弓形態の両計測点間における差異について明らかにすることである。

方 法

I. 資 料

小林ら²⁷⁾の方法に従って、本学歯学部、附属歯科衛生士専門学校、ならびに歯科技工士専門学校の学生および教職員約 4,000 名の中から 96 名の被験者を視診にて一次的に選び、さらにこれらの被験者について口腔模型を作製し、それらの模型を用いた診査で最も接触点のずれが少なく咬合線に連続性を有していると考え

られる被験者 40 名（男女各 20 名、平均年齢 22.6 歳、標準偏差 2.7 歳）を最終的に選択し、本研究の資料とした²⁷⁾。

II. 計測方法

1. 口腔模型の三次元形状計測

口腔模型の計測と分析には、非接触三次元形状計測システム^{28,29)}を使用した。本システムは、主に非接触三次元形状測定装置 (VMS-250 R, UNISN 社, 大阪)、グラフィック・ワークステーション (Indigo 2, Silicon Graphics, Inc., 米国)、ならびに分析用三次元 CAD ソフトウェア (SURFACER, Imageware, Inc., 米国) から構成される。

測定条件は、小林ら²⁷⁾の方法に従って、測定間隔を X 方向 (近遠心的方向) に 0.20 mm, Y 方向 (頬舌的方向) に 0.25 mm と設定し、測定された三次元座標値は 1 つの連続した点群データに変換され、グラフィック・ワークステーションに転送し、分析用三次元 CAD ソフトウェアに読み込んだ。

2. 基準平面の設定と点群データの三次元座標値変換

分析用三次元 CAD ソフトウェアに読み込んだ点群データに、小林ら²⁷⁾の方法に従って、基準平面としての咬合平面を設定した。咬合平面の前方基準点は上下顎とも左右側中切歯の切縁中央の点を結んだ線分の midpoint、後方基準点は上顎では左右側第一大臼歯の近心舌側咬頭頂、下顎では左右側第一大臼歯の遠心頬側咬頭頂とした。ついで上下顎の各咬合平面が x-y 平面と平行になるように上下顎の各点群データの三次元座標変換を行った。

3. 計測点の設定

1) Edge-cusp point における計測点の設定

MacConaill ら⁸⁾や Hayashi⁹⁾の方法を参考とした小林ら²⁷⁾と宇塚ら²²⁾の方法に従って、切歯では切縁中央、犬歯では尖頭、小白歯では頬側咬頭頂、大臼歯では近遠心頬側咬頭頂の midpoint に計測点を設定し、これを本研究における Edge-cusp (incisal edge, canine cusp, premolar, and molar buccal cuspids) point とした (図 1)。

2) FA point における計測点の設定

Andrews²⁶⁾と瀬畑¹⁶⁾の方法を参考とした小林ら³⁰⁾の FA 1 point の定義に従って、以下のように設定し、これを本研究における FA point とした。

切歯については切縁中央と唇舌側歯頸線の最深点の計 3 点、犬歯については尖頭と唇舌側歯頸線の最深点

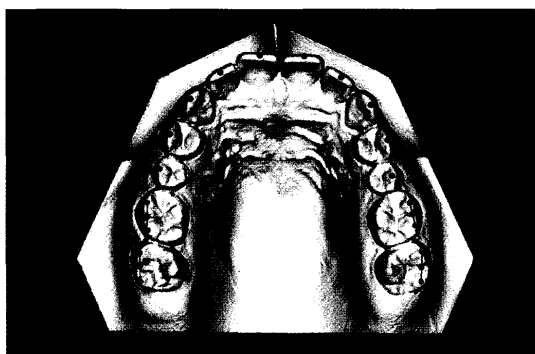


図 1 Edge-cusp point における計測点の設定
点群データの切縁中央、犬歯尖頭、小白歯頬側咬頭頂、ならびに犬歯近遠心頬側咬頭頂(桃色)を結ぶ線(緑色)の中点に計測点(赤色)を設定した。

