

論文 3次元ひずみ場における遷移材齢時コンクリートの塑性ひずみ及び粘塑性ひずみの同定手法

下田 勝彦*¹・藤原 武司*²・石川 靖晃*³・田辺 忠顕*⁴

要旨：本研究では、弾性、塑性ひずみ成分に粘弾性、粘塑性ひずみ成分を考慮に入れた構成則モデルを構築し、繰り返し荷重を受ける遷移材齢時コンクリートの一軸圧縮試験を行い軸方向、横方向のひずみデータから応力依存性ひずみ成分を分離する手法を開発した。その結果、内部摩擦角は塑性ひずみ履歴に応じて増加することが示された。さらに FEM により再現した結果は元の実験結果をよく捉えており、提案した分離手法の妥当性が確認された。

キーワード：遷移材齢時コンクリート、繰り返し一軸圧縮試験、塑性・粘塑性ひずみ、

1. はじめに

遷移材齢時コンクリートの変形挙動を理論的に正確に評価するためには多くの要因を考慮に入れなければならない。それはコンクリート骨格に依存する応力依存成分だけでも弾性、塑性、粘弾性、粘塑性の 4 つのひずみ成分が存在し、これらは全てを考慮する必要がある。しかし従来の研究においては、例えば弾性ひずみ成分と粘弾性ひずみ成分のみの考慮あるいは弾性ひずみ成分と粘塑性ひずみ成分のみの考慮といった形でしか考慮出来なかった。そこで田辺らは、全ての応力依存成分を考慮に入れた構成則モデルを開発した¹⁾。さらに弾性、粘弾性、塑性と粘塑性を客観的に分離する手法を開発し、また簡単な Drucker-Prager 則を使うことで、それぞれのひずみ成分に関する材料パラメータの同定を行った。そしてそれによる再現は非常に精度の良い結果となった。しかしこの結果は、軸方向のみを考慮したものであり、構築された構成則モデルを一般的な多軸問題の応力解析に適用するには、まだ不十分である。

本研究では、軸方向と横方向の残留ひずみの比を実験値から得ることにより従来の構成則

では一定としていた Drucker-Prager 則の内部摩擦角が応力により変化することを示し、これを考慮した構成則を構築した。そして軸方向、横方向それぞれの再現を数例の材齢パターンで検討することによって構成則の妥当性を示した。

2 各ひずみ成分の実験的定義と同定手法

2.1 各ひずみ成分の定義

前章で述べたように遷移材齢時コンクリート中の応力依存成分は、弾性、塑性、粘弾性および粘塑性ひずみ成分から成り、この 4 つのひずみ成分からなる構成則モデルは、次式のようにひずみ成分で書くことができる。

$$d\epsilon_t = d\epsilon_e + d\epsilon_{ve} + d\epsilon_p + d\epsilon_{vp} \quad (1)$$

ここで $d\epsilon_t, d\epsilon_e, d\epsilon_{ve}, d\epsilon_p, d\epsilon_{vp}$ はそれぞれ全ひずみ、弾性ひずみ、粘弾性ひずみ、塑性ひずみ、粘塑性ひずみを示す。また各ひずみ成分の定式化は以下のようにされる。

$$d\epsilon_e = (1 - \xi)^{-1} D_s d\sigma \quad (2)$$

$$d\epsilon_{ve} = (L_1(\sigma) + \Delta L(\sigma)) d\sigma + L_2(\sigma) + \Delta L_2(\sigma) \quad (3)$$

$$d\epsilon_p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (4)$$

* 1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)

* 2 名城大学大学院 工学研究科土木工学専攻

* 3 名城大学講師 理工学部土木工学科 工博 (正会員)

* 4 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

$$d\varepsilon_{vp} = \gamma \cdot \left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle^n \frac{\partial F}{\partial \sigma} dt \quad (5)$$

