コンクリート工学年次論文集, Vol. 22, No. 2, 2000

論文　軸対称試験体の逆解析による熱特性値の推定

西田　徳行*1・高橋　誠二*2・松井　邦人*3・Theodore F. Smith*4

要旨：コンクリート構造物の温度解析，温度応力解析を行う上で，信頼できる表面境界モデルを構築することが重要である．このため，温度計算に必要な計器を埋め込んだ円筒形軸対称試験体を作製し，躯体内部の温度計測と気象データを計測している．躯体は周囲と底面を断熱材で覆われているものの，測定データを詳細に調べると，若干熱が流出しているように思われる．そこで，本研究では軸対称温度解析を行い，未知パラメータの値を同定することにした．温度解析には一次元コントロールボリューム法を軸対称モデルに拡張し，ガウスニュートン法で逆解析を行っている．同定したパラメータは，3 個(表面，周面，底面)の熱伝達係数，コンクリートの比熱，熱伝導率，発熱特性の 2 個のパラメータ，計 7 個である．

キーワード：軸対称温度解析，コントロールボリューム法，逆解析，短波放射，長波放射

1. はじめに

従来のコンクリート構造物の温度解析では，表面境界に熱伝達だけを考えてきた．しかし，コンクリート構造物の深さ方向の温度プロファイルを観察すると，表面温度の変動や，深さ方向の温度勾配が大きく，表面を対流熱伝達とするだけでは説明がつかないことが知られている．温度勾配の大きさは温度応力と強く関連するため，信頼できる表面境界モデルを構築することが重要である．このため，温度計測に必要な計器を埋め込んだ円筒軸対称試験体を作製し，躯体内部の温度計測と気温，短波放射，長波放射，風速，露点温度，相対湿度等の気象データを観測している[1]．これらのデータをベースとして，多くの研究者により行われてきた研究成果と比較しつつ，構造物表面における熱収支モデルの確立を目指している．本研究では，試験体は軸対称モデルであり，周囲と底面は断熱材で覆われているものの若干熱が流出していると考えられる．そこで，表面では対流熱伝達に加え，短波放射，長波放射を考慮し，周面と底面を熱伝達境界として扱うことにした．

本研究の目的は以下の通りである．①軸対称温度解析に用いるコントロールボリューム法[2]のアルゴリズムを整備する，②順解析にコントロールボリューム法を組込み，逆解析にガウスニュートン法[3]を用いて，3 個(表面，周面，底面)の熱伝達係数，コンクリートの熱容量，熱伝導率，発熱特性 2 つのパラメータ，計 7 個の未知パラメータの値を推定できることを確認する，③推定したパラメータの値の妥当性を確認するため，躯体内部の解析で求めた温度分布と実測データを比較する，④1 次元逆解析で得られた熱特性値と比較しモデル化の影響を考察する．

2. 実験概要

一連の実験は，途中で計測に問題が生じた期間を除き，1997 年 11 月に開始し 1999 年 2 月まで計測を行っている．本実験の全貌については文献[1]に詳述した．ここでは，一部重複するが本研究で必要な部分だけを記すことにする．試験体の直径および高さは ϕ1000mm × h1000mm である．試験体は**図－1** のように周囲と底面が約 100mm の断熱材で覆われており，表面は大気に曝されている．試験体内に 2 本の塩化ビニール管を固定し，それらに熱電対を固定している．熱電対の配置も同図に示した．

*1 西松建設(株)技術研究所土木技術研究課　係長　博士(工学)(正会員)
*2 東京電機大学大学院　理工学研究科建設工学専攻
*3 東京電機大学教授　理工学部建設環境工学科教授　Ph.D.(正会員)
*4 Department of Mechanical Engineering, The University of Iowa, Prof., Ph.D.

