

[48] 多軸効果を考慮した鋼繊維補強コンクリートの応力-ひずみ特性に関する解析的研究

正会員 小阪 義夫 (名古屋大学工学部)
 正会員 谷川 恭雄 (三重大学工学部)
 正会員 ○畑中 重光 (名古屋大学大学院)
 正会員 森 博嗣 (名古屋大学大学院)

1. まえがき

R C 構造物ならびに構造部材の非弾性挙動に関する解析を行うためには、多軸応力下のコンクリートの応力度(σ)-ひずみ度(ε)関係ならびに破壊条件に関する知識が不可欠である。そのため近年、多くの研究者によって多軸載荷時の変形状と破壊条件に関する多方面からの検討が行われている^{1) - 3)}。これらのうち、N. S. Ottosen⁴⁾やA. A. Elwi⁵⁾らの提案による1軸場のσ-ε関係を多軸場のそれに拡張したモデルは、実験による検証データが必ずしも十分でなく、これらの提案モデルを応力下降域をも含めたコンクリートの一般的構成モデルとして用いるには、まだ多くの問題点が残されているが、その取り扱いが比較的簡単であるという利点がある。

筆者らは、これまでに高剛性圧縮試験機の試作・開発を行い、プレーンコンクリート⁶⁾、鋼繊維補強コンクリート(以下、SFRCと略記)⁷⁾、横補強筋の拘束を受けるコンクリート(以下、コンファインドコンクリートという)⁸⁾、鋼繊維と横補強筋を併用した鋼繊維補強コンファインドコンクリート(以下、コンファインドSFRCという)などの1軸圧縮載荷時の応力下降域を含むσ-ε関係に及ぼす各種要因の影響を明らかにするとともに、それらのσ-ε曲線の数式モデルを提案した。

本報では、筆者らが先に提案した1軸圧縮応力場のプレーンコンクリートのσ-ε曲線の表示式を、Ottosenの提案した概念を用いて応力下降域をも含む多軸応力場のそれに拡張するための解析手法について検討するとともに、既報³⁾で提案したSFRCの構成モデル中の各種材料パラメータの定量化を試みた。

2. プレーンコンクリートの構成方程式

本研究では、多軸応力下のプレーンコンクリートのσ-ε関係としてOttosenの提案した概念を応用することにした。このモデルの概要を表-1に示す。Ottosenの提案モデルによれば、静的圧縮試験によって得られたσ-ε関係を3軸時のそれに比較的容易に拡張することが可能であるが、提案されたモデルおよび解析手法をそのまま用いた場合には、いくつかの不合理な点が生じること、およびその問題点は主として1軸応力場のσ-ε関係に起因していることを別報³⁾において指摘した。

2.1 1軸圧縮下のσ-ε関係表示式

筆者らは、各種コンクリートに関する一連の1軸圧縮試験、および他の研究者によって得られた実験結果との比較検討を行い、表-2のような1軸下のσ-ε曲線に関する表示式を提案した⁶⁾。表中の表示式を用いると、コンクリートの種類、養生方法および圧縮強度がわかれば、応力下降域を含むプレーンコンクリートのσ-ε関係を比較的精度よく推定できる。また、本モデルではOttosenの用いたSargin式(表-1(3)式)のように応力が負になることはなく、高ひずみ領域に至るまで安定したσ-ε曲線を描く。

