

研究ノート

「重さ」か「質量」か*

—ことばを正しく使い、概念を正しく教えるために—

高 田 彰**

I. はじめに

「重さ」と「質量」とは明らかに異なる概念である。しかし、この両者はしばしば混同される。かく言う筆者も数年前まではこの違いをそれほど意識していなかった。

筆者の専門領域である数学教育に於いても、この両者の混同には目に余るものがある。「重さ」というものは幼児でも感じるができる。「もらったお土産、重くて持てないよ。お母さん、持ってエ」なんてこともあるだろう。しかし、「質量」を身近で感じることは稀である。つまり、「重さ」は初歩的概念であり「質量」は難しい。その故に「重さ」を「質量」より先に教えるということには一理あるが、だからと言って、いつまでもいつまでも、大学理科系に入った後までも、「重さ」のままというのは悲しい。

文科系の人たちも芸術・体育方面の人たちも遅れてはならないのである。「走りばとび」は地球上の重力場の問題であるから「重さ」がかかわってくるが、助走の運動エネルギーとかになってくると、「質量」にかかわらずには何も言えないだろう。

計量や計量史、また、その背後の物理学といった分野から見ると、「質量」と「重さ」の区別は百年も前にわが国が国際条約に調印したものである⁽¹⁾が、なぜか数学教育ではこの大切な問題に対して見向きもしていないように思われる。理科教育の人たちはどう考えているのだろ

うか。ことは学際的な問題なのである。教育の方でも、人間を教科別部分品に分解しないようという反省から、さまざまな教科が個別に孤立しないよう「総合的学習」が称えられている。

この時期に及んで、筆者は既に数学教育の方面への動きを開始している。早くから「数学の文化史」に取り組んできた数学教育の人たちが、幸にも、その一端としての「計量史」に目を向け始めてくれている。今ここで、計量史の皆さんにご協力と応援をお願いしたい。数学教育へのご助力をお願いしたいのである。

百年も前の当たり前のことが、未だ実現されていないという深刻な問題は、21世紀の新しい課題である。長い年月がかかるかも知れないが、まずは、大人の世界でこの2者を明確に区別することと、次いで、学校教育で正確に教えることについて、考えてみたい。

II. 問題提起

問題の根本は、世間で広く「質量」の単位である“kg”を「重さ」の単位として誤用しているという所にある。その言い方を借りて表現すると、「体重 60 kgの人が“月”へ行くと 10 kgになる。宇宙船の中ではもっと軽くなり、次第に 0 kgに近づいて、遂には本当に 0 kgになってしまう」ということになる。地上で軽い人のことを世間通常では“吹けば飛ぶような人”と言ったりするが、宇宙船上で軽くなった人の場合は質量は減っていない。むしろ、宇宙船に乗る

* 原稿受付 2001年8月28日

** 会員 〒661-0002 兵庫県尼崎市塚口町4丁目59-43

ような人は選ばれた人であって、自分たちよりもっともっと「重み」のある人とさえ思われているのである。体重 60 kg の人は月へ行っても体重 60 kg なのである。それは重さではない。その人の「質量」である。その人の持ち前の実質的な量なのである。

それでは、その人の「重さ」とは何だろうか？

筆者が小学校に入る前の頃地球儀を買ってもらった時、「裏側の人たちはどこかへ落ちるのではないか？」と思った。しかし、「落ちるということは、大地という頼りになる物があって、それへ向かって落ちるのであり、何もない所へ向かって落ちて行くはずがない」とも思った。そして、「地球の“まんなか”へ“ひっぱられる”のだろう」と思うようになった。

筆者は小学生の頃小さな月を作り、宙に浮かしたいと空想していた。しかし、どのようにして引力を与えるのか悩んだ。後日「引力は天体だけにあるのではなくてすべての物にあるのだ」と習ってほっと一安心したことを憶えている。

地球と地球上の物体との間に働く引力が「重力」であって、これを「重さ」として感じるのである。その引力は両者の質量の積に比例する。重心間の距離は地球の半径にほぼ等しく、従って、ほぼ一定であるからである（厳密に言えば重力の大きさは地球上の場所によってわずかながら異なるのであるが）。地球の質量が一定であるから、地球と地球上の物体との間の引力はその物体の質量に比例する。従って、その物体の重さもその物体の質量に比例する。そういうわけで、本来別々のものであるはずの、物体の「重さ」と「質量」とが混同されるのである。

要するに、重さはその物体の質量に比例する。このことに基づいて「国際キログラム原器」によって決められた質量が「重力質量」である⁽²⁾。

上述したように、地球と地球上の物体との間の引力が「重力」であるが、これが加速度を生ずる。このことに基づいて「重さ」の単位を導き出すのだから、「重さ」の単位は kg ではなく

て、ニュートン ($\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$) となるのである。ここには「慣性の法則」がかかわっている。これに基づいて決められたのが「慣性質量」⁽³⁾であって、「重力質量」と一致する⁽⁴⁾。