また，気象観測計器として，温湿度計，赤外線放射計，アルベドメータ，等を使用した，その配置図を**図−2** に示した．試験体表面では，対流熱伝達に加え，日射による短波放射の影響，物体が温度をもつことによる長波(赤外線)放射の影響を考慮する必要がある．試験体に流入する短波放射のエネルギーは上向きと下向きのアルベドメーター値の差で，また，同様に赤外線放射も上向きと下向きの差で計測している．

3．コントロールボリューム法の軸対称温度解析

これまで著者等は 1 次元温度解析にコントロールボリューム法を用いてきた．本方法は熱伝導方程式を離散化するという考えではなく，最初からコントロールボリュームと呼ばれる有限の大きさの要素に流出・流入する熱エネルギーの収支を離散化し，支配方程式を誘導するものである．本方法の特徴としは，導出が簡単であり，また境界条件の扱いが簡単なことが挙げられる．デカルト座標系における 1，2，3 次元コントロールボリューム法は文献 [2)] にも紹介されている．しかし，軸対称問題への拡張例は見当たらないので，著者等が誘導した支配方程式をここに記す．周面と底面は完全に断熱になっていないことを考え，熱伝達境界とした．**図−3** は軸対称モデルの離散化した例である．交点を囲む斜線の部分がコントロールボリュームと呼ばれるものであり，この要素の熱収支を考える．本問題の場合 9 種類のモデルが必要であり，表面境界が考慮されるボリュームでは対流熱伝達 q_{con}[W/m²] に加え，短波放射 q_{sol}[W/m²]，長波放射 q_{rad}[W/m²] を考えなければならない．したがって，境界⑦〜⑨では式(1)に加え，熱収支量に式(2)，(3)が必要である．

対流熱伝達：$q_{con} = h_c\left(T_{air} - T_s\right)$ (1)

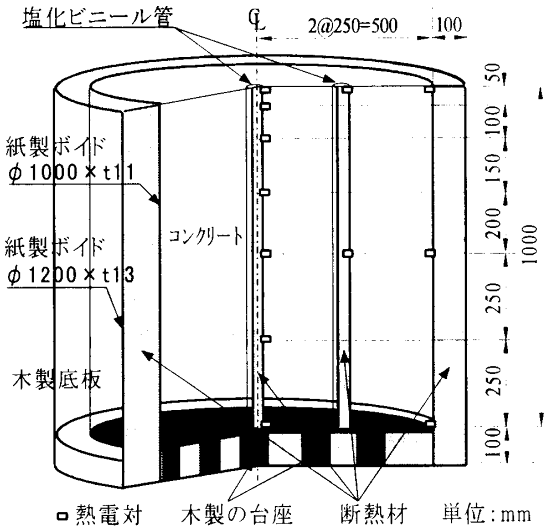
短波放射　：$q_{sol} = \left(S^{\downarrow} - S^{\uparrow}\right)$ (2)

長波放射　：$q_{rad} = \left(E^{\downarrow} - E^{\uparrow}\right)$ (3)

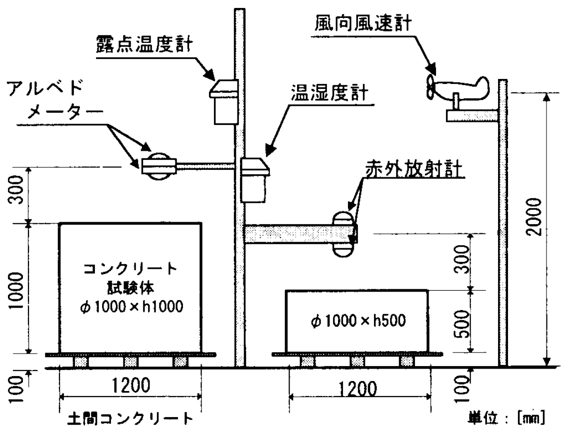
ここで，h_c：コンクリート表面の熱伝達係数[W/m²℃]，T_{air}：外気温[℃]，T_s：コンクリートの表面温度[℃]，$S^{\downarrow}\left(S^{\uparrow}\right)$：下(上)向きの全天日射量[W/m²]，$E^{\downarrow}\left(E^{\uparrow}\right)$：下(上)向きの赤外放射量[W/m²]を表す．コンクリートの発熱モデル $\dot{q}''$ は示方書にもある式(4)のような断熱温度上昇式を用いる．

断熱温度上昇式：$\dot{q}'' = \rho C Q_{\infty} \gamma e^{-\gamma t}$ (4)

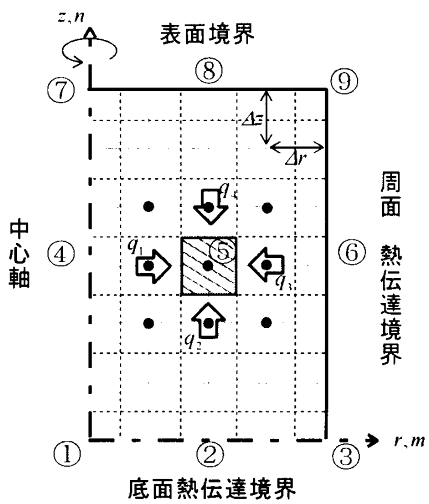
ここで，ρ：コンクリートの密度[kg/m³]，C：比熱[J/kg℃]，Q_{∞}：終局断熱温度上昇量[℃]，γ：発熱に