表-1 Ottosenによる構成モデルの概要

| |
|--|
| <p>●破壊条件</p> $f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = A \frac{I_1^2}{\sigma_c^2} + \lambda \frac{J_2}{\sigma_c} + B \frac{I_1}{\sigma_c} - 1 = 0 \quad (1)$ <p>ここに、I_1: 応力の1次の不変量、J_2, J_3: 偏差応力の2次、3次の不変量、λ: $\cos 3\theta$の関数、$\cos 3\theta = 3\sqrt{3}J_3 / (2J_2^{3/2})$ A, B: 実験定数、σ_c: 1軸圧縮強度</p> |
| <p>●非線形性指標</p> $\beta = \sigma_3 / \sigma_{3F} \quad (2)$ <p>ここに、$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (主応力、引張を正とする) σ_{3F}: σ_1とσ_2を不変とした場合の破壊時のσ_3</p> |
| <p>●割線弾性係数</p> $-\frac{\sigma}{\sigma_c} = \frac{-A\beta(\epsilon/\epsilon_c) + (D-1)(\epsilon/\epsilon_c)^2}{1 - (A\beta - 2)(\epsilon/\epsilon_c) + D(\epsilon/\epsilon_c)^2} \quad (3)$ <p>ここに、ϵ_c: 圧縮強度時のひずみ度、$A\beta = E_f / E_c$、$E_c = \sigma_c / \epsilon_c$ E_f: 初期弾性係数、D: 実験定数</p> <p>1) 圧縮応力の場合: $E_f = E_c / (1 + k_f(A\beta - 1)x) \quad (4)$ ここに、$x = (\sqrt{J_2}/\sigma_c) - (1/\sqrt{3})$、$k_f = 4.0$ J_2: 破壊時の偏差応力の2次の不変量</p> <p>2) 引張応力を含む場合: $E_f = E_c \quad (4')$</p> |
| <p>●割線ポアソン比</p> <p>1) 応力上昇域:</p> $U_s = U_1 (\beta \leq \beta_A), \quad U_s = U_f - (U_f - U_1) \sqrt{1 - \frac{\beta - \beta_A}{1 - \beta_A}} \quad (\beta > \beta_A) \quad (5)$ <p>ここに、U_1: 初期ポアソン比、U_f: 破壊時の割線ポアソン比 β_A: 開始応力時のβ</p> <p>2) 応力下降域:</p> $U_s = C U_s^* \quad (6)$ <p>ここに、U_s^*: E_sの変化に対して、破壊時の割線体弾性係数が変化しないとして得られる割線ポアソン比、U_s C: 体積膨張指標 (Ottosenは1.005としている)</p> |

2.2 多軸応力場における $\sigma - \epsilon$ マトリクス

本研究では、コンクリートの異方性は無視する。すなわち、ブレンコンクリートを均質等方弾性体として取り扱い、その解析には等方性 $\sigma - \epsilon$ マトリクスを使用する。また、 $\sigma - \epsilon$ マトリクスには、モデルによって得られる原点からの割線弾性係数 (E_s) および割線ポアソン比 (ν_s) が入力される。

2.3 解析方法および解析結果

1) 解析方法：応力下降域を含めて一貫した解析を行うためには、解析をひずみ度制御により行う必要がある。ここでは、最小主応力（引張を正とする）方向のひずみ度 (ϵ_3 、ここに、 $\epsilon_1 \geq \epsilon_2 \geq \epsilon_3$) で制御する方法を用いて割線弾性係数を求めた。このとき、ひずみ度に関する損傷度指標 (β_c) を $\epsilon_3 / \epsilon_{3f}$ （ここに、 ϵ_{3f} : 破壊時の最小主応力方向のひずみ度）で定義した。なお、解析手法の詳細および1軸載荷時の $\sigma - \epsilon$ 関係については文献3) に述べたため、ここでは省略する。

2) 2軸載荷時の $\sigma - \epsilon$ 関係：図-1(a)および(b)は、Kupferらによる2軸圧縮載荷時（応力比 = 1.0）の $\sigma - \epsilon$ 関係の実験結果¹⁰⁾ と本モデルによる解析結果とを比較したものである。なお、研究者による実験条件の相違を考慮するため、1軸載荷時の $\sigma_3 - \epsilon$ 関係はKupferらの実験結果に基づき、図中に示した諸値を用いて決定した。図-1(a)によれば、本モデルによって得られた2軸載荷時の $\sigma_3 - \epsilon$ 関係は実験結果と極めて良い一致を示している。一方、図-1(b)によれば、1軸載荷時の $\sigma_3 - \epsilon_v$ （ここに、 ϵ_v : 体積ひずみ度）関係は応力下降域においてあまり一致していないが、これは本モデルの中で、破壊後のポアソン比を規定する体積膨張指標(C)（表-1の(6)式参照）を1.1と固定したためと考えられる。応力下降域のコンクリートの体積変化を実験値とより一致させるためには、クラックの方向性を考慮して直交異方性モデルを適用するなどの措置が必要であろう。

