

## 論文 RC柱における曲げ破壊とせん断破壊の発生確率

中原浩之<sup>\*1</sup>・松村和雄<sup>\*2</sup>・崎野健治<sup>\*3</sup>・孫 玉平<sup>\*4</sup>

**要旨：**一定軸力下で曲げモーメントとせん断力を受ける322体のRC柱の実験結果を用いて、3個の曲げ強度式と6個のせん断強度式に対する実験強度の確率モデルを作成した。この確率モデルを用いて、RC柱が曲げ破壊する確率もしくはせん断破壊する確率を求める方法を提案する。また、曲げの設計強度に対するせん断の設計強度の比で表したせん断余裕度と曲げ破壊が先行する確率との関係を示す。

**キーワード：**RC柱, 曲げ破壊, せん断破壊, せん断余裕度, 確率モデル

## 1.はじめに

1968年十勝沖地震による鉄筋コンクリート構造の建物被害の中では、短柱の脆性的なせん断破壊が問題視され、以来、RC部材の設計にあたっては、脆性破壊を避けて曲げ降伏破壊先行の設計を行うことが重要であることは広く認識されている。しかしながら、各破壊形式の実際の終局強度は設計強度に対してばらつくため、設計耐力を単純に対比するだけでは、目標とする破壊形式を実現させることはできない。この問題に対して、「建築物の限界状態設計指針(案)第一版」<sup>[1]</sup>や江原ら<sup>[2]</sup>は、確率論を用いて鉄筋コンクリート部材のせん断および付着割裂破壊を防止するための指標を示している。文献[1]では、曲げ耐力を荷重、せん断および付着耐力を耐力とみなして荷重係数と耐力係数を算出し、これらの比と目標信頼性指標の関係を示している。このような確率的指標は、設計だけでなく耐震診断においても有用であり、一般的に利用されることが望ましいと考えられるが、文献[1]で取り上げられている耐力式は、梁と柱の曲げ終局耐力略算式、「鉄筋コンクリート造建物の靱性保証型

耐震設計指針(案)」<sup>[3]</sup>のせん断耐力式と付着耐力式の合計4つにとどまっている。

著者らは既に、一定軸力下で曲げモーメントとせん断力を受ける322体のRC柱の実験結果を用いて、既往の3個の曲げ強度式と6個のせん断強度式の精度を検証している<sup>[4]</sup>。本論では、既報[4]において検討を行った曲げ強度式とせん断強度式の強度予測のばらつきに確率分布の当てはめをおこなう。そして、強度式の組み合わせで決定されるせん断余裕度と期待されるRC柱の破壊形式の発生確率との関係を明確にして、RC柱の設計や耐震診断に有効と考えられる破壊形式の判定指標を示す。

## 2.実験資料と強度式

既報[4]において、強度式の精度の検証に用いた試験体は一定軸力下で曲げモーメントとせん断力を受けるRC柱で、総数は322体である。これらは1983年～1996年の日本建築学会大会学術講演梗概集と1986年～1996年のコンクリート工学年次報告論文集から得たものである。その概要を表1に示す。322体の試験体のうち232体は曲げ破壊、90体はせん断破壊を

表1 強度式に対する実験強度の確率モデルの作成に用いた試験体の特性

破壊形式	試験体数	断面せい (cm)	コンクリート強度 (MPa)	軸力比	せん断スパン比	主筋		帯筋	
						強度(MPa)	主筋比(%)	強度(MPa)	体積比(%)
曲げ	232	20~55	21~148	0.00~0.91	1.00~2.84	330~1003	0.81~4.42	224~2011	0.51~9.63
せん断	90	20~40	22~148	-0.23~0.69	0.98~2.00	333~1026	1.78~3.83	354~2011	0.26~3.81

*1	鹿児島大学工学部建築学科	助手	博士(工学)	(正会員)
*2	鹿児島大学工学部建築学科	教授	工博	
*3	九州大学大学院人間環境学研究科	教授	工博	(正会員)
*4	九州大学大学院人間環境学研究科	助教授	工博	(正会員)