これら定式化についての詳しくは参考文献¹⁾を参照されたい。

2.2 各ひずみ成分の実験的定義

4つのひずみ成分を時間依存性か非時間依存性か、また回復性か非回復性かという基準に基づき定義する。弾性ひずみ成分と粘弾性ひずみ成分は回復性成分であり、また塑性ひずみ成分と粘塑性ひずみ成分は非回復性成分である。他方では、粘弾性ひずみ成分、粘塑性ひずみ成分は時間依存性成分であり、また弾性ひずみ成分、塑性ひずみ成分は非時間依存性成分である。さらに図-1に示すように、この定義を1サイクルの圧縮荷重過程に適用する。言い換えれば、荷重を始める応力が0からある圧縮応力レベルまでと、除荷過程において応力が0になるまでの過程にこの定義を適用するというのである。弾性ひずみ成分は、初期の応力-ひずみ関係において接線を引くことにより得ることができる。強度の1/4から1/3の点を越えると応力経路が初期接線から逸脱するので、結果として粘弾性ひずみ成分、塑性ひずみ成分、粘塑性ひずみ成分が生じる。塑性、粘塑性ひずみの初期値は、塑性ひずみに対する降伏関数の位置により定義できるが、粘弾性ひずみ成分には、そのような基準は存在しない。1サイクル圧縮荷重の終わりの状態、つまり除荷後の応力0の状態においては残留ひずみが存在する。残留ひずみは、非回復性成分であり塑性ひずみと粘塑性ひずみの和で表される。それらの残留ひずみは、各々の繰り返し荷重における最大応力時に対応する値となる。数回繰り返しを行い毎回の繰り返しにおいての最大応力、残留ひずみ、そして最大応力に達するまでの時間を記録することで実験的に塑性ひずみと粘塑性ひずみの和を継続して算出する事が可能である。一方、粘弾性ひずみ成分は、全ひずみから弾性ひずみと残留ひずみを引くことで求められる。再荷重の際、元の除荷地点に達するまでは弾性および粘

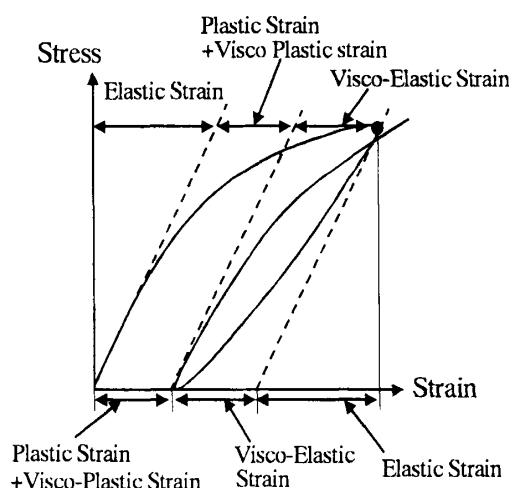


図-1 4つのひずみ成分の定義

弾性ひずみ成分のみが発生すると仮定した。その理由は、応力および全ひずみは元の除荷地点に戻ることが実験的に確認されているからである。つまりこの方法は可逆的でありその後再び塑性ひずみと粘塑性ひずみ部分が現れる。以上のことは、プレピーク領域の種々のひずみ要素を得る方法を仮定したものである。ポストピーク領域は、軟化時の応力ひずみ関係を考慮すべきである。この領域では、コンクリートの局所化を考慮すべきだが、本研究では実験でこの部分の計測が出来なかったので考慮していない。最も必要なことは、残留ひずみとそれに含まれる異なった2つの要因、つまり塑性ひずみと粘塑性ひずみの分離を見つけることであるが、軸ひずみについての分離手法は文献¹⁾ですでに報告されている。以下にその手法の概要を示す。

2.3 残留ひずみにおける塑性ひずみと粘塑性ひずみの分離

田辺らによる報告¹⁾では以下に述べるような軸方向の塑性および粘塑性ひずみの分離手法を構築している。粘塑性ひずみは時間と関係があることにより一定荷重速度における繰り返し荷重での最大応力と残留ひずみは3つの直行軸で構成され、垂直軸に残留ひずみ、水平軸に時間と応力を持つ空間上で平面または緩い局面を3次元的に構成する。降伏した後の残留ひずみに要した時間は、ひずみ速度を一定にして荷重しているため測定する事が可能である。そして