図−1　コンクリート試験体および熱電対配置図



図−2　気象計測器配置図



図−3　軸対称モデルの離散化例

関する定数[1/day]，t：材齢[day]を表す．軸対称温度解析では**図－3** に示したような①～⑨の点でモデルが必要となる．各点におけるコントロールボリューム式を**表－1** に整理した．ここで，Δt：時間刻み[day]，Δr：r 方向の刻み幅[m]，Δz：z 方向の刻み幅[m]，k：コンクリートの熱伝導率[W/m℃]，$T_{m,n}^{p}$：交点(m,n)における時間 $p\Delta t$ の温度[℃]，h_s，h_b：周面，底面での熱伝達係数[W/m²℃]を示す．

表－1　境界条件別による支配方程式

境界	理論式
①	$\left[-\frac{2\cdot 2\cdot k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{2,1}^{p+1}+\left[-\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{1,2}^{p+1}+\left[\frac{2\cdot 2\cdot k}{\Delta r^2}+\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{2\cdot h_b}{\Delta z}\right]\cdot T_{1,1}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{1,1}^{p}+\frac{2\cdot h_b}{\Delta z}T_{air}^{p+1}+\dot{q}^{p+1}$
②	$\left[-\frac{(r_m-\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m-1,1}^{p+1}+\left[-\frac{(r_m+\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m+1,1}^{p+1}+\left[-\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,2}^{p+1}+\left[\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}+\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{2\cdot h_b}{\Delta z}\right]\cdot T_{m,1}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{m,1}^{p}+\frac{2\cdot h_b}{\Delta z}T_{air}^{p+1}+\dot{q}^{p+1}$
③	$\left[-\frac{(r_m-\Delta r/2)}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m-1,1}^{p+1}+\left[-\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,2}^{p+1}+\left[\frac{(r_m-\Delta r/2)}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}+\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{r_m}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot h_s}{\Delta r}+\frac{2\cdot h_b}{\Delta z}\right]\cdot T_{m,1}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{m,1}^{p}+\left\{\frac{r_m}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot h_s}{\Delta r}+\frac{2\cdot h_b}{\Delta z}\right\}T_{air}^{p+1}+\dot{q}^{p+1}$
④	$\left[-\frac{k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{1,n-1}^{p+1}+\left[-\frac{2\cdot 2\cdot k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{2,n}^{p+1}+\left[-\frac{k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{1,n+1}^{p+1}+\left[\frac{\Delta t}{\rho C}\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}+\frac{\Delta t}{\rho C}\frac{2\cdot 2\cdot k}{\Delta r^2}+\frac{\rho C}{\Delta t}\right]\cdot T_{1,n}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{1,n}^{p}+\dot{q}^{p+1}$
⑤	$\left[-\frac{(r_m-\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m-1,n}^{p+1}+\left[-\frac{k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,n-1}^{p+1}+\left[-\frac{(r_m+\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m+1,n}^{p+1}+\left[-\frac{k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,n+1}^{p+1}+\left[\left\{\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}+\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}+\frac{\rho C}{\Delta t}\right\}\right]\cdot T_{m,n}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{m,n}^{p}+\dot{q}^{p+1}$
⑥	$\left[-\frac{(r_m-\Delta r/2)}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m-1,n}^{p+1}+\left[-\frac{k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,n-1}^{p+1}+\left[-\frac{k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,n+1}^{p+1}+\left[\frac{(r_m-\Delta r/2)}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}+\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{r_m}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot h_s}{\Delta r}\right]\cdot T_{m,n}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{m,n}^{p}+\frac{r_m}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot h_s}{\Delta r}T_{air}^{p+1}+\dot{q}^{p+1}$
⑦	$\left[-\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{1,n-1}^{p+1}+\left[-\frac{2\cdot 2\cdot k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{2,n}^{p+1}+\left[\left(\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right)+\left(\frac{2\cdot 2\cdot k}{\Delta r^2}\right)+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{2\cdot h_c}{\Delta z}\right]\cdot T_{1,n}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{1,n}^{p}+\frac{2\cdot h_c}{\Delta z}\cdot T_{air}^{p+1}+\frac{2}{\Delta z}\left\{\left(S^{\downarrow}-S^{\uparrow}\right)+\left(E^{\downarrow}-E^{\uparrow}\right)\right\}+\dot{q}^{p+1}$
⑧	$\left[-\frac{(r_m-\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m-1,n}^{p+1}+\left[-\frac{2k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,n-1}^{p+1}+\left[-\frac{(r_m+\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m+1,n}^{p+1}+\left[\left(\frac{(r_m-\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right)+\left(\frac{2k}{\Delta z^2}\right)+\left(\frac{(r_m+\Delta r/2)}{r_m}\frac{k}{\Delta r^2}\right)+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{2\cdot h_c}{\Delta z}\right]\cdot T_{m,n}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{m,n}^{p}+\frac{2\cdot h_c}{\Delta z}\cdot T_{air}^{p+1}+\frac{2}{\Delta z}\left\{\left(S^{\downarrow}-S^{\uparrow}\right)+\left(E^{\downarrow}-E^{\uparrow}\right)\right\}+\dot{q}^{p+1}$
⑨	$\left[-\frac{(r_m-\Delta r/2)}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}\right]\cdot T_{m-1,n}^{p+1}+\left[-\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right]\cdot T_{m,n-1}^{p+1}+\left[\left(\frac{2(r_m-\Delta r/2)}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot k}{\Delta r^2}\right)+\left(\frac{2\cdot k}{\Delta z^2}\right)+\frac{\rho C}{\Delta t}+\frac{2\cdot h_c}{\Delta z}+\frac{r_m}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot h_s}{\Delta r}\right]\cdot T_{m,n}^{p+1}=\frac{\rho C}{\Delta t}T_{m,n}^{p}+\left\{\frac{2\cdot h_c}{\Delta z}+\frac{r_m}{(r_m-\Delta r/4)}\frac{2\cdot h_s}{\Delta r}\right\}T_{air}^{p+1}+\frac{2}{\Delta z}\left\{\left(S^{\downarrow}-S^{\uparrow}\right)+\left(E^{\downarrow}-E^{\uparrow}\right)\right\}+\dot{q}^{p+1}$