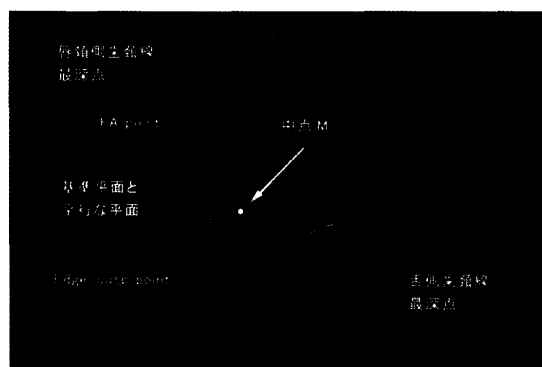


図 2 FA point における計測点の設定(切歯・犬歯・小白歯)

各歯の Facial axis 断面を切り出し、各断面上で Edge-cusp point と唇・頬側の歯頸線の最深点(赤色)を結ぶ線分(赤色)とその中点 M(黄色)を作図した後、咬合平面を平行移動して各歯に FA point(シアン色)を設定した。

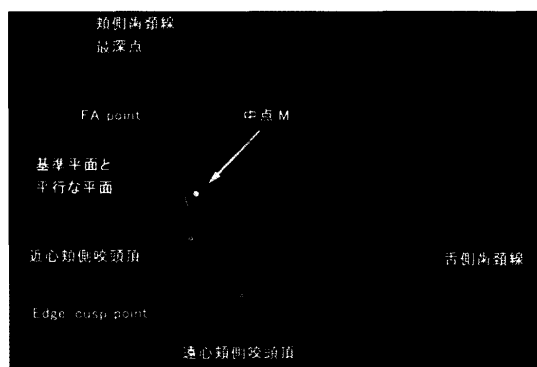


図 3 FA point における計測点の設定(犬歯)

各犬歯の Facial axis 断面を切り出し、各断面上で Edge-cusp point と頬側の歯頸線の最深点(赤色)を結ぶ線分(緑色)とその中点 M(黄色)を作図した後、咬合平面を平行移動して各歯に FA point(シアン色)を設定した。

の3点、小白歯については頬側咬頭頂と頬舌側歯頸線の最深点の3点をそれぞれ各歯に設定した。ついで3点を結ぶ平面と各歯の点群データの交線をもとめて各歯の Facial axis 断面として切り出した。さらに Facial axis 断面上で切縁中央、犬歯尖頭、ならびに小白歯頬側咬頭頂と各唇頬側歯頸線の最深点を結んだ線分の中点 M をもとめた。そして各歯の中点 M を通り基準平面となる咬合平面に平行な平面と Facial axis 断面との唇頬側交点を本研究における FA point とした(図2)。

犬歯については、近遠心の各頬側咬頭頂の中点と頬舌側歯頸線の最深点の3点をそれぞれ各歯に設定した(図3)。以下、他の歯と同様に FA point を求めた。

4. 二次元座標変換

両計測点の三次元座標値をそれぞれ算出し、CSV 形

式のテキスト・データとしてパーソナル・コンピュータ(PC-9821 Xa-13, 日本電気㈱, 東京)にイーサネット・ネットワークを介して転送した。転送した三次元座標値は、データ処理ソフトウェア(Excel 2000, Microsoft Inc., 米国)を用いて以下の処理を行った。

まず宇塚ら²²⁾、葉山ら²³⁾の方法に従って、切歯切縁および犬歯尖頭、臼歯頬側咬頭頂における計測点において、三次元座標値から(x, y)座標値を取り出し、左右側中切歯の切縁中央を結んだ線分の中点を原点とし、左右第一大臼歯の両計測点を結んだ線分の中点と原点を通る線をy軸、y軸と直交し原点を通る線をx軸となるように二次元座標変換を行った。なお、x軸は上下顎ともに被験者の左側を(+)とした。

表 1 正常咬合者 40 例の上下顎の各歯列弓について Edge-cusp point と FA point をそれぞれ計測点として適合した四次多項式 ($y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$) の R^2 値の平均値 (標準偏差) と中央値