残留ひずみは降伏した後に発生するが応力がひずみ速度 $20 \mu/\text{sec}$ における一軸圧縮強度の $1/3$ 地点に達したときの時間を計測し始める時間としている。ひずみ速度の変化により異なる平面を図-2に示す。これらの曲面を適用することで応力、残留ひずみ、時間の関係を示す実験的曲面を構築することが可能である。この平面を田辺らは特性粘性表面と名付けている。次に、図-2に示すように一定応力平面によって表面を切断する。その時、応力を一定に保ったときの切断線は残留ひずみと時間の関係を示す。論理的なモデルと一致させると、式(6)に示すような積分式が与えられる。

$$\begin{aligned} \int d\varepsilon_1^p + \int d\varepsilon_1^{vp} &= \int d\varepsilon_1^p + \int \gamma \cdot \left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle^n \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} dt \\ &= \varepsilon_1^p + \int \gamma \left(\alpha(\varepsilon_p) + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle^n \cdot dt \end{aligned} \quad (6)$$

上式に示す、 $\int \gamma \left(\alpha(\varepsilon_p) + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left\langle \frac{f}{f_0} \right\rangle^n dt$ と ε_1^p は切断線における傾きと切片である。そして切断線はピーク前後の領域に対応して2本存在する。

以上が田辺らによる分離手法の概要であるが、本研究では最も簡単な破壊構成則モデルである Drucker-Prager モデルを採用した。田辺らの手法ではその内部摩擦角を 27° に一定とした。関連流れ則にひずみに従うとするならば、この仮定は一軸応力場において軸ひずみと横ひずみの

比が常に等しいことを意味している。しかし、この仮定は実際には成り立たない可能性もある。そこで本研究ではこの α を応力の関数として検討した。その結果、破壊曲面は、円錐の角度を変化させながら I_1 軸に沿って前方や後方へ移動する。

$$\alpha_1 + \sqrt{J_2} - k(\varepsilon_p) = 0 \quad (7)$$

ここで I_1 と J_2 は、それぞれ応力の第一不変量、偏差応力の第二不変量である。また、 α は項に内部摩擦角を含み式(15)で示される。実験は材齢および載荷ひずみ速度を変えて行われており、実験パターンは材齢については 24, 48 時間、載荷ひずみ速度については $50, 100, 150 \mu/\text{sec}$ でそれぞれの材齢について軸方向と横方向を計測した。得られた実験結果を図-3に示す。本研究では降伏後の応力とひずみの関係は Saenz の式により表されると仮定した。