4．逆解析とその結果

4．1．温度解析と収束状況

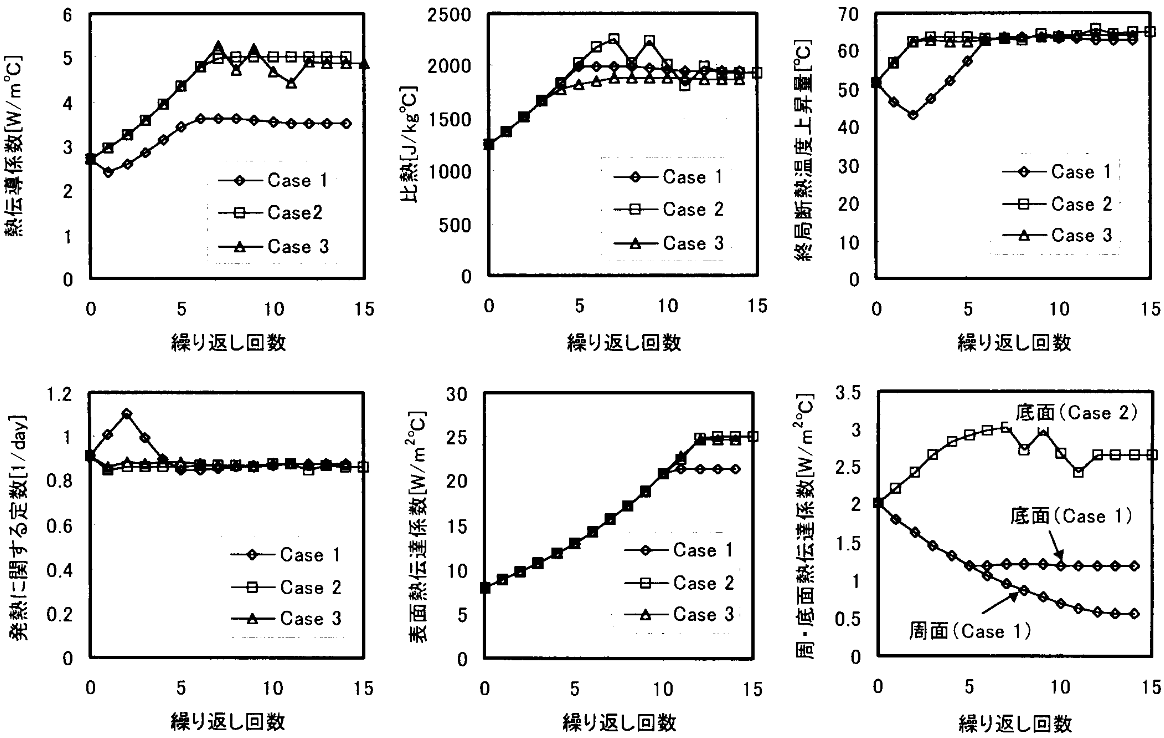
上で述べた軸対称コントロールボリューム法で順解析を行い，ガウスニュートン法で逆解析を行っている．ガウスニュートン法の詳細は文献[3]に記した．ガウスニュートン法では解析温度に対する未知パラメータに関する解析温度の感度が必要となるが，そこには差分法を用いた．未知パラメータはコンクリートの比熱，熱伝導率，発熱モデル2個，表面，周面，底面の熱伝達係数，の計7個である．軸対称問題の逆解析に加え，比較のため1次元での逆解析も行った．**表−2** に温度解析条件の詳細を記す．コンクリート表面では打設直後1～2日の間，気化熱の影響があると考えられるが，水分蒸発量の測定は難し