以上、要するに「重さ」と「質量」との区別が明確につけられなければならないのであるが、そこには、上に述べたような物理学的根拠がある。だからこそ、国際的約束が成立したのである。その法的根拠に従って私たち皆が「重さ」と「質量」という 2 つの概念を正しく区別して使うことが大切なのである。その実現の可能性は、一にかかって教育の課題である。教育の問題であるから子どもが対象であり、小・中学生や高校生の心理過程を避けては通れない。同時に物理学の論理過程も無視できない。「子どもには『重さ』しか分からない」というのは前者への重点の置き過ぎであるし、「初めから『質量』を教えよ」というのは後者の重視し過ぎだと思う。（旧）文部省の「学習指導要領」の問題点を指摘し、正しい指導とその方法・可能性とを探りたい。

III. SI（国際単位系）と子どもの心理過程

1. 問題のありかを探る

「私の体重は 60 kg である」というときの「体重」は質量概念であって重さの概念ではない。SI（国際単位系）によれば“kg”は質量の単位である。重さの単位には“ニュートン ($\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$)”がある。小学校 3 年の算数で「重さ」を教えるが、単位は“g”になっている。これでよいのだろうか。ここに幾つかの問題点がある。

素朴な「重さ」の概念に対して「質量」は確かに難しい。人類は、素朴な長さ・距離、体積、重さに始まって、時間、……、そして、科学の発達によって電気・磁気に関する量概念などへと進んできた。今ここで、なぜ「重さ・質量の区別」なのか。少なくとも次の 4 つの問題点について考えなければならない。

(1) 質量・重さを区別することの物理学的根拠
現代の科学用語である「質量」の背後に物理

学がある。この「質量」という用語は明らかに「重さ」と区別されるべきものである。

(2) 質量・重さを区別することの（国際）法的根拠

量の種類ごとに定められた単位は、時代や地域によって、それぞれの必然性を持っていて、その故にさまざまであった。それは、時代下って、国際的視野に立ったとき不便なものであるため、メートル法に統一されたが、質量・重さの区別は、その線上にある。

(3) (旧) 文部省の学習指導要領では、なぜ「重さ」の単位が“g”なのか。

「重さ」は子どもの身の周りの感覚のものであり、「質量」はそうでない。しかし、学習指導要領制定者は上記の物理学的根拠・国際法的根拠を知っているのか。

(4) これらの問題を是正するための方法論

物理学的根拠・国際法的根拠を以て正当性を主張しても、その知識の周知徹底が教育方法上可能であることを数学教育の観点から示さなければ、世に受け入れられないのではないのか。

2. 質量・重さを区別することの物理学的根拠

「重さ」と「質量」とは本来別のものであって、混同されてはならない。地球と地球上の物体との間に働く引力が「重力」であって、これを「重さ」として感じるのである。まず、物理学では「重さ」と「質量」とがどのように扱われているか、そしてまた、なぜこの2つの概念が混同されてしまうのか。この2つはどこに類似性を持っているのだろうか、そして、どこが異なるのだろうか。

[1] 重力質量

2つの物体の質量を m 、 M 、その物体間の距離を r 、その物体間に働く引力の強さを F とするとき、

$$F = \frac{G m M}{r^2} \quad (G \text{ は万有引力定数})$$

が成り立つ。これが、ニュートンの万有引力の

法則である⁽⁵⁾。 M と m がそれぞれ地球と地球上の物体の質量であるとき、 M と r は定数となるから、 m は F に比例する。この m が「重力質量」である。物体の重さがその物体の質量に比例するのである。そのために「重さ」と「質量」の混同が起る。

ある人の質量が m 、地球と月の質量がそれぞれ M_1 、 M_2 、半径がそれぞれ r_1 、 r_2 であるとき、その人と地球、月の間の引力をそれぞれ F_1 、 F_2 とすると、

$$F_1 = \frac{G m M_1}{r_1^2}, \quad F_2 = \frac{G m M_2}{r_2^2}$$

従って、

$$F_2 = \frac{M_2 r_1^2}{M_1 r_2^2} F_1$$

となる。この人の体重（質量）は変わらないのであるが、月の半径が地球の半径より小さい分だけ月の中心に近いわけであるから、その分だけ重さは大きく（重く）なるし、月の質量が地球より小さい分だけ重さは小さく（軽く）なるのである。結果は1/6倍となる。

[2] 慣性質量

質量が m である物体に力 f を加えて得られる加速度を a とすると

$$f = m a$$

が成り立つ。これがニュートンの運動の第2法則である⁽⁶⁾。一定の加速度を得るのに必要な力は質量に比例する。地上で物を横に（重力と垂直の方向に）押した場合を考えると、重力と無関係になるから、質量が大きいほど力が要る。一方人々は「重い物ほど動かし難い」ということを日常経験して現実を感じている。その故に「質量」と「重さ」が同じに見えてしまうのではないだろうか。

ここでいう「質量」は「慣性質量」といわれるものである。

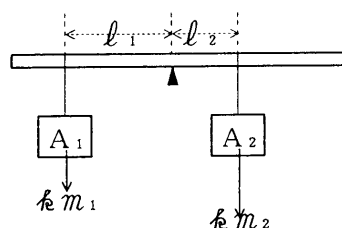
以上、重力質量と慣性質量という2種類の質量概念が出てきたのであるが、この2者は一致するのである⁽⁷⁾。

[3] 重さ

質量を秤る道具で重力にかかわるものを考えよう。天秤の支点からの距離が l_1 、 l_2 の所に、2つの物体 A_1 、 A_2 が吊るしてあって、釣り合っているとする（[図1]）。質量はそれぞれ m_1 、 m_2 であるとする。それぞれの重力は ϵm_1 、 ϵm_2 （ ϵ は定数）で表わすことができる。このとき、

$$(\epsilon m_1) l_1 = (\epsilon m_2) l_2$$

が成り立つ。即ちこの2つのモーメントが等しい。



[図1]