3) 3軸載荷時の $\sigma - \epsilon$ 関係：図-2に実験によって得られた3軸圧縮載荷時の $\sigma - \epsilon$ 関係¹¹⁾ と本モデルによる解析結果との比較例を示す。この図および別に行った比較例によれば、一般に、破壊条件がよく一致するときには、静水圧が約 400 kg/cm^2 以下の場合、モデルによって得られた $\sigma_3 - \epsilon_3$ 曲線および $\sigma_3 - \epsilon_1, \epsilon_2$ 曲線は実測曲線とほぼ一致する。ただし、図-2によれば、静水圧が約 400 kg/cm^2 を超えると、たとえ破壊条件がよく一致していても、 $\sigma_3 - \epsilon_3$ 関係の解析結果は実験曲線とかなり相違する。すなわち、中強度のコンクリートの場合、破壊時の応力度が大きくなると、モデルによって推定される最大ひずみ度が過大となる。また、図中には、比較のために、破壊時の割線弾性係数 (E_f) の表示式（表-1の(4)式）中の係数 k_f の値を0.5とした場合の計算値も示してある。

3. 鋼繊維補強コンクリートへの拡張

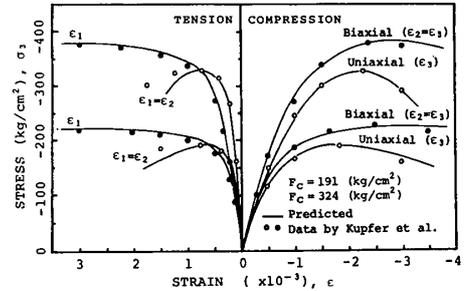
3.1 $\sigma - \epsilon$ マトリクス

SFRCの $\sigma - \epsilon$ モデルを設定するに際して以下の仮定を設けた。 1) 鋼繊維の混入効果は複合則に従う。 2) 鋼繊維は3主応力方向についてのみ有効に働く。 3) 鋼繊維の配向性に応じて、その等価混入率 (γ_{ii} 、 $0 \leq \gamma_{ii} \leq V_f$ 、ここに、 V_f : 鋼繊維の体積混入率) を各軸方向について決定することができる。 4) 鋼繊維とコンクリート間の

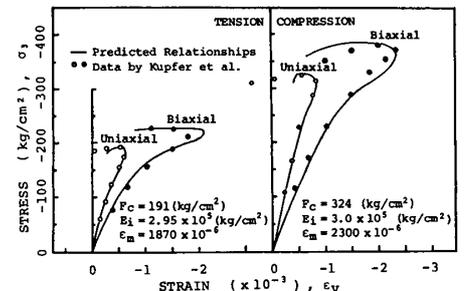
表-2 1軸圧縮下の $\sigma - \epsilon$ 関係表示式

● 相対応力度 (S) - 相対ひずみ度 (E) 曲線

- 1) 応力上昇域: $S = \frac{m_s E}{m_s - 1 + E^{m_s}}$ (1)
- 2) 応力下降域: $S = \frac{1}{m_d} + \frac{(m_d - 1)X}{m_d - 1 + X^{m_d}}$ (2)
 ここに、 $S = \sigma / F_c$, F_c : 1軸圧縮強度, $X = E / E_m$,
 $E = \epsilon / \epsilon_m$, E_m : 圧縮強度時のひずみ度
 $m_s, m_d = 1 + a(F_c/100)^b$ (3)
 ここに、 a, b : コンクリートの種類および圧縮強度によって決まる実験定数
- 最大ひずみ度
 $\epsilon_m = k_{\epsilon_m} \times 10^{-4} \sqrt{F_c}$ (4)
 ここに、 k_{ϵ_m} : コンクリートの種類および養生方法によって決まる実験定数