	Edge-cusp point		FA point	
	平均値 (標準偏差)	中央値	平均値 (標準偏差)	中央値
上 顎	0.991 (0.009)	0.993	0.993 (0.008)	0.995
下 顎	0.989 (0.011)	0.994	0.994 (0.004)	0.995

III. 分析方法

1. 四次多項式と R^2 値の算出

各正常咬合者の計測点ごと、上下顎ごとに座標変換後の座標値について最小自乗法を用いて四次多項式を適合させ¹¹⁾、ついで R^2 値^{11,22)} (決定係数 coefficient of determination) を算出し、さらに四次多項式曲線を描記した。また、正常咬合者 40 例について計測点ごと、上下顎ごとに四次多項式における各項の係数の平均値と標準偏差を算出した。なお四次多項式は、四次項の係数を a 、三次項の係数を b 、二次項の係数を c 、一次項の係数を d 、ならびに定数項を e とおき、 $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ とした。

2. 両計測点間における四次多項式の適合性の差異

各計測点における四次多項式の適合性を比較する目的で、正常咬合者 40 例の各被験者の上下顎ごとに算出した R^2 値について両計測点間でノンパラメトリックな対応のある差の検定 (Wilcoxon 検定) を用いて統計学的な検定を行った。

3. 判別式による変曲点の検出

各計測点における四次多項式を 2 階微分して求めた二次多項式の判別式を用いて、四次多項式の変曲点の有無を判定した。すなわち $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ を 2 階微分した $y''=12ax^2+6bx+2c$ より、判別式 $\{(6b)^2-4(12a \times 2c)\}$ が正の値を持つときに四次多項式が変曲点を有すると判定した。

4. 両計測点間における各項の係数の相関関係

上下顎の歯列弓形態の四次多項式における各項の係数について、両計測点間で相関係数を算出し、さらに統計学的な有意性の検定を行った。ついで Edge-cusp point から FA point の係数を推定する可能性について検討する目的で各項の係数についてそれぞれ一次回帰方程式を求めた。

5. 両計測点間における各項の係数の差異

両計測点を用いて算出した四次多項式における各項の係数の平均値と標準偏差を算出後、両計測点間で統計学的な検定 (Wilcoxon 検定) を行った。

結 果

I. 両計測点間における適合性の差異

正常咬合者 40 例の Edge-cusp point と FA point の四次多項式における各 R^2 値の平均値 (標準偏差) と中央値を表 1 に示す。両計測点間で統計学的な検定 (Wilcoxon 検定) を行った結果、 Z 値は上顎では 4.05、下顎では 3.23 であり、FA point に計測点を設定したときに R^2 値は大きく、有意差が認められた ($p<0.01$)。

II. 四次多項式における変曲点の発現頻度

四次多項式の変曲点を検討する目的で、四次多項式を 2 階微分した二次方程式の判別式から判定した結果、全体で 160 例中 7 例 (4%) に変曲点が認められた。その内訳は Edge-cusp point については上顎では 2 例、下顎では 3 例に変曲点が認められ、FA point については上顎では 2 例認められたが、下顎では認められなかった。

III. 両計測点間における各項の係数の相関関係

表 2 に示すように、両計測点間で算出した上下顎の各四次多項式における各項の係数間で相関係数を求め、統計学的な有意性の検定を行った結果、すべての項の係数において両計測点間に統計学的に高度に有意な正の相関が認められた ($p<0.01$)。

また、各項における一次回帰方程式は上顎においては、 a が $y=0.68x+0.77 \times 10^{-5}$ 、 b が $y=0.77x+0.14 \times 10^{-4}$ 、 c が $y=0.71x+0.06 \times 10^{-2}$ 、 d が $y=0.83x-1.42 \times 10^{-2}$ 、ならびに e が $y=0.76x+0.10$ であり、下顎では a が $y=0.38x+1.33 \times 10^{-5}$ 、 b が $y=0.51x+0.15 \times 10^{-4}$ 、 c が $y=0.52x+0.51 \times 10^{-2}$ 、 d が $y=0.69x-0.42 \times 10^{-2}$ 、ならびに e が $y=0.60x+0.04$ であった。