変形すると

$$m_1 l_1 = m_2 l_2$$

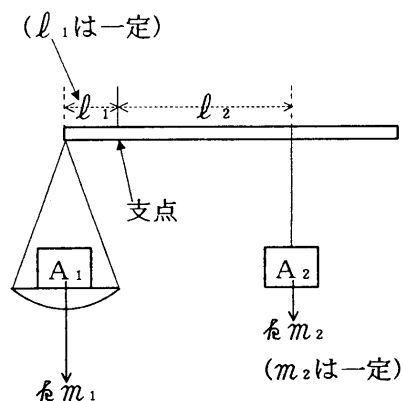
となる。ここで2つの場合を考える。

① $l_1 = l_2$ の場合：

$m_1 = m_2$ となる。 A_1 、 A_2 の1方が質量を求めたい物体で、もう1方が分銅であるという場合が、実用的である。

② $l_1 \neq l_2$ とは限らない場合（[図2]）：

A_1 が質量を求めたい物体で、 l_1 、 m_2 は一定であるような場合、竿秤りがその1例であ



[図2]

る。 l_2 を読むことによって m_1 が分かる。

①と②のいずれの場合も、質量を求めているのであって、重さを求めているのではない。

「重さ」という言葉は重い・軽いの度合いを示すものであるから、正しくは、重力（ ϵm_1 や ϵm_2 ）で表わされる。単位は“kg”ではなくて“kg・cm/s₂”、すなわち“ニュートン”である。

3. 法的根拠

物理学の動向がこのようなになっている現代に於いて、法的規定もそれに呼応している。

[1] S I（国際単位系）

S Iで“kg”は質量の単位である。これを重さの単位だと言うのは適当でない。1901年の第3回国際度量衡総会で「質量の定義と重量の定義に関する声明」が出された⁽⁸⁾。その内容は、岩田重雄によれば次の通りである⁽⁹⁾。

重さを質量の意味に使うためにおこる、国際的混乱をさけるため、国際度量衡総会は1901（明治34）年に、物体そのものを構成する物質の分量である質量（基本単位＝キログラム・kg）と、物体に働く重力の大きさである重さ（重量・目方／基本単位＝ニュートン・N）は異なることを決議した。

[2] 国内法（計量法）

計量法の第1章総則の第2条に「計量」とは何であるかが規定されているが、「長さ、質量、時間、……」と列挙されている中に「重さ」乃至「重量」という記述はない。「長さ」、「質量」、「時間」等は法的に認められたものであるが、「重さ」や「重量」はそうでないものである。その区別がここに明確化されているのである。

4. 学習指導要領の問題点と子どもたち

[1] 学習指導要領の記述内容とその問題点

以上述べてきたように、物理学的に根拠を持っているが故に法的にも根拠を持った概念を、旧文部省（現文部科学省）は正しく使わせようとしていない。旧文部省の学習指導要領を見よ

う。

「小学校学習指導要領（平成元年 3 月）の算数」では、重さの単位が「グラム（g）」及び「キログラム（kg）」になっており、「同（平成 10 年 12 月）」の算数では、重さの単位が「グラム（g）」になっている。内容とその問題点は次の通りである。

「小学校学習指導要領（平成元年 3 月）」
第 3 節算数〔第 3 学年〕B 量と測定
(1) 重さ……イ 重さを測ることに用いる
単位（グラム（g）及びキログラム（kg））
について知ること⁽¹⁰⁾。

「小学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）」
第 3 節算数〔第 3 学年〕B 量と測定
(1) 長さ、かさ、重さ……エ 重さの単位（グ
ラム（g））について知ること⁽¹¹⁾。

〔問題点〕

- ① 重さの単位は、「グラム（g）」や「キログラム（kg）」ではない。これは「質量」の単位である。しかし、「質量」は小学生には難しい。
- ② 重さの単位は「ニュートン」即ち「 $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$ 」である。これも小学生には難しい。

〔2〕子どもの量感覚と質量

通常地球上の経験しか持たない子どもたちにとって、重さは分かっても質量は分からない。幼児は学校で何も習わないうちから「重くて持てないよー」と言いですが、重力の場で筋肉感覚として感じている「重さ」を「それは質量ですよ」と教えても、あるいは「重いのではなくて質量が大きいのですよ」と教えても、何も頭に入らないだろう。幼児は物覚えがいいから、仮に「質量」という語を憶えられたとしても、筋肉感覚として感じた「重さ」のことが頭を去らないだろう。そして「重さのことを質量と言うのだ」と思うだけに過ぎない。意味も分からずに言葉だけ覚えるということは空しいこと、というより危険なことであって、それを示す次のような笑い話がある。

のような笑い話がある。

昔、中学 1 年生が 3 才の弟に「英語で馬のことをホースと言うんだよ」と教えた。2～3 日後、その中学生が弟に「英語で馬のことを何と言うんだった」と聞いたら「水道」と答えた!!