(a) 軸方向および横方向ひずみ度



(b) 体積ひずみ度 (ϵ_v)

図-1 2軸圧縮載荷時の $\sigma - \epsilon$ 関係

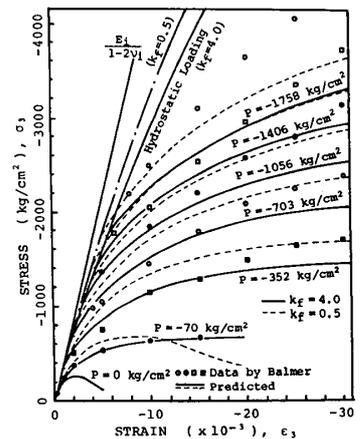


図-2 3軸圧縮載荷時の $\sigma - \epsilon$ 関係

付着すべりの効果は各主軸方向の鋼繊維の剛性低下率 (α_{ii} , $0 \leq \alpha_{ii} \leq 1$) として表わされる。以上の仮定により, SFRC の $\sigma - \epsilon$ 関係は, プレーンコンクリートのそれを拡張して式(1)のように表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 + \alpha_{11} \gamma_{11} E_{SF} & D_2 & D_2 & 0 & 0 & 0 \\ & D_1 + \alpha_{22} \gamma_{22} E_{SF} & D_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_1 + \alpha_{33} \gamma_{33} E_{SF} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_3 & 0 & 0 \\ \text{Sym.} & & & & D_3 & 0 \\ & & & & & D_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(1)$$

ここに, $D_1 = K' + \frac{4}{3} G$, $D_2 = K' - \frac{2}{3} G$, $D_3 = 2 G$, K' : 体積弾性係数,
 G : せん断弾性係数, α_{ii} : i 方向の付着すべりに関する係数, γ_{ii} : i 方向の鋼繊維の等価混入率を与える係数, E_{SF} : 鋼繊維の弾性係数

3.2 鋼繊維の主軸方向における等価混入率 (γ)

鋼繊維の配向性に影響を及ぼす要因としては, 打込み方向⁷⁾, 締固め方法, 部材の断面寸法, 鋼繊維の形状・寸法・混入率および母材コンクリートの調合などが挙げられる¹²⁾が, ここでは簡単化のため, 原則として, 鋼繊維は断面寸法による拘束を受けずにランダム配向しているものとして各主軸方向への有効係数¹³⁾($\beta_{ii} = \gamma_{ii} / V_f$) を与えるものとする。ただし, SFRC の力学挙動に及ぼす影響が特に大きいと考えられる打込み方向については, 以下のように別個に取り扱う(図-3 参照)。

- 縦(1軸方向)打ちに対し, $\beta_{22} = \beta_{33}$, $\beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33} = 1.0$
- 横(2軸方向)打ちに対し, $\beta_{11} = \beta_{33}$, $\beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33} = 1.0$
- 一様配向に対し, $\beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{33}$, $\beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33} = 1.0$ (2)

3.3 鋼繊維の付着すべり係数 (α)

付着すべりによる鋼繊維のコンクリートに対する拘束効果の低減係数として, ここでは, コンクリートのひずみ度 (ϵ_c) と鋼繊維のひずみ度 (ϵ_s) との比 (α) を用いる。いま, 図-4 に示すように, 付着応力度が鋼繊維に対して逆対称に分布しており, かつ付着応力度の分布が鋼繊維の $\frac{1}{2}$ 領域内で一定 ($\tau(x) = \tau$) と仮定すれば, 鋼繊維の平均ひずみ度は次式によって得られる³⁾。

$$\epsilon_s = \epsilon_c \cdot \ell^2 \cdot K / (\ell^2 \cdot K + 2d \cdot E_{SF}) \quad \dots\dots(3)$$