表−2　温度解析条件

	Case 1	Case 2	Case 3
解析モデル	軸対称	一次元	一次元
表面境界条件	対流熱伝達　＋　短波放射　＋　長波放射		
周面・底面境界条件	周面・底面：熱伝達境界	底面：熱伝達境界	底面：断熱境界
解析期間	7.5［日］		
時間刻み	0.5［時間］		
高さ	1.0［m］（Case 1 の場合のみ径 0.5［m］）		
初期温度	21.5［℃］		
節点数	231	21	21
解析に用いる測定点数	12	7	7

表−3　逆解析結果

	熱伝導係数：k [W/m℃]	比熱：C [J/kg℃]	熱伝達係数[W/m^2℃] 表面：h_c	周面：h_s	底面：h_b	発熱特性 Q_∞[℃]	γ[1/day]	繰り返し回数
初期値	2.7	1255	8.0	2.0	2.0	51.56	0.914	—
Case 1	3.50	1937	21.30	0.57	1.19	62.90	0.879	14
Case 2	4.86	1924	25.01	—	2.67	64.76	0.864	15
Case 3	5.00	1875	24.61	—	—	64.17	0.874	14



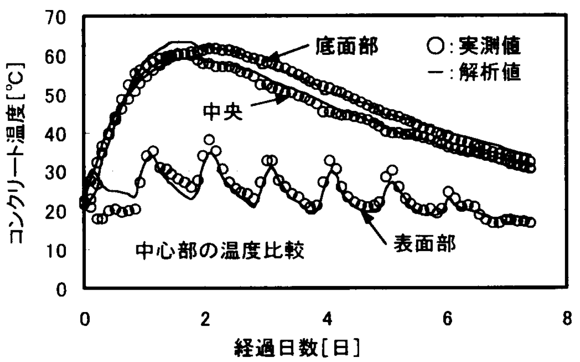
図−4　各同定パラメータの収束過程

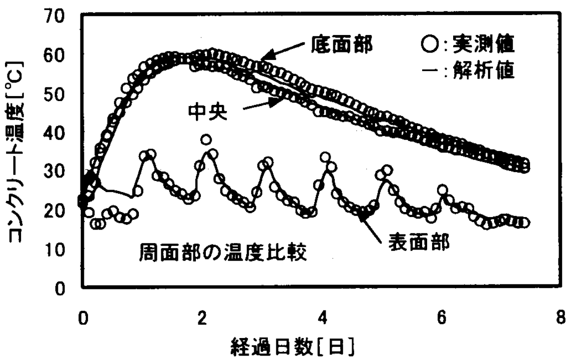
く，その影響を無視した．逆解析に使用した初期値と収束結果を**表－3** に示す．解析期間の平均風速は 2～3 m/s であり，熱伝達係数は初期値程度を予測したが，同定値より大きな値になった．この理由の一つは，コンクリート打設直後の気化熱の影響と考える．底面と周面における熱伝達係数の同定値は，周面より底面が大きくなった．これは周面が断熱材で覆われているのに対し，底面では補強木材と通風が少ないこと等が影響したためと考える．他の収束結果は，何れも初期値(一般的な値)より大きい．1 次元と軸対称のモデル間では，熱伝導係数に顕著な差があるが，比熱や発熱特性は同程度の値であった．熱拡散率として見ると，1 次元モデルより軸対称モデルの方が 30%弱小さい．これは，試験体中央の単位体積内の温度変化を考えると，熱量が縦方向に移動するだけでなく，横方向にも移動できるためと考えられる．