仮に、次のような教え方をしてみたでしょう。

質量というものがあります。単位は g ^{グラム} で表わします。それによって重さが分かります。

これではさっぱり分からないだろう。ポイントは次の①、②であるはずであるが、その説明がどこにもないのだから。

- ① 「質量」とは何なのか、
- ② 質量の単位を g で表わすことによってどうして重さが分かるのか

天秤に物体をのせて 10g の分銅と釣り合った場合、10g というのはその物体や分銅の重さではなくて、質量なのである。その物体は、質量が 10g である分銅と重さが等しいのである。この天秤の釣り合いが子どもの現実感に訴えるので、分かりがよい。だから、このやり方が学校でよく行なわれるのであるが、「質量と重さの混同」という落とし穴になかなか気づかないのが残念でならない。

通常使わないが質量が 20 kg である分銅があって、天秤上で、ある子どもと釣り合ったとしよう。この子どもはこの分銅と重さが等しいのであるが、この子どもの重さが 20 kg であるというのではない。質量が 20 kg なのである。それをどのようにして理解させたらよいだろう。“質量が 20 kg である”ということが、地球上ではどうしても“重さが 20 kg である”ように見えてしまうのである。地球を離れたらどうなるだろうか。

〔3〕地球を離れて——天秤とばね秤り——

月へ行くと軽くなる。しかし、人も分銅も一緒に軽くなるから、天秤には現われないことに

注意を要する。地球上で、“天秤”から“ばね秤”に乗り換える段階が必要であろう。

月へ行くと軽くなる。このことを知っている子どもは多い。重さが $1/6$ になることを小学校 3 年で教えることは可能である。これは“ばね秤”で分かるのであって、人も分銅も一様に軽くなるから、天秤には現われないということは、上記の通り注意を要することである。月まで行く途中の宇宙船の中ではもっと軽い。このことを知っている子どもはたくさんいるようである。

宇宙船の中では無重力状態なのであるから、本当は、重さはなくなるのであるが、ここに問題がある。毛髪には重さがないと思っている子どもがたくさんいる。毛髪には質量があるから、地球上では重さがある。毛髪にも（地球上で）重さがあるということを教える現行の普通の教え方は“毛髪の重さ(?)”を秤らせるという方法である。本当は質量なのだから、毛髪には質量があるというのが正しいが、そのように「質量」という概念を持ち込むことは、宇宙船の話等によって「質量」を知って後でないとできない。ここはどうしても、“無重力状態”の話を避けて、“非常に軽くなる”で通さないと仕方がないだろう。

月まで行く途中の宇宙船の中では、月面上に於けるよりもっと軽いのであるが、宇宙へ行っても、重さ以外に何か減るのだろうか。それはあくまで重量の問題であって、人の価値の問題ではない。子どもの言葉を使って表現するならば、宇宙船に乗って行く人は憧れの的であり、選ばれた人である。その人の本当の持ち前の分量が体重なのである。それがその人の質量なのである。

要するに、子どもたちに「質量」の概念を教えるということは、大変なことである。しかし、だからと言って「重さ」のままで済ませるわけにはいかない。それは間違ったことを教えることになるばかりでなく、「重さである」という

思い込みが長く続くと「質量である」という考え方が受け入れ難くなり、理工科へ進んだ後までたたることになるだろうからである。質量概念指導を実現する方法を探りたいものである。

5. 子どもの量・数に関する学習

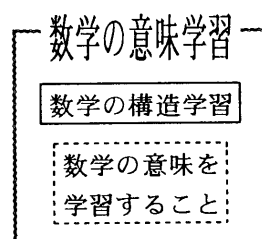
——数学の意味学習——

天秤で重い物の方が下がるのだと経験上知るのは、小学校 1～3 年くらいだろうか。これが、実は質量なのであって重さではないのだと教えることは中学か高校まで待たなければならないかも知れない。もう少し早く子どもたちに「質量」の概念を教えたいのであるが、それにはどうすればよいだろう。しかし、「初めから正しいことだけを教えておけばよい」というほど教育というものは単純ではない。先ず、数学とその学習とに関して、そのあるべき姿について考えなければならない。

数学は学問としての構造を有するが、それが持つ生活・社会・科学・技術との関係、即ち、数学の生活的・社会的・科学的・技術的意味が大切であり、人類が科学というものを持つ以前の時代にも、生活・社会・技術と深い関係を保っていた。古くからの計量史はその最たるものであろう。

従って、子どもたちは、数学の構造と併せてその意味をも学習しなければならない。このような学習を“数学の意味学習”という^{(12) (13)}。

これに対して、数学の構造だけを学習することを“数学の構造学習”という（[図 3]）。かつて、数学の構造だけ学習させようとした時代があったが、それは我々にとって重要な文化史の観点というものを欠いていた。逆に、数学の構造を抜きにして意味だけを学習させようとした時代があった。これはもともと出来ない相談であった。数学の意味とは、数学の構造が持つ意味のことであるから、数学の



[図 3]

意味だけを学習することなどできるはずがない。勿論、うまくいかなかった。

本稿の目的から考えて教育論の詳細は他の稿にゆずるが、要点を言えば、単なる「導入」や単なる「応用」ではなくて、次の4者が一体となったものでなければならない⁽¹⁴⁾ ⁽¹⁵⁾。