IV. 両計測点間における各項の係数の差異

両計測点を用いて算出した四次多項式における各項の係数の平均値と標準偏差を表 3 に、各項の係数の差異について統計学的な検定 (Wilcoxon 検定) を行った結果を表 4 に示す。上顎では三次項、二次項、ならび

表 2 正常咬合者 40 例の上下顎の各歯列弓について Edge-cusp point と FA point をそれぞれ計測点として適合した四次多項式 ($y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$) における各項の係数ごとに両計測点間で算出した相関係数と統計学的検定結果

	a	b	c	d	e
上 顎	0.90**	0.83**	0.89**	0.87**	0.91**
下 顎	0.85**	0.69**	0.88**	0.82**	0.88**

(** : $p < 0.01$)

表 3 正常咬合者 40 例の上下顎の各歯列弓について Edge-cusp point と FA point をそれぞれ計測点として適合した四次多項式 ($y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$) における各項の係数の平均値と標準偏差

		a	b	c	d	e
上 顎	Edge-cusp point	2.73 (1.53)	-0.58 (0.95)	1.80 (1.07)	2.38 (5.88)	0.03 (0.73)
	FA point	2.62 (1.15)	-0.29 (0.89)	1.35 (0.86)	0.56 (5.63)	0.12 (0.62)
下 顎	Edge-cusp point	4.04 (2.45)	-0.09 (1.46)	2.19 (1.46)	-1.77 (6.48)	-0.13 (0.63)
	FA point	2.89 (1.08)	0.14 (1.03)	1.65 (0.86)	-1.63 (5.41)	-0.04 (0.44)

なお、四次項は $\times 10^{-5}$ 、三次項は $\times 10^{-4}$ 、二次項と一次項は $\times 10^{-2}$ でそれぞれ示した。

表 4 正常咬合者 40 例の上下顎の各歯列弓について Edge-cusp point と FA point をそれぞれ計測点として適合した四次多項式 ($y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$) における各項の係数の Edge-cusp point と FA point の間で統計学的に検定した (Wilcoxon 検定) ときの z 値と検定結果

		a	b	c	d	e
z 値	上顎	0.19	2.93**	4.33**	3.24**	1.77
	下顎	4.02**	0.71	3.80**	0.47	1.76

(** : $p < 0.01$)

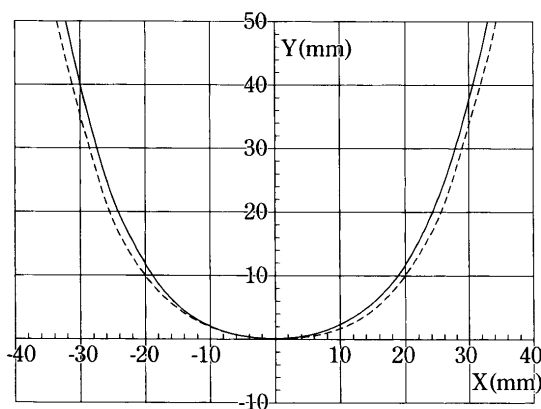


図 4 上顎歯列弓に設定した Edge-cusp point と FA point をそれぞれ計測点として適合した四次多項式曲線
実線：Edge-cusp point, 破線：FA point

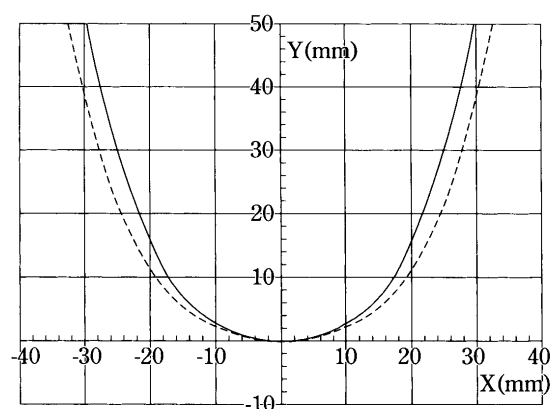


図 5 下顎歯列弓に設定した Edge-cusp point と FA point をそれぞれ計測点として適合した四次多項式曲線
実線：Edge-cusp point, 破線：FA point