図－4 に未知パラメータの収束過程を示す．逆解析は一般に不安定性が強いが，7 個のパラメータの同定する本問題では安定した収束状況を示し，いずれも 15 回程度の繰り返し回数で収束している．

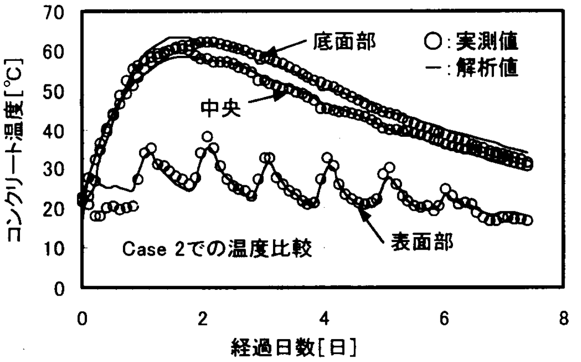
4．2．試験体温度の比較

Case 1～3 の逆解析結果を用いて解析した温度履歴と測定温度を表面，中央，底面で比較した．結果を**図－5～7** に示す．これらの図は，いずれも解析温度と測定温度がよく一致している．しかし，コンクリート打設直後の表面温度は解析値と測定値で温度差が見られる．これは，気化熱を無視した影響である．その後の表面のピーク温度では最大で約 3℃の差があるが，時間の経過とともに差が減少し，良く一致している．Case 1～3 について，内部温度が最高値に達した材齢 1.75 日と 6.0 日における深さ方向の温度分布を実測温度と比較した結果を**図－8，9** に示す．**図－8** は実測温度が解析温度より少し高い．未知パラメータの同定では，解析期間での解析温度と測定温度の差の 2 乗和を小さくしようとするが，ピーク時付近の躯体内の温度勾配はきついため，十分に追従されていない可能性があると考えられる．**図－9** ではCase 1～3 の温度解析結果はほとんど同じ値になり，モデルの違いによる差が見られず，実測温度と解析温度がよく一致している．

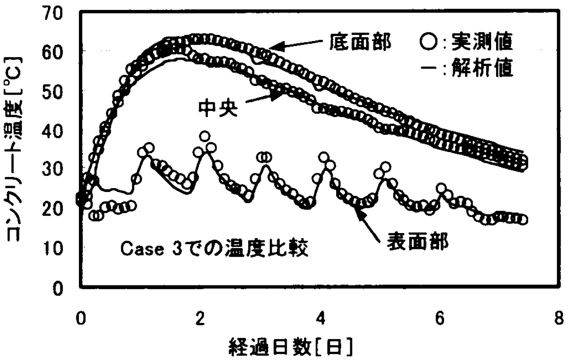




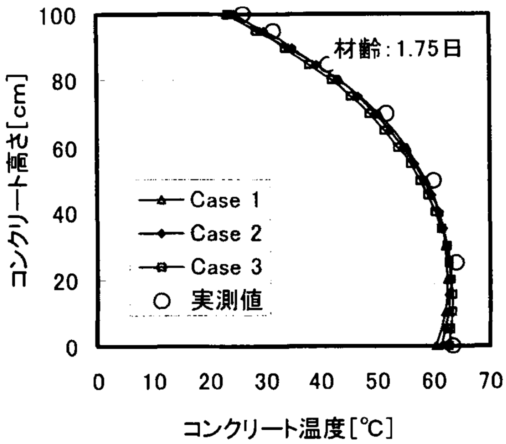
図－5　Case 1(軸対称)での実測値と解析値の比較（左図：中心軸部，右図：周面部）