- (イ) 意味から構造への「導入」
- (ロ) 構造から意味への「応用」
- (ハ) 構造から構造への「系統」
- (ニ) 意味から意味への「脈絡」

6. 子どもたちの学習の姿

ここでは「初めから正しいことだけを教えておけばよい」というほど教育というものは単純ではないことを、具体例を挙げて説明しなければならない。

- ① 中学校の数学では「二等辺三角形」の定義を次のように教える。

2つの辺の長さが等しい三角形を
二等辺三角形という…… (1)

しかし、 $\triangle ABC$ に於いて

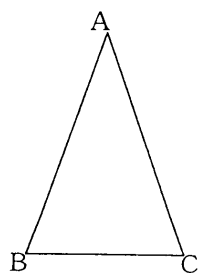
$AB=AC$ ならば $\angle ABC=\angle ACB$

に対して、その逆

$\angle ABC=\angle ACB$ ならば $AB=AC$

が成り立つ（[図4]）から、「二等辺三角形」の定義を次のように言っても同じことである。

2つの角の大きさが等しい三角形を
二等辺三角形という…… (2)



[図4]

このように教えることが最終的に正しいことなのであるが、それでも、中学校の数学では(1)しか教えていない。(1)の方が字面から言って「二等辺」ということばの意味が分かり易い。逆・裏・

対偶、必要条件・十分条件、同値関係などの系統的学習(上記ハ)を経て後でなければ、「(1)でも(2)も同じだ」ということは教えられないのである。

- ② 中学校の数学で方程式を教える段階で、先ず等式の性質を教える。例えば

$$A=B \text{ ならば } A+C=B+C$$

というとき、等式「 $A=B$ 」はAとBが等価であることを意味するのであって「Aの計算結果(答え)がBである」ということではない。しかし、「等号の右側に答えが来る」と教えなければならない学年段階がある。次のような[例題]を考えてみよう。

[例題] みかんを3こ持っていました。おとなりからいくつもらったので、7こになりました。いくつもらったでしょう。

答えの方が直感的に分かって、次のようにやってしまう子どもが多数いる。

$$3+4=7 \quad \text{答え} \quad 4 \text{こ}$$

「『 $7-3=4$ 答え4こ』と書くものですよ」と言って聞かせて直るものではない。少なくとも次のようなことを十分理解させておかねばならない(この段階では、2つの用語「計算結果」と「答え」が未分化である)。

- (i) すでに分かっている数値(与えられた数値)を使って立式するものだ。
- (ii) 式を立てて計算し、計算が終わって初めて答えが分かるのだ。
- (iii) 式を書き、計算し、計算が終わってから答えを書くものだ。

従って、等号の右に答えが来ることになる。この段階では「等号の右側に答えが来る」と教えておかねばならないのである。

この学習段階を通らなければ先へ進めないのであるが、いつまでもこのままというのでも亦、方程式の学習のとき困るのである。

③ 最終的には、直線は曲線の一種である。例えば、直角座標系に於ける 2 次曲線

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$(a \neq 0 \text{ または } h \neq 0 \text{ または } b \neq 0)$$

は、係数 a, b, c, h, g, f の満たす条件によって、通常次のような曲線となると思われる。

円、楕円、双曲線、放物線

ところが、左辺が因数分解されて

$$(lx + my + n)(px + qy + r) = 0$$

となる場合には 2 直線を表わす。特に

$$l : m : n = p : q : r$$

の場合は重なる 2 直線 (1 直線に見える) である。

このように、直線は曲線の一種だということになるのであるが、中学校の数学では、「まっすぐなの」が直線であって「曲っているの」が曲線である。

以上の具体例で見るように、「初めから正しいことだけを教えよう」というほど教育というものとは単純ではないのである。しかし、だから、小学校 3 年では「質量」のことを「重さ」と教えてよいのだとか、そう教えるしかないとか言うのは、短絡であり、早計であろう。

しかし、①の「二等辺三角形」の定義や、②の「等号とは何か」や③の「直線」か「曲線」かは、数学の概念上での問題であって、法律の規定とは別であるのに対して、「質量」か「重さ」かは法的問題であることは留意しなければならないと思う。

7. それでも質量を教えなければならない

既に述べたように質量はどうしても教えなければならないが、4. の[2]に述べたように、子どもには重さから教え始めなければ分からない。そして、中学生はともかくとして高校生になっても「質量」が理解できないのでは困る。

「理科系というごく一部の人間だけが『質量』が分かっている」という考え方には 2 つ問題がある。1 つ目は文科系及び文理どちらで

もない人たち (例えば音楽・美術・体育など) への差別意識の問題であり、それは指導方法研究の放棄につながる。量概念は人類の文化であるから、人文学・社会科学系の人間たちにも必要な知識である。「質量」と「重さ」が量概念に含まれる以上、どんな人に対してもそれぞれに分かる方法が必要であり、それを学習者ごとの条件に応じた個別化の観点から探究するのが教育方法研究だからである。

2 つ目は「数学教育目的論」の観点である。公害や環境ホルモンの現代、製品の開発者や生産者、流通業者といった専門家に任せておけないことが多い。素人 (消費者) の発言権が民主社会の市民の権利である。発言には科学の、そしてその背後にある数学の知識を必要とする。それが数学の意味学習の根幹の 1 つである。

そして、理科系学生の場合、さらに次のようなことがある。「ベクトルとは大きさと方向を持った量のことである」と思っている大学数学科の学生がいる。「ベクトル空間」も知らないようでは 4 次元以上の、まして、無限次元のベクトルへは進めないという深刻な話であるが、さらに、物理系学生が「重さ」のままで「質量」にならないでいるという事実は本当に大変な話である。