ここに, E_{SF} : 鋼繊維の弾性係数, K : 付着剛性(図-5参照), ℓ, d : 鋼繊維の長さ, および直径

3.4 材料パラメータの定量化

本研究では, 実測の $\sigma - \epsilon$ 曲線に対し, Flecher の修正 Marquardt 法

を用いて, 上記によって定義された構成方程式中の各種材料パラメータの定量化を試みた。なお, 最適化には標準円柱体の1軸圧縮試験より得られた軸方向ひずみ度が 15000×10^{-6} に至るまでの $\sigma_s - \epsilon_s$ 曲線を用いるものとし, 最適化の対象とした材料パラメータは表-3 に示す7個とした。ただし, 材料パラメータの最適化に際しては何回かの予備解析を行い, その結果, コンクリートの種類にかかわらず比較的変動の小さかった鋼繊維の材料特性 (E_y, E_2), および鋼繊維の配向性 (β) については, コンクリート種類に依存しない材料定数とみなした。

本解析結果から次のことが分る。 i) すべり初期剛性 (K_i) およびすべり量 (s)

が 0.01 cm のときの付着応力度 (τ_1) は, 母材コンクリートの圧縮強度にほぼ比例して増大する。 ii) 鋼繊維の配向性は, 鋼繊維の混入量にはあまり影響を受けない¹⁴⁾。本解析結果では, 打込み方向に対する有効係数 (β) は約 0.18 であった。以上の解析結果より得られた $\tau - s$ 関係を図-6 に, また各材料パラメータの表示式を表-4

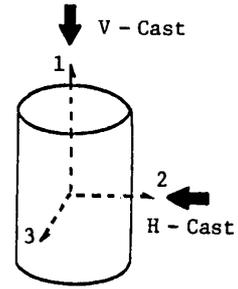


図-3 コンクリートの打込方向

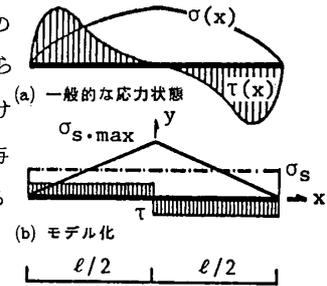


図-4 鋼繊維の軸応力分布と付着応力分布

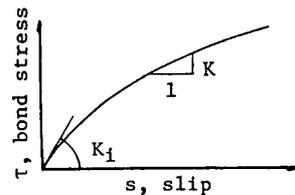


図-5 付着応力度 (τ) - すべり (s) 関係

表-3 最適化された材料パラメータ

| 記号 | 材料パラメータ |
|----------|--|
| E_y | 鋼繊維の降伏点 (kg/cm^2) |
| E_2 | 鋼繊維の第2剛性 (kg/cm^2) |
| k_{FC} | 母材コンクリート強度の SFRC 強度に対する比 |
| k_{cm} | 母材コンクリートの最大ひずみ度を与える定数 |
| β | 鋼繊維の配向性指標 |
| K_i | すべりの初期剛性 (kg/cm^3) |
| τ_1 | すべりが 0.01 cm のときの付着応力度 (kg/cm^2) |

表-4 各材料パラメータ

| |
|---|
| $E_y = 5000$ (kg/cm^2) |
| $E_2 = 20000$ (kg/cm^2) |
| $k_{FC} = 1 - 6.4 \cdot (C/W) \cdot V_f$ |
| $k_{cm} = 5.8$ (Air curing) |
| 4.8 (Water curing) |
| $\beta = 0.18$ |
| $K_i = 120 \cdot F_{cm} - 11000$ (kg/cm^3) |
| $\tau_1 = 0.42 \cdot F_{cm} - 48$ (kg/cm^2) |