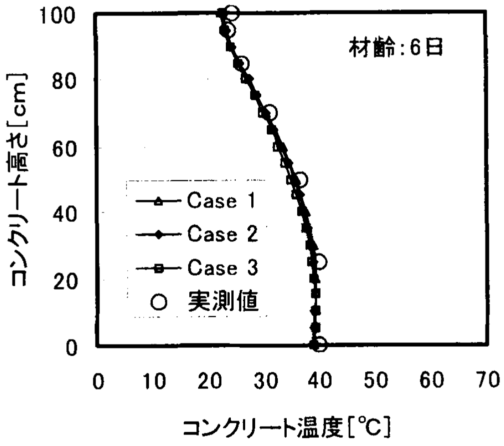
図－6　Case 2(一次元)での実測値と解析値の比較



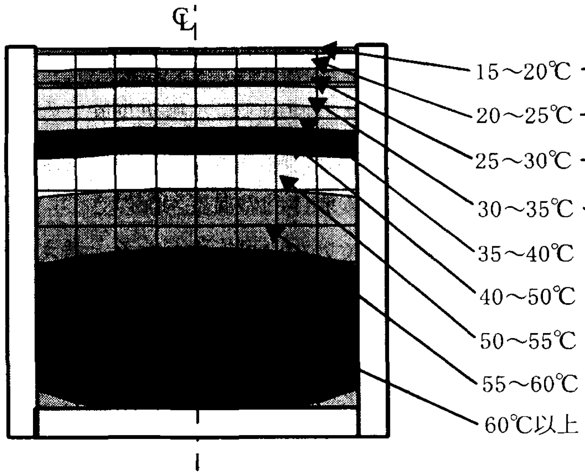
図－7　Case 3(一次元)での実測値と解析値の比較



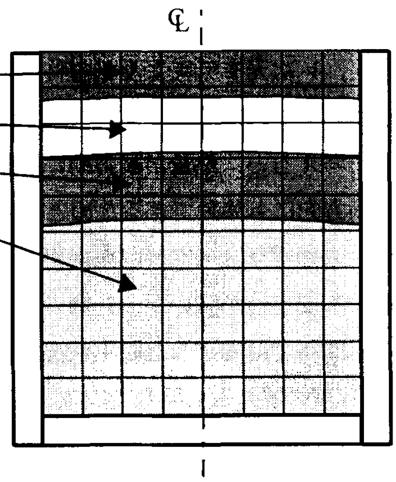
図−8　高さ方向の温度分布（材齢 1.75 日）



図−9　高さ方向の温度分布（材齢 6.0 日）



図−10　内部温度の分布状況（材齢 1.75 日）



図−11　内部温度の分布状況（材齢 6.0 日）

図−10，**11** は材齢 1.75 日と 6.0 日における試験体内温度分布を逆解析結果に基づき示したものである．**図−10** では底面に近いところで最高温度が 60℃を超えている．しかし周面付近の底面では若干温度が低くなっている．材齢 6.0 日における**図−11** では，内部全体の温度が低下いている様子がうかがえる．

5．結論

コントロールボリューム法による軸対称温度解析と実験データを用いて逆解析した結果，次のことが明らかになった．

(1)ガウスニュートン法で 7 個のパラメータを推定することは可能であり，収束過程は安定している．

(2)同定された熱伝達係数より，周面よりも底面からの熱の流出が大きいことが確認できた．しかし，両方向とも熱の流出量は小さい．

(3)表面の熱伝達係数の推定値はかなり大きく，打設直後の水分蒸発による気化熱の影響と考えられた．

(4)本試験体においては，軸対称および一次元モデルの違いが，逆解析結果に及ぼす影響は小さかった．

今後は，実際のコンクリート構造物での解析検討，また，温度依存型の発熱モデルの適用やコンクリート硬化過程での水分状態が熱特性値に及ぼす影響を把握することが必要と考える．

参考文献

1) 西田徳行，椎名貴快，松井邦人，T.F. Smith：気象現象の計測とコンクリート躯体温度への影響，コンクリート工学年次論文報告集， Vol.21, No.2, pp.1165-1170, 1999.

2) 水谷幸夫，香月正司(共訳)：コンピュータによる熱移動と流れの数値解析，森北出版，1995.

3) 西田徳行，潮田和司，土橋吉輝，松井邦人：現場計測データに基づくコンクリートの熱特性の推定と考察，土木学会論文報告集，No.544/V-32, pp.89-100，1996.8.