質量概念を教えるとすればやはり小学校からということになるだろう。しかし、前述のように「初めから正しいことだけを教えよう」というほど教育は単純ではない。だからと言って、小学校 3 年ではとりあえず「質量」のことを「重さ」と教えてしまおうというわけにはいかない。

小学生に分かり易い「重さ」から始めて、なるべく早く「質量」に至る道をつけないといけない。筆者の実践経験を交えながら、カリキュラムを考えてみたい。

IV. カリキュラム編成の方向

1. カリキュラム編成の根本条件

[1] 重さの指導

従来通りの教え方の次の点をどうしても改訂

しなければならない。

質量であるものを重さと教えることは概念の根本にかかわる問題である。現在

《「重さ」という》

と教えている箇所を、なるべく早い学年段階で次のようにに変えなければならないと思う。

《今まで「重さ」と言われてきたものである》

「『重い・軽い』は昔から、そして幼い時から誰もが感じてきたことであり、その度合いを表わす言葉『重さ』だからそうなったのだ」ということは強調しなければならないからである。また、

《単位は“g”である》も

《今まで“g”という単位が使われてきた》
に変える。

「いつまでも『重さ』と言っていては支障をきたすのだ」ということの予告は早い方がよいが、どの段階でなすべきか、要するに、どのようにして質量概念に向かうべきだろうか。順次考えていかなければならない問題である。

[2] 地球の形の理解

——総合的学習の観点から——

地球が球体だということは、算数（球体）なのか理科（天体）なのか社会科（地理）なのか、教科の縄張りをやめにして「総合的学習」の観点で考えたい。

従来の教育は教科間の横の連絡なしに行なわれてきた。教科別にその区分が厳しくて子どもたちはばらばらにされて、教科ごとの部分品に分解されてきたと言っても過言ではなからう。それを克服するには総合的学習が大切であるが、今行なわれている総合的学習には、教科の観点抜きのものが多い。このままでは、日常的経験の観点からは豊かに見えながら、知的に高まらない教育へと墮してしまわないかと憂えられる。

題材として地球1つ取り挙げても、算数の側から「球体である」と見ることができし、理科の観点に立つて、太陽・月・火星・金星などとの

比較から、天体として考えることも大切である。社会科の側面から見ると、科目別の観点から内容豊富である。地理としては世界地図と地球儀を比べて考えることも大切ではないだろうか。歴史的には、コロンブスのアメリカ発見（現地の人にとっては決して発見ではないのだけれど）がある。教科・科目に縄張りなどあってはならないのである。

数学の意味学習では、数学の学問構造から数学の（例えば科学的）意味の領域にまで踏み込んでいたのであるが、総合的学習では、科学そのものにまで踏み込むのである。「総合的学習」は人間を知的に総合的に高めるものでなければならない。

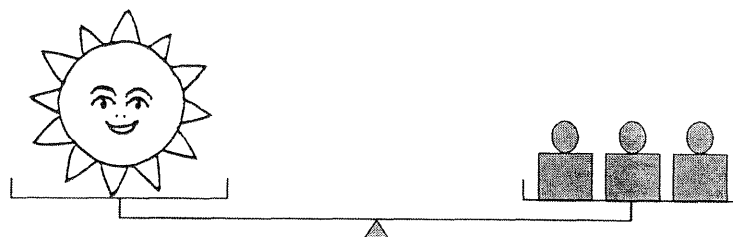
このような観点に立つことによって、質量概念を教える可能性が開けてくる。

筆者の実践例（小4女子）の初めの部分は概略次の通りである。

この子どもは学校ですでに「重さ」を習っているので、概念の扱い方が4.の[3]で述べたものと若干異なる。即ち、「天秤」とか「ばね秤り」とかにこだわらず（仮に「ばね秤り」を使って習っていなかったとしても）、「重さ」とだけ言うことにした。

太陽は地球の33万倍もの質量を持つ⁽¹⁶⁾のであるが、「質量」がまだ難しくてその子には考えられないので

「今の所『重さ』と置いていてもいいよ」と言っておいた。しかし、太陽の重さは秤れるのだろうか。[図5]のような絵を見せながら「太陽の重さは秤れると思う？」と聞いてみると、



[図5]

「秤れない」

と答えた。「太陽は地球の 33 万倍」なんていうことは、天文学者が天文学専用の機器を用いて調べたのであって秤って調べたものではないということを教えた。秤らないから重さは分からないけれど、太陽そのもののもとの分量が分かるのだということを教えた。これが、「質量」理解の第 1 歩であった。

[3] 万有引力

地球と聞いただけでは「球」とイメージできない子どもが多数いる。「地球は球体である」と教えること、その結果裏側の人達がどこかへ落ちてしまうというのではなくて、地球の中心へ引かれるのだというような素朴な発想を子どもたちから導き出す教育が大切なのである。

実践例では「引力は地球にだけにあるのではなくすべての物にある」と教え、さらに、「人も動物も物も地球と引っ張りっこしている」と教えた。植物のような動かないものは難しいから後回しにした。「質量」は難しいからまだ出せない。「大きいものほど地球との間の引力が大きい」、「速く飛んでいるもの、例えばボールは、引力に逆らっているから、なかなか落ちて来ない」と教えた。これは大切な予備知識である。