[Notes] F_{cm} : Compressive strength of matrix concrete. V_f : Volume fraction of steel fiber

に示す。表からも明らかなように、本モデルでは、 $\tau - s$ 曲線に関する材料パラメータは、ほぼ母材コンクリート強度 (F_{cm}) の関数として表示できる。

3.5 実測曲線と本モデルによる解析曲線との比較

定量化した各種材料パラメータを用いて解析した $\sigma_3 - \epsilon_3$ 曲線と実測曲線の比較例を図-7(a)および(b)に示す。図-8には SFRC の $\sigma - \epsilon$ 曲線に及ぼす鋼繊維の混入によるコンクリートの多軸効果の影響を調べるために、コンクリートの多軸効果を考慮した場合 ($\sigma_1 = \sigma_2 \neq 0$) と考慮しない場合 ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$) の解析曲線が比較してある。この図から明らかなように、SFRC の圧縮塑性じん性は、主としてコンクリートの多軸効果に起因するものといえる。また図中には、載荷軸方向のひずみ度 (ϵ_3) に対する、鋼繊維による側圧 (σ_1, σ_2) および横方向の鋼繊維のすべり状態 (SLIP1, SLIP2) も併示してあるが、これらの値は ϵ_3 の増加とともに増大し、 $\epsilon_3 = 15,000 \times 10^{-6}$ 時で、それぞれ約 10 kg/cm^2 および約 0.01 cm に達している。

4. 鋼繊維補強コンファインドコンクリートへの拡張

横拘束筋を有するコンクリートの変形状態に関する解析的研究としては、拘束応力の重ね合せによる方法¹⁵⁾および構成方程式中に拘束効果を組み入れる手法¹⁶⁾がみられるが、いずれも基本的にはコンクリートの多軸効果を考慮した手法であるといえる。本研究では、後者の手法に基づき、横補強筋によって一様に拘束された場合の SFRC の塑性変形挙動の解析を行った。その結果得られた $\sigma - \epsilon$ 関係と実測曲線⁹⁾との比較例を図-9(a)および(b)に示す。実測曲線は角形フープ筋によって拘束されたものであり、そのまま本解析結果と定量的に比較することはできない。しかしながら、曲線の形状に大きな差異がみられないことから、横補強筋の形状・直径・間隔・かぶり厚さなどの影響を考慮した拘束効果の補正係数なる概念を導入することによって、コンファインド SFRC の $\sigma - \epsilon$ 関係を推定することが可能であると考えられる。また、これらの図によれば、SFRC を帯筋で拘束したものは、プレーンコンクリートを帯筋で拘束した場合よりも多軸効果が小さくなっており、コンクリート自体の横方向ひずみが鋼繊維によって拘束されていることがわかる。

5. むすび

本報では、1軸圧縮下のコンクリートの $\sigma - \epsilon$ 関係を多軸応力場のそれへ拡張する解析手法について検討するとともに、コンクリートの $\sigma - \epsilon$ 曲線に及ぼす鋼繊維と帯筋の効果を、複合則に基づいてプレーンコンクリートの構成方程式に組み入れる方法を提案し、SFRC およびコンファインド SFRC の塑性変形挙動に関する定量的解析を試みた。

〔謝辞〕 本研究に際して、本学・山田和夫助手および馬場研治助手に貴重な御助言と多大なる御協力をいただいた。また、本研究の一部は昭和55・56年度文部省科研費・一般研究(c)によった。ここに、深謝致します。