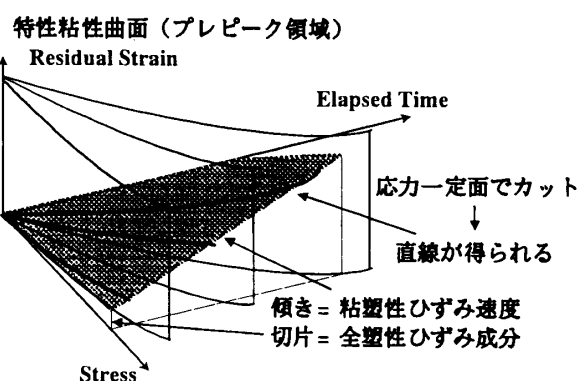


図-2 特性粘性曲面

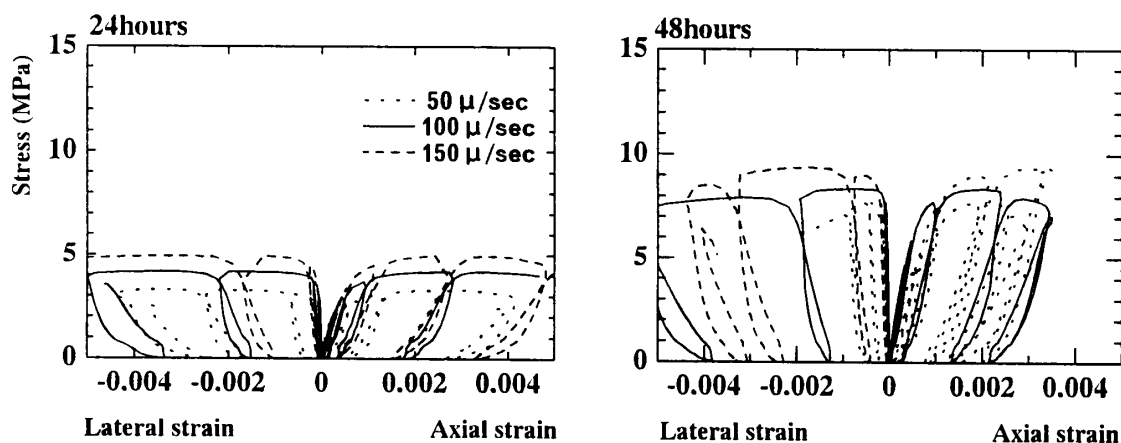


図-3 ひずみ速度を厳密に考慮した繰り返し一軸圧縮試験結果

$$\sigma - \sigma_0 = \frac{\zeta_1 \varepsilon_{res}}{1 + \left(\frac{\zeta_1 - 2}{\zeta_2} \right) \frac{\varepsilon_{res}}{\varepsilon_{res, \max}} + \left(\frac{\varepsilon_{res}}{\varepsilon_{res, \max}} \right)^2} \quad (8)$$

ここで、 ε_{res} は軸、横方向それぞれの残留ひずみ、 $\varepsilon_{res, \max}$ はピーク強度時での軸、横残留ひずみである。一方、軸ひずみ速度をそれぞれ $\dot{\varepsilon}_t = \dot{\varepsilon}_c = \dot{\varepsilon}_{ve} = \dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_{vp}$ のように各ひずみ成分一定と仮定した場合ならば、 $\varepsilon_{res} = \nu(\varepsilon) \cdot t$ となる。ただし $\nu(\varepsilon)$ は一定のひずみ速度である。また実験では、残留ひずみは、経過時間の2乗と近似関係になっている。この関係を適用し式(8)に代入すると、特性粘性ひずみ表面を得ることができる。これにより様々な応力一定の平面により表面を切断することによって得る線の大部分は、最大応力領域を除いて直線で近似すると、応力に対応する時間における傾きと切片を定義できる。これを式で示すと

$$\varepsilon_{res} = \alpha(\varepsilon_p) \cdot t + b(\sigma) \quad (9)$$

式(13)より

$$a(\sigma) = \gamma \cdot \left(\frac{f}{f_0} \right)^n \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \gamma \cdot \left(\alpha(\varepsilon_p) + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0} \right)^n \quad (10)$$

$$\sigma_0 = \frac{k}{\left(\alpha(\varepsilon_p) + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} \quad (11)$$

$a(\sigma)$ は傾きであり、粘塑性ひずみ速度を表す。 $b(\sigma)$ は時間が切片であり、式(6)に示すように塑性ひずみとなる。その結果を図-4、5に示す。図-4は、式(10)においてそれぞれ応力と $a(\sigma)$ との関係を示す。また、同定した塑性ひずみを図-5に示す。図-4、5で、点の実験値より得られたもので、直線は式(8)を用いて点を最小二乗法で近似したものである。

2.4 内部摩擦角変動の考慮

内部摩擦角を塑性ひずみの関数として捉え、定式化することを試みる。まず、式(8)を軸方向ひずみと横方向ひずみに用いることによって軸方向と横方向の残留ひずみのうち塑性ひずみ成分の比を求めることから始まる、即ち、