[4] 月世界と宇宙

続いて次のようなことを教えた：

- ① 遠くへ行けば行くほど、引力は弱まってい
- く
- ② スペースシャトルの中では引力は消されている。引力に完全に逆らって、スペースシャトルも人も落ちて来ないようにしているのだ
- ③ 月も落ちて来ない。一周するのに 1 か月もかかって高い所を飛んでいるのだ
- ④ 月へ行った人は、月が地球より小さいから、引力が小さい（弱い）

[5] 無重力 重さは減っても減らないものは？

しかし、子どもたちの多くは「無重力」という語を聞いているし、テレビの映像などで知っ

ている。この子も知っていた。この「無重力」という言葉が、以前から使ってきた「重さ」ということばにつながる。「引力が小さいと重さは小さく（軽く）なる。宇宙へ行ったら軽くなったとき、あなたは減ったのか!?……吹けば飛ぶような人と言うけれど、そんなことにはなっていないはずだね!!」ここまでくると、子どもたちには子どもたちの言葉を使って次のように言う方が分かり易い。

月への途上の宇宙船では、月面上に於けるよりもっと軽い。その人は“吹けば飛ぶような人”になってはいない。宇宙船に乗って行く人は子どもたちみんなの憧れの的の、選ばれた人たちであって、「わたしたちよりもっともっと重みのある人」だ。宇宙へ行っても何も減らないはずである。その人の持ち前の分量としての質量（体重）があるのだ。

「太陽そのものにももとの分量というものがあつたねエ。これが、『質量』だったね」「人間にも動物にも、ももとの分量というものがあるんだよ。人間や動物の質量だよ」。

これで「質量」というものが分かったからか、逆に「重さって何だろう」ということになりかけた。「重さ」ということばの重要性が「質量」ということばのかげにうすれていくことを筆者は恐れたのだった。

[6] 重さって何だろう

重さって何だろう。次のように言った：

- ① 「人が地球との間で引っ張り合ってる引力を、その人は自分の体の重さと感じているのだ。重い物というのは地球との間の引力が大きいのだ。月へ行けば、月が地球より小さいから自分の体の重さを軽く感じているだけだ。全く減らない何物かがあるはずだけど、それは何だろう」
- ② 「その人の本当の持ち前の分量って何だろう。重さとは別に、その人の持ち前の分量があるはずだ。すべての物（人も動物も植物も無生物も）の実質的量があるわけで、それが質量である」

このように知識整理をつけることで一応しめくくった。この実践を出発点として詳細を考えるとすれば、先ず、学年配当を考えなければならないであろう。そこまでの私見を述べて、本稿を終わりたい。それ以上の詳細は、数学教育の論文にゆずらなければならないだろう。

2. いつからいつまでかかって教えるか

なるべく早く「質量概念」を教えた方がいいものである。遅過ぎて、高校生になっても大学生になっても「重さ」のままでは手後れであるが、急ぎ過ぎて失敗する。「重さ」も「重力」も「質量」も分からないままになってしまう。質量も重さも重力も知っている子どもを育てたい。

高級な「質量」の概念を習ったとたんに、「重さ」や「重力」を低級な(?) 概念と思って忘れてしまうのでは困る。話を分かり易くするために、難しい方つまり上級生用の内容を習ったら、易しい方つまり下級生用の内容は、その存在を否定するとか忘れてしまうとか、そういった困った算数学習の態度を身につけてしまっている例について説明しておこう。

現在の小学校の「整数÷整数」では、次の2つを順序よく教えている。

(1) 余りが出るもの

(2) 分数になるもの

それぞれの応用例に次のようなものがある。

(1)の〔例題〕 11 人の子どもが 4 脚の離れたベンチに座るには 1 脚に何人ずつ座ればよいか

〔解〕 $11 \div 4 = 2 \cdots 3$

答え 3 人ずつ

(注) 余った 3 人を立たせるわけにいかないし、「4 脚の離れたベンチ」であるから、ベンチの継ぎ目にまたがって座るわけにもいかない。

(2)の〔例題〕 りんご 11 個を 4 人の子どもで等分すると 1 人何個になるか

〔解〕 $11 \div 4 = 2 \frac{3}{4}$

答えは $2 \frac{3}{4}$ 個

(注) あるだけ全部分けてしまうのである

この2つが使い分けられてはじめて(1)も(2)も分かったことになる。失敗すると(1)の答えが $2 \frac{3}{4}$ 人になってしまう。(1)より(2)の方が計算が難しく、後から習うのであるが、難しい方を習うと易しい方の存在を否定してしまう、という困った態度の子どもがたくさんいる。上級生用のを習ったら下級生用のは忘れてしまえ!!と言わんばかりである。その結果人間を分数に切り刻んで $2 \frac{3}{4}$ 人になってしまうのである。

これが類を及ぼして、高級な「質量」の概念を習ったら低級な(?) 「重さ」や「重力」の概念は忘れてしまえ!!となつては困る。そうならないように、質量も重さも重力もちょうんと知っている子どもをしっかりと育てたいのである。