に一次項で有意差が認められ、下顎では四次項と二次項で有意差が認められた ($p < 0.01$)。また、四次多項式の各項の係数から算出した平均値を用いて描記した上下顎の各平均的四次多項式曲線をそれぞれ図 4, 5 に示す。

考 察

I. 方法について

1. 計測点の設定

歯列弓形態を表現する計測点の設定部位については定説がない^{9,12,25,31}。Angle は歯列弓形態を表現するために、咬合線²⁾の他にエッジワイズ法に使用するアーチワイヤーの形態を the metal arch^{32,33)}と表現し、歯科矯正学の分野では歯列弓形態が診断や治療計画の基本になっていると述べ、歯列弓形態を正常にするためにはアーチワイヤーの形態 (すなわちアーチワイヤー・フォーム³⁴⁾) を正常咬合者において研究すべきであると考えて唇・頬側面に着目した³⁾。その後、ブラケット・ポジションやバンド・ポジションを考える上で Andrews²⁶⁾の考案した FA point が注目されているものの、大臼歯の各歯に 2 点ずつ FA point を設定した研究²⁰⁾や歯列弓形態とアーチワイヤー・フォームの区別をせずに分析するといった研究³⁵⁾もみられるなど不明な点が多く、それらの計測点の違いが歯列弓形態の分析結果に及ぼす影響について検討した研究は^{3,12)}きわめて少ない。また Currier¹²⁾も、正常咬合者に唇・頬舌的に位置の異なる外側、中央、ならびに内側の 3 種類の計測点を設定して、それらの描く歯列弓形態を比較しているが、最も外側にある唇・頬側の曲線で切歯の切縁、犬歯の尖頭、ならびに臼歯の頬側咬頭頂を連ねた部位であり、臨床的に要求されているアーチワイヤー・フォームは、歯の唇頬側面の中央である FA point やブラケットの厚さを考慮してさらに外側を通過するものである^{16,21,25,36)}。

以上のことから本研究は、計測点の設定の違いが歯列弓形態の分析結果にどのような影響を与えるかについて検討する目的で、解剖学的計測点として Edge-cusp point と矯正歯科臨床における計測点として FA point の両方の計測点を正常咬合者に設定して四次多項式を適合し、適合性、相関関係、ならびに差異について検討した。

さらに、瀬畑¹⁶⁾は近似した四次多項式の外側にある点との垂直的距離の総和が 0.5 mm 以下になるように四次多項式を修正して算出し、小坂ら²¹⁾は、計測点を FA point から求められた四次多項式による外側最近接曲線上の最近接点方向へ 1 mm ずらし、これらの計測点について新たに適合する曲線を求め、最終的なアーチワイヤー・フォームとしている。しかし装置の

唇・舌の厚さを 0.5 mm や 1 mm とした根拠が不明であり真のアーチワイヤー・フォームを求める必要があるならば、今後は装置の厚さに関して検討を要するとも考えられる^{20,21,25,36)}。

2. 四次多項式の適合による歯列弓形態の分析法

四次多項式が歯列弓形態の分析に適しているという見解¹⁴⁾は、正常咬合者 30 例に二次、四次、ならびに六次多項式を適合して R^2 値を用いて適合性を比較した最近の研究²²⁾によって再検討され、二次多項式に比べ四次多項式と六次多項式は統計学的に有意に適合していたが、四次多項式と六次多項式の間では統計学的な差異が認められず、六次多項式では変曲点をもつ例が多くなめらかな曲線で表現できないため、四次多項式が最も適していると結論されている。さらに、他の研究では計測点を FA point に設定した研究においても四次多項式の歯列弓に対する適合性が高いことが確認されている^{16,20,21)}。