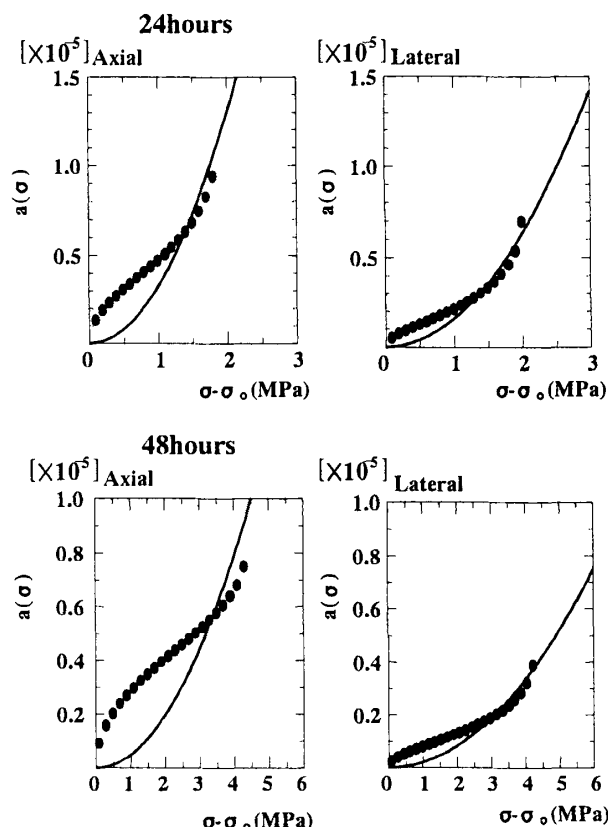


図-4 粘塑性ひずみと応力との関係

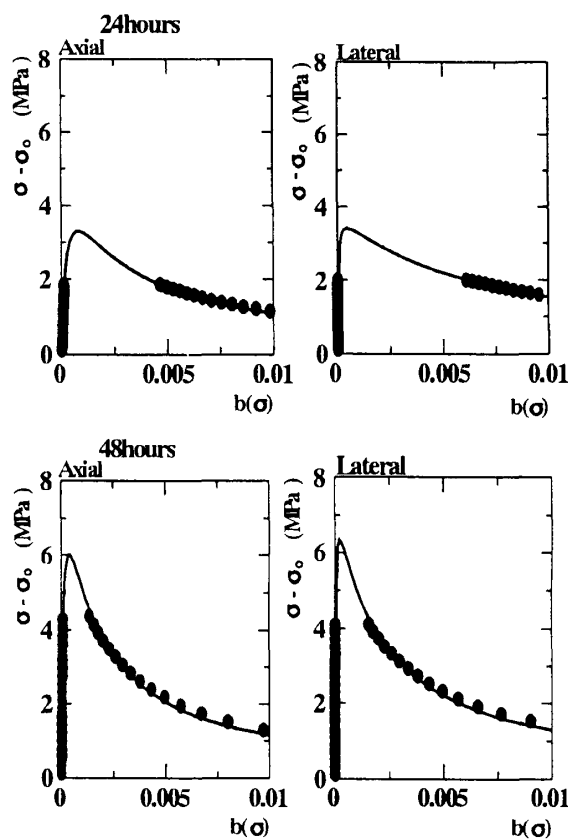


図-5 塑性ひずみと応力との関係

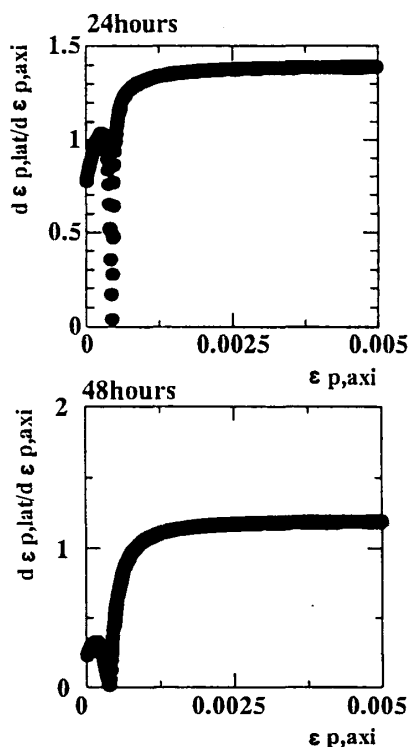


図-6 軸方向ひずみと横方向ひずみの比率

$$\frac{d\epsilon_{lat}^p}{d\epsilon_{axi}^p} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\epsilon_{lat}^p}{\epsilon_{res,max,lat}}\right)^2\right] \frac{d(\sigma - \sigma_0)}{d\epsilon_{axi}^p} \left(\frac{\zeta_{1,lat}}{\zeta_{2,lat}} - 2\right) \frac{d(\sigma - \sigma_0)}{d\epsilon_{axi}^p} \epsilon_{lat}^p}{\left(\frac{\zeta_{1,lat}}{\zeta_{2,lat}} - 2\right) \frac{\sigma - \sigma_0}{\epsilon_{res,max,lat}} + \left(\frac{\zeta_{1,lat}}{\zeta_{2,lat}} - 2\right) \frac{d(\sigma - \sigma_0)}{d\epsilon_{axi}^p} \epsilon_{lat}^p} \epsilon_{lat}^p \quad (12)$$