筆者の希望では、小学校 6 年までに「質量」の概念獲得の第一歩を終えたいのであるが、現実には制度上の難点があると思われる。

この章(Ⅳ.)の1.の[2]で述べたように総合的学習の観点を大切にしたい。その点では全教科担当の小学校の先生が有利だと思われるが、数学・理科等専門性の観点からは中学の先生が有利であろう。長短どちらに軍配をあげるべきか、それが問題である。

長短相補うべく、両方とも通してゆっくり指導すべきか、両者(小・中とも)TT(チームティーチング)でやるべきか。それが今後の課題である。

V. おわりに

「重さ」と「質量」とは明らかに異なる概念であるのに、この両者はしばしば混同され、数学教育に於いても目に余るものがある。幼児でも感じる事ができる「重さ」というものを、身近で感じる事が難しい「質量」より先に教えるということが、大学理科系に入った後まで

も「重さ」のままという悲しい事実を生み出す原因とならないようにしなければならない。

計量や物理学といった分野から見ると、「質量」と「重さ」の区別は百年も前からの国際条約のものなのだが、数学教育でも理科教育でもどのように考えているのか、人間を教科別部分品に分解しないようにという反省から、「総合的学習」が称えられているこの時期を逃さず、筆者は数学教育の方面への動きを開始しているが、「数学の文化史」に取り組んできた数学教育の人たちが、その一端として「計量史」に目を向け始めてくれている。今こそ、計量史の皆さんにご協力と応援をお願いしたいと訴える。

百年も前の当たり前のことが未だ実現されていないという 21 世紀の新しい課題を前にして、大人の世界でこの 2 者を明確に区別することと、学校教育でそのことを正確に教えることに本気で取り組むという意味の表明を以て、本研究の「第 1 報」としたい。

[注]

(1) *La Conférence declare:*

“1° Le *kilogramme* est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme ;”

” 2° Le terme *poids* désigne une grandeur de la même nature qu'une *force* ; le poids d'un corps est le produit de la masse de ce corps par l'accélération de la pesanteur ; en particulier, le poids normal d'un corps est le produit de la masse de ce corps par l'accélération normale de la pesanteur ;

” 3° Le nombre adopté dans le Service international des Poids et Mesures pour la valeur de l'accélération normale de la pesanteur est $980,665 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, nombre sanctionné déjà par quelques législations.”

COMPTES RENDUS DES SÉANCES
DE LA
TROISIÈME CONFÉRENCE GÉNÉRALE
DES POIDS ET MESURES,

RÉUNIE A PARIS EN 1901.

国際度量衡総会の声明

1. キログラムは質量の単位であって、それは国際キログラム原器の質量に等しい。
2. 質量という用語は力と同じ性質の量を示す；ある物体の重量はその物体の質量と重力加速度の積である；特に、ある物体の標準重量はその物体の質量と標準重力加速度の積である；
3. 標準重力加速度の値に対して国際度量衡供給業務で採用された数値は、既にいくつかの法制によって承認されている数値、 980.665 cm/s^2 である。

以上の訳は、工業技術院計量研究所国際単位系 (SI) 日本語版刊行委員会訳編「国際単位系 (SI) 日本語版 1985 年」による。

- (2) 広瀬立成著 「質量の起源」 講談社 1994 pp. 43~45
- (3) (2) の書 pp. 48~51
- (4) (2) の書 p. 52
- (5) (2) の書 p. 247
- (6) (2) の書 p. 48
- (7) (2) の書 p. 52
- (8) 工業技術院 計量研究所著「メートル条約に基づく組織と活動 のあらまし」工業技術院 計量研究所 1999 p. 6
- (9) 岩田重雄 「カラット・分銅・質量」 DAGIAN ダジアン No. 39 MAY 2001 コスモ石油株式会社 2001 p. 5
- (10) 文部省著 「小学校学習指導要領 (平成元年 3 月)」 文部省 1989 p. 44
- (11) 文部省著「小学校学習指導要領 (平成 10 年 12 月)」 文部省 1998 p. 37
- (12) 高田彰 「数学の意味学習と誘導式数学演習による 2 次方程式の教材構成」山梨大学教育学部研究報告 第 40 号 1989 p. 77
- (13) 高田彰 「整数の乗法の意味学習に関する研究」山梨大学教育学部研究報告第 42 号 1994

p. 79

(14) (12)の書 pp. 81~82

(15) (13)の書 pp. 81~83

(16) 村松昭男監修・株式会社オリンポス著
「気象のしくみ」 ナツメ社 1998 p. 96

“Mass” or “Weight”

——True concept should be taught——

Akira TAKATA

Though the word “kilogram” is the unit of mass, people usually use it as that of weight, in Japan. We should search what the cause of it is. All elementary school children are taught “kilogram” as the unit of weight. After entering a high school they are taught “kilogram” is the unit of mass, but it is too late. For the many of them, it is already hard to believe “kilogram” is the unit of mass.

As the result of it, a large number of scientific and engineering college students believe “kilogram” is the unit of weight.

So, the professors who are concerned about the education insist elementary school children should be taught “kilogram” as the unit of mass. But many teachers insist that the concept of mass is too difficult to understand not only for elementary school children, but also for junior high school students, and that they should be taught “kilogram” as the unit of weight.

But, it is the scientific important truth that “kilogram” is the unit of mass. So, if elementary school children can understand the concept of mass, I want to teach them that “kilogram” is the unit of mass. And, fortunately, several months ago, I could make an elementary school girl understand the concept of mass.