起こしたものである。表1の試験体は、近年の実験研究より収集しているの、高強度材料を用いたものが数多く含まれている。

強度推定精度を検討したのは、曲げおよびせん断強度式である。曲げ強度式については3つで、崎野、孫の提案による崎野・孫略算式<sup>[5]</sup>と、日本建築学会の「建築耐震設計における保有水平耐力と変形性能」に示されている曲げ終局強度式<sup>[6]</sup>(以下、AIJ曲げ強度式と呼ぶ)、「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説」で推奨されているACI規準の曲げ終局強度式<sup>[7]</sup>(以下、ACI曲げ強度式と呼ぶ)である。

せん断強度式は6つで、日本建築センター「構造計算指針」で推奨されている修正大野・荒川式<sup>[8]</sup>、ACI規準のせん断強度式<sup>[9]</sup>(以下、ACIせん断強度式と呼ぶ)、建設省総プロNewRCにおける構造性能分科会に設けられたせん断WGの提案式<sup>[10]</sup>その1とその2(以下、それぞれ、せん断WG1、せん断WG2と呼ぶ)、「鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針・同解説」<sup>[11]</sup>のA法およびB法である。但し、A法についてはコンクリートの強度低減係数 $\nu$ を $\nu_c \sigma_B = 1.67_c \sigma_B^{0.667}$  ( $\sigma_B$ はコンクリートのシリンダー強度で、単位はMPa)としたときのせん断強度算定式<sup>[12]</sup>(以下、修正A法と呼ぶ)である。

3. 曲げ強度のばらつき

本論では、RC柱の曲げ強度とせん断強度の大小関係で破壊形式を予測する方法を採るが、両者の力を比較するために、曲げ破壊した部材の最大強度は、そのときに部材に作用しているせん断力で定義する。実験における曲げ破壊時のせん断力は、ばらつきを考慮して確率変数 $Q_0$ とし、強度式より得られる値は確定値として $t_0$ で表す。なお、実験より得られた曲げ強度は、軸力による付加曲げの影響を考慮

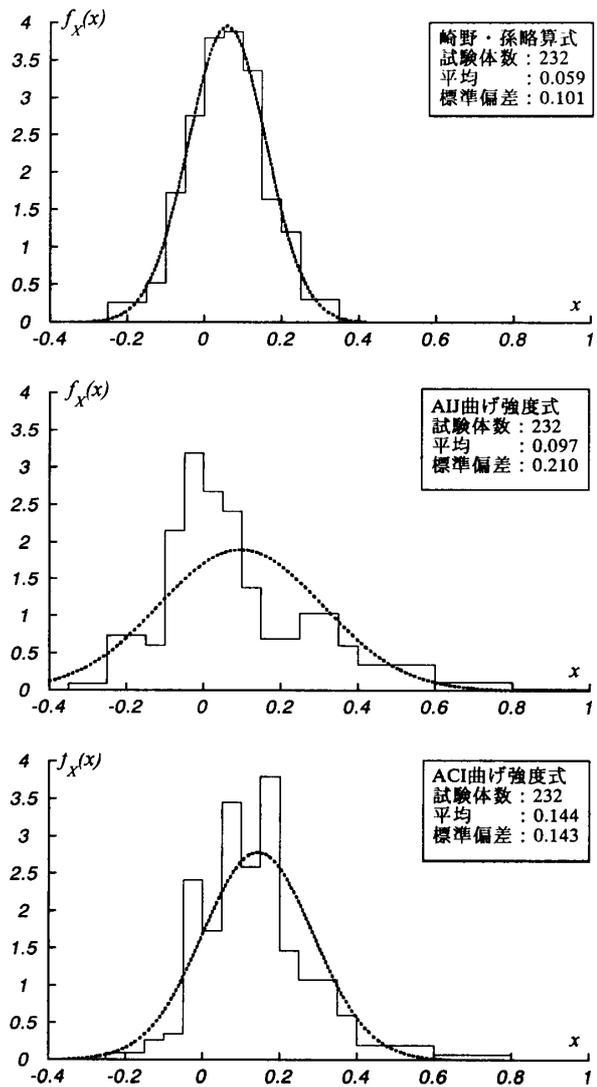


図1 Xの標本分布と確率分布(曲げ強度)