〔引用文献〕 1) 野口, コンクリート工学, Vol.17, No.4, Apr.1979, pp.1-14. 2) W.F.Chen, and E.C. Ting, Jour. of E.M. Div., ASCE, No. EM1, Feb. 1980, pp.1-19. 3) 小坂・谷川・山田・畑中・森・伊藤, 建築学会東海支部研報, 第20号, 昭57.2, pp.1-8. 4) N.S. Ottosen, Jour. of E.M. Div., ASCE, No. EM 1, Feb.1979, pp.127-141. 5) A.A.Elwi, and D.W.Murray, Jour. of E.M. Div., ASCE, No. EM4, Aug.1979, pp.623-641. 6) 小坂・谷川・畑中, セ技年報, 第34巻, 昭55, pp.242-245. 7) Y.Tanigawa, K.Yamada, and S.Hatanaka, Proc. of Int'l Symp. on Advances in Cement-Matrix Composites, Boston, Nov.17-18, 1980, pp.107-118. 8) 谷川・小坂, セ技年報, 第33巻, 昭54, pp.456-460. 9) Y.Tanigawa, K.Yamada, S.Hatanaka, and H.Mori, Trans. of JCI, Vol.3, 1981, pp.207-214. 10) H. Kupfer, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Vol.229, Berlin, Germany, 1973. 11) G.G. Balmer, Structural Research Lab. Report No.SP-23, Denver, Oct.1949. 12) 小林・和泉・趙, コンクリート工学, Vol.15, No.3, Mar.1977, pp.7-21. 13) 岸谷・平居, 建築学会論報, 第259号, 昭52.9, pp.1-7. 14) 小林・山王・睦好, 鋼繊維補強コンクリートに関するシンポジウム報告集, 昭52.11, pp.21-25. 15) 例えん, 六重・田中・桜井, セ技年報, 第31巻, 昭52, pp.462-466. 16) Z.P.Bazant, and P.D. Bhat, Jour. of EM Div., ASCE, No. EM4, Aug.1976, pp.701-722.

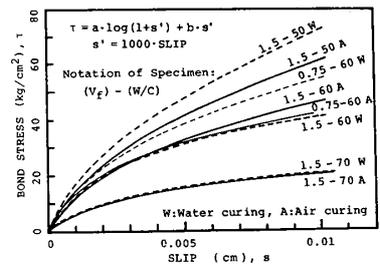
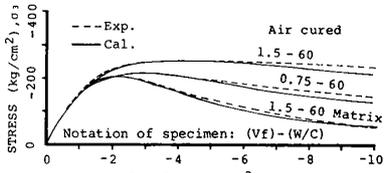
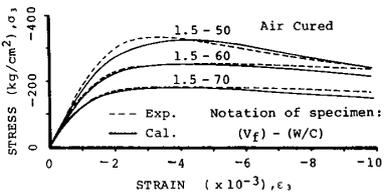


図-6 $\tau - s$ 関係の解析結果



(a) 鋼繊維の体積混入率 (V_f) の影響



(b) 水セメント比 (W/C) の影響

図-7 SFRC の $\sigma - \epsilon$ 関係に関する実測値と解析値との比較

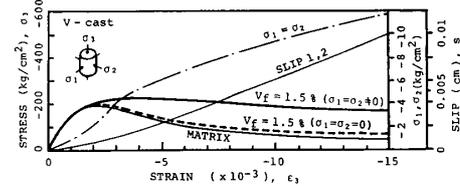
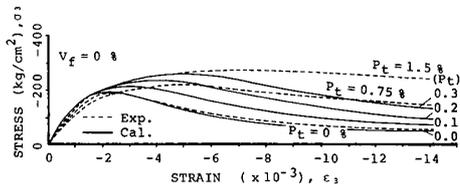
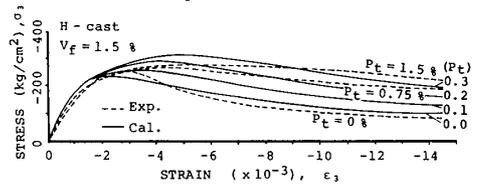


図-8 鋼繊維による側圧と多軸効果



(a) $V_f = 0\%$ の場合



(b) $V_f = 1.5\%$ の場合

図-9 コンファインド SFRC の $\sigma - \epsilon$ 関係に関する実測値と解析値との比較