但し

$$\frac{d(\sigma - \sigma_0)}{d\epsilon_{lat}^p} = \frac{\zeta_{1,axi} \left\{1 - \left(\frac{\epsilon_{axi}^p}{\epsilon_{res,max,axi}}\right)^2\right\}}{\left\{1 + \left(\frac{\zeta_{1,axi}}{\zeta_{2,axi}} - 2\right) \frac{\epsilon_{axi}^p}{\epsilon_{res,max,axi}} + \left(\frac{\epsilon_{axi}^p}{\epsilon_{res,max,axi}}\right)^2\right\}} \quad (13)$$

 $\epsilon_{lat}^p / \epsilon_{res,max,lat}$ は式(8)より表される。以上の式により ϵ_{axi}^p 関数としての塑性ひずみの比が実験値的に求められる。

一方、本研究では Drucker-Prager 則を採用しているため軸方向塑性ひずみと横方向塑性ひずみの比は次式で与えられる。

$$\frac{d\epsilon_{res,lat}^p}{d\epsilon_{res,axi}^p} = \frac{\alpha + \frac{1}{2\sqrt{3}}}{-\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}} \quad (14)$$

但し Drucker-Prager 則では、

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (15)$$

である。そして本研究では ϕ を次式のように塑性ひずみの関数と仮定した。即ち、

$$\phi = a(\epsilon_{axi}^p)^b \quad (16)$$

得られた結果を図-6に示す。

以上の結果より塑性、粘塑性ひずみの材料パラメータの同定が可能となる。

3. 材料パラメータの同定結果および応力-ひずみ関係の再現

弾性、粘弾性パラメータの同定手法はここでは説明を省くが、再現に必要な求めた全てのパラメータを表-1に示す。

表-1 同定された各ひずみ成分パラメータ

Age	24hours	48hours
• Elasticity		
Young's Modulus(MPa)	1.02×10^4	1.29×10^4
ν	0.12	0.15

• Visco-Elasticity

$$J((t-\tau), \tau) = \phi(\tau)(t-\tau)^m$$

Age	$\phi(\tau)$	m	$\tau_1(\text{Days})$	N	ν
24hours	0.325	0.3	1.0×10^{-16}	20	0.12
48hours	0.295	0.3	1.0×10^{-16}	20	0.15

• Plasticity

$$\sigma - \sigma_0 = \frac{\zeta_1 \epsilon_{res}}{1 + \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2} - 2\right) \frac{\epsilon_{res}}{\epsilon_{res,max}} + \left(\frac{\epsilon_{res}}{\epsilon_{res,max}}\right)^2}$$

Age	24hours	48hours
• Plasticity		
$\sigma_0(\text{MPa})$	1.07	2.68
ζ_1	1.058×10^5	2.408×10^5
ζ_2	7.507×10^3	3.535×10^4
$\epsilon_{res,max}$	4.434×10^{-4}	2.754×10^{-4}

• Visco-Plasticity

Axial:

$$d\epsilon_{vp} = \gamma \left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0} \right)^n$$

Lateral:

$$d\epsilon_{vp} = \gamma \left(\alpha + \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0} \right)^n$$

$$\phi = a(\epsilon_{axi}^p)^b$$

Age	24hours	48hours
• Visco-Plasticity		
a	0.9	2.33
b	0.21	0.3035
γ	2.553×10^{-5}	2.564×10^{-5}