四次多項式の適合度の定量的評価には、残差平方和^{11,14,22)}や R^2 値^{11,22)}などが用いられている。残差平方和の利点は、個々の歯の適合性を個別に判別できること^{11,14,22)}であり、欠点は測定点数の多寡や歯列弓の大小によって残差平方和は増減するために歯列弓全体に対する適合性の比較には応用できないことがあげられる^{14,22)}。一方、 R^2 値は、測定点数や歯列弓の大きさに関わらず適合度を比較することが可能である¹¹⁾。したがって、 R^2 値は個々の歯の適合性が判定できないが欠損歯や未萌出歯の問題を有する不正咬合者の分析に応用する場合や上下顎への適合度を比較する場合には、有効と考えられる²²⁾。

また、変曲点は三次以上の多項式曲線で発現し、一般的には四次多項式曲線にも存在することが期待される。多項式曲線の変曲点は、Pepe¹³⁾が正常咬合者の歯列弓形態に六次多項式を適合したときに認められたことを報告している。その後、岩林¹⁴⁾も不正咬合者 1 名の四次多項式曲線に変曲点を認め、変曲点を有する多項式はなめらかな曲線とはいえないと考え、過度の適合を示したものとして分析対象から除外している。一方、宇塚らの研究²²⁾では正常咬合者の歯列弓形態の六次多項式において前歯部に凸型と凹型の 2 種類の形態を描くという Pepe の報告¹³⁾を日本人正常咬合者を用いて確認し、多項式曲線の適合性や変曲点の有無など曲線の形態的特徴を基準とした歯列弓形態の分類法を提案しているが、四次多項式曲線には変曲点が認められなかったと報告している。このように正常咬合者の歯列弓形態に適合した多項式において変曲点の存在は認められながら^{13,14,22)}もその発現頻度に関する報告は少なく^{14,22)}、またその変曲点の有無を決定する基準に関する記載がない^{13,14)}か、もしくは描記したグラフの多項式曲線の観察から判定²²⁾しているため、客観的な判定

方法であるとはいえなかった。

さらに、四次多項式の各項の係数から歯列弓形態の特徴を角張度 (squaredness) と開大度 (taperedness) および非対称性に関する項目である lopsidedness と tiltedness について定量的な分析が可能であるという研究¹¹⁾があり、その考え方を支持する研究も多い^{14,18,19,21,23)}。すなわち、二次項が大きい場合には tapered な、四次項が大きい場合には square な、さらに一次項や三次項の係数の絶対値が大きい場合には非対称な歯列弓形態を呈するとされている^{11,19)}。四次多項式の各項の係数をもつこのような特徴を生かして、双生児の歯列弓形態の類似性や同一被験者の上下顎間における歯列弓形態の相関関係の分析に応用されている^{19,23)}。

以上のことから本研究では、2つの計測点を用いて表現した歯列弓形態の特徴を定量的に評価するために、適合性の評価には R^2 値を、変曲点の判定には2階微分方程式の判別式を、形態的な差異の分析には四次多項式の各項の係数をそれぞれ用いて分析することとした。

II. 結果について

1. 両計測点間における適合性の差異

各計測点の四次多項式の R^2 値について上下顎ごとに各計測点間で統計学的な検定を行った結果、上下顎ともに Edge-cusp point に比較して FA point の方が大きく、有意差が認められ、FA point の方が四次多項式の適合性が高いことが明らかとなった。また、Edge-cusp point を用いた歯列弓形態における R^2 値は、宇塚ら²²⁾の報告した結果に近似し、本研究が当該研究を裏付けることとなった。

このことから、FA point に計測点を設定した場合においても Edge-cusp point の場合と同等以上に四次多項式によって歯列弓形態を表現することができると考えられ、今後この四次多項式によって表現される歯列弓形態から矯正治療中に付与されるアーチワイヤー・フォームについての分析が行われ、詳細が検討されていくことが期待できる。

2. 変曲点の判定結果

本研究では、多項式曲線における変曲点を客観的に判定するために2階微分方程式を用いて数学的な判定方法を試みた。その結果、微少な変曲点を検出することが可能となったが、その発現頻度は4%と低かった。この結果を過去の研究結果^{13,14,22)}と比較、検討してみると、四次多項式曲線が波打つ程度はグラフ上の観察では検出できない程度に小さいものと考えられる。