していない。

ここで、 $Q_0$ と $t_0$ の比の自然対数 $\ln(Q_0/t_0)$ を確率変数 $X$ とし、 $X$ の確率密度関数を $f_x(x)$ とする。3つの曲げ強度式によって算定される $X$ の相対度数分布を実線で表し、 $X$ を正規分布と仮定してモーメント法で推定して得られた確率密度関数 $f_x(x)$ を点線で表した、これらの比較を図1に示す。

表2 各曲げ強度式のパラメーターと適合度検定

曲げ強度式	軸力比	パラメーター			カイ2乗検定					
		試験体数	平均	標準偏差	自由度	偏差	限界値		正規性の仮説	
	$N/N_0$	$n$	$m$	$\sigma$	$K$	$\chi_0^2$	$c(1\%)$	$c(5\%)$	有意水準1%	有意水準5%
崎野・孫略算式	制限無し	232	0.059	0.101	7	3.0	18.5	14.1	棄却せず	棄却せず
AIJ曲げ強度式		232	0.097	0.210	12	70.9	26.2	21.0	棄却	棄却
ACI曲げ強度式		232	0.144	0.143	10	80.2	23.2	18.3	棄却	棄却
崎野・孫略算式	$N/N_0 \leq 0.5$	170	0.039	0.086	12	4.9	21.7	16.9	棄却せず	棄却せず
AIJ曲げ強度式		170	0.006	0.125	14	19.0	24.7	19.7	棄却せず	棄却せず
ACI曲げ強度式		170	0.092	0.095	12	16.4	21.7	16.9	棄却せず	棄却せず

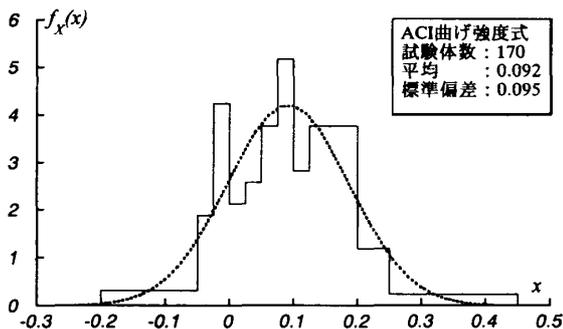
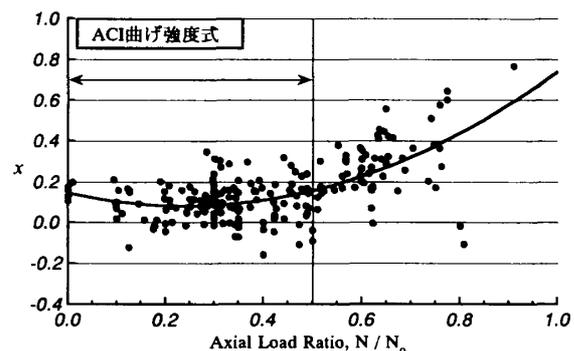
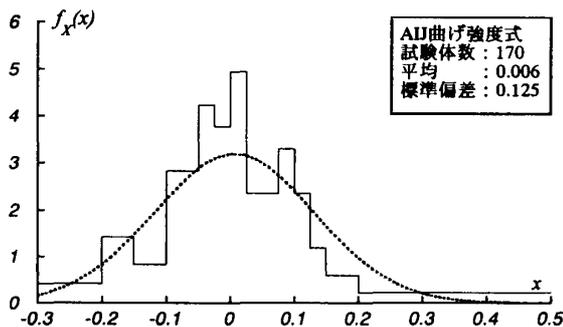
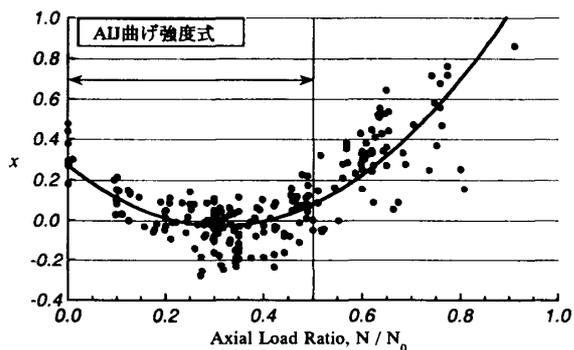