n=2.0

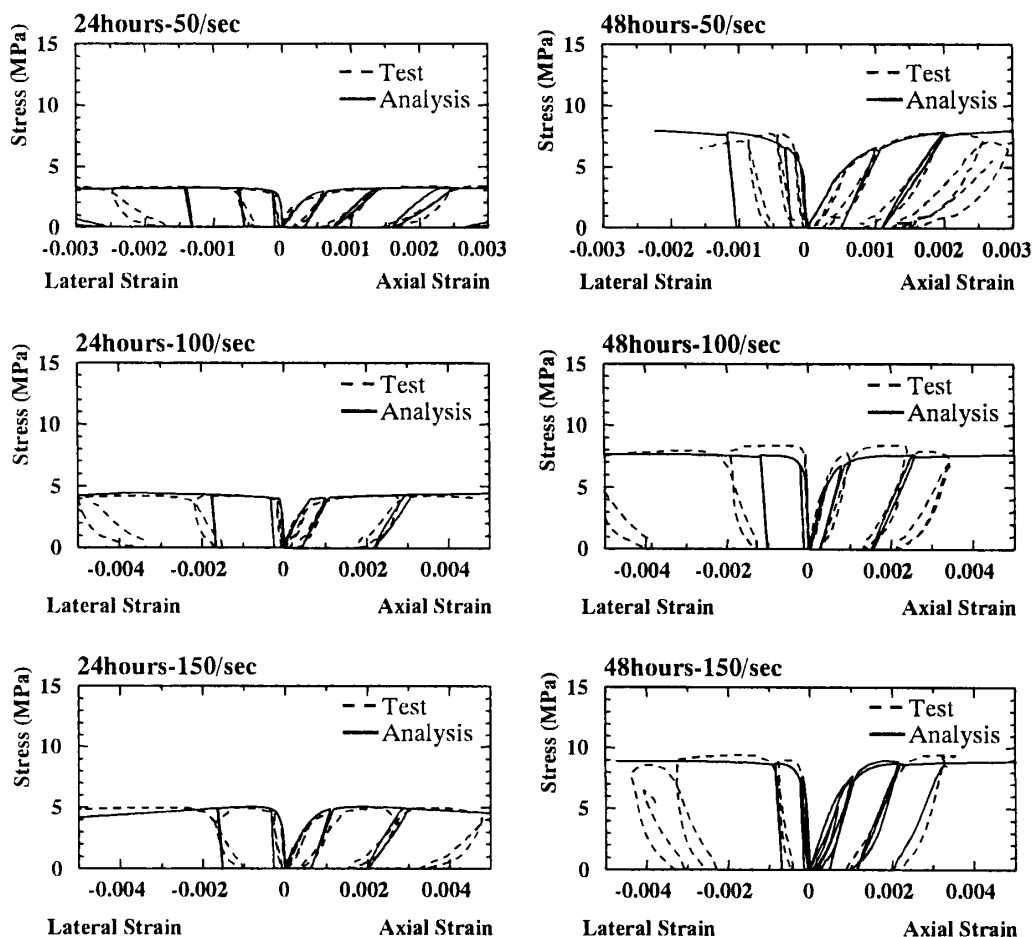


図-7 解析結果

但し、粘塑性パラメータ γ 、 n については軸方向および横方向で大体同じ程度の値となったため、表では軸と横方向で平均した値を示している。

表-1に示したパラメータを用いてFEMより元の繰り返し一軸圧縮試験を再現した結果を、図-7に示す。どのケースも軸、横方向共によく再現しており、本研究で提案した分離手法の妥当性が確認された。

4. 結論

本研究より以下の結論を得た。

- ・内部摩擦角の塑性ひずみによる変動を同定することにより軸及び横方向の応力依存性ひずみ成分を客観的に分離することが可能である。
- ・同定されたパラメータを用いてFEMによる再現を行った結果、その実験結果を精度良く表現することが出来、本手法の妥当性が

示された。

- ・本研究で再現した材齢以外、例えば材齢極初期において精度良い結果が得られるか、また配合の異なるコンクリートへの構成則の適用性が今後検討すべき課題である。

参考文献

- 1) 田辺忠顕・石川靖晃・安藤直樹: Visco-elastic and visco-plastic modeling of transient concrete, Proceedings of the EURO-C 1998 conference on computational modeling of concrete structures, pp.441-453, Mar. 1998.
- 2) 呉智深, 田辺忠顕: A Harding/Softening Modeling of Concrete Subjected to Compressive Loading, 構造工学論文集, Vol136b, 1990, pp153-161.