このことから変曲点の有無を客観的に判定する数学的手法の有効性が示唆されると同時に、大多数の正常

咬合者の歯列弓形態では変曲点が認められないこと、発現したとしても四次多項式曲線が波打つ程度はきわめて小さいことが分かった。しかし、四次多項式曲線の変曲点の程度に関する客観的な判定方法は検討されていないため、今後の課題であると考えられる。

3. 両計測点間における各項の係数の相関関係

咬頭頂は、解剖学的形態から比較的認識しやすい部位と考えられ、この計測点を臨床的に把握するには、歯列弓を咬合面からみることによって容易に部位の識別が可能である。また、光学式複写機や規格写真の撮影とデジタイザの組合せによって座標値の入力が比較的容易に行えることから、さまざまな研究にも応用されている^{18,24,37~41)}。一方、正常咬合者の FA point は、咬合面観からの識別は困難であり、特に前歯部においては不可能である。そのために、X線規格写真¹⁶⁾や口腔模型の副模型を作成して咬合面側を削除する^{21,26)}といった方法を応用して FA point を設定し、それらを二次元平面に投影してはじめて歯列弓形態が把握されている。しかし臨床的にこれらの方法を応用してアーチワイヤー・フォームを求めることは難しいために、咬合面観から容易に把握することのできる Edge-cusp point によって得られる歯列弓形態を参照しているのが現状であり、また両者の関係を説明できる研究はみられず不明な点が多い。

本研究では、これらの2つの方法間で相関関係を分析し、表2に示したように両計測点間で算出した上下顎の各四次多項式におけるすべての項の係数間で統計学的に有意な正の相関が認められた。これは正常咬合者の歯列弓形態には個人差があるものの同一の歯列弓形態を表現するための計測点の位置を Edge-cusp point に設定したときと FA point に設定したときでは、係数の大小に相関関係があることを示すものと考えられる。さらに各項における一次回帰方程式から Edge-cusp point を計測点として設定して算出した四次多項式から FA point に計測点を設定した四次多項式を推定できることを示唆し、臨床的に有用な情報とすることが期待できる。

4. 両計測点間における各項の係数の差異

Currier¹²⁾は、計測点の設定部位を唇・頬舌的に変化させると歯列弓形態に適合性の高い曲線の種類が変わると報告している。FA point を計測点として正常咬合者の歯列弓形態に四次多項式を適合した小坂ら²¹⁾は、得られた曲線の偶数項のみに着目して変形させ、ブラケットの厚さを考慮したアーチワイヤー・フォームとその1.05倍と0.95倍の大きさとなる四次多項式を算出している。その算出結果をみるとアーチワイヤー・フォームを拡大した場合には、四次項と二次項の係数はいずれも小さくなり、縮小した場合にはそれらの係数は大きくなっている。本研究でも Edge-cusp point

よりも FA point の方が外側を通過する結果が得られ、四次項と二次項の各係数について統計学的な検定を行った結果、上顎の四次項では有意差が認められなかった。その結果、図4に示すように、上顎では両平均的曲線間の距離は切歯部で狭く犬歯部より後方はほぼ平行な関係を維持していた。小坂ら²¹⁾は、数学的な見解として中切歯より犬歯までが作るカーブは二次項の係数が支配的であるが、それより後方は四次項と二次項の寄与率が等しいと述べている。しかし本研究の結果では二次項のみが小さくなった場合には、犬歯までの曲線が広くなるという傾向は示さず、小坂らの見解とは異なる結果が得られた。一方、図5に示すように下顎では、両平均的四次多項式曲線間の距離は後方にいくに従って広がる傾向が認められた。曲線間の距離の変化が上下顎で異なっているのは、臼歯部における唇側面の頬舌的な傾斜が解剖学的に上下顎では異なり、上顎の唇側面の傾斜が一定なのに対して下顎の臼歯部では後方歯においてより傾斜が強くなっていることを反映した結果であると考えられた。また、上下顎間でみると上顎の Edge-cusp point と下顎の FA point の平均的四次多項式曲線および四次項と二次項の各係数の平均値も近似していた。これは咬合関係から下顎の FA point と上顎の Edge-cusp point の距離が解剖学的に近いためであると考えられ、上下顎の歯列弓形態の相関関係を考えるうえで興味深い結果であった。

奇数項では、FA point が Edge-cusp point に比較して上顎の三次項では大きく、一次項では小さく、各係数でそれぞれ統計学的に有意差が認められたが、下顎では有意差が認められなかった。上顎で認められた変化も図4で確認すると、両平均的曲線間の非対称性はきわめて小さいことが明らかであった。これは四次多項式曲線の性質の一つにわずかな非対称に関して敏感にその形態を変化させて適合するということがあり²²⁾、このことは、奇数項を除いた検討^{21,24)}の必要性を示すものと考えられる。今後は、非対称に対し敏感な特徴を有することが、逆に非対称な症例の診断に有効であるとの見解^{22,42)}を踏まえながら、このような正常咬合としての左右対称性や一歯、二歯のわずかな咬頭の位置のずれを有する歯の扱いなどについても検討する必要があると考えられる²²⁾。

稿を終るに臨み、研究遂行にあたりご援助くださった日本歯科大学歯学部歯科矯正学教室・藤田美也子前助手はじめ教職員一同に感謝いたします。

本論文の一部は、平成12年度第59回日本矯正歯科学会大会(平成12年10月、大阪市)において発表した。

文 献

- 1) Hawley, C. A. : Determination of the normal arch, and its application to Orthodontia, Dental Cosmos 47 : 541-552, 1905.
- 2) Angle, E. H. : Treatment of malocclusion of the teeth and fractures of the maxillae, Angle's system, 7th ed., Philadelphia, 1907, S. S. White Manufacturing Co, 21-24.
- 3) Chuck, G. C. : Ideal Arch Form, Angle Orthod 4 : 312-327, 1934.
- 4) Graber, T. M. and Vanarsdall, R. L. : Orthodontics, Current principles and techniques, second ed. St. Louis, 1994, Mosby, 57.
- 5) Rudge, S. J. : Dental arch analysis : Arch form, A review of the literature, Eur J Orthod 3 : 279-284, 1981.
- 6) 石川晴夫, 古賀正忠 : プリアジャステッドブラケットシステム・ストレートワイヤーテクニック, 東京, 1997, クインテッセンス出版, 53-111.
- 7) 新井一仁 : Straight-Wire Technique の発展性, 東京矯歯誌 7 : 122-129, 1997.
- 8) MacConaill, M. A. and Scher, E. A. : The ideal form of the human dental arcade, with some prosthetic application, D Record 69 : 285-302, 1949.
- 9) Hayashi, T. : A mathematical analysis of the curve of dental arch, Bull Tokyo Med Dent Univ 3 : 175-218, 1956.
- 10) Kato, S., Kubota, K., Hashimoto, T., *et al.* : Study on the relative positions of teeth and the average form of dental arches, Nihon Univ Sch Dent 6 : 111-121, 1964.
- 11) Lu, K. H. : An orthogonal analysis of the form, symmetry and asymmetry of the dental arch, Arch Oral Biol 11 : 1057-1069, 1966.
- 12) Currier, J. H. : A computerized geometric analysis of human dental arch form, Am J Orthod 56 : 164-179, 1969.
- 13) Pepe, S. H. : Polynomial and catenary curve fits to human dental arches, J Dent Res 54 : 1124-1132, 1975.
- 14) 岩林幹雄 : 曲線適合による歯列弓形状の検討, 口病誌 44 : 57-71, 1977.
- 15) Begole, E. A. : A computer program for the analysis of dental arch form using the cubic spline function, Comput Program Biomed 10 : 136-142, 1979.
- 16) 瀬畑悦子 : 日本人正常咬合者における歯牙・歯列

- | | |
|-------------|-------------------|
| 指 導：新井一仁 講師 | 2001 年 8 月 10 日受付 |
| | 2001 年 12 月 3 日受理 |

連絡先：新井 一 仁
日本歯科大学歯学部歯科矯正学講座
〒102-8158 東京都千代田区富士見 2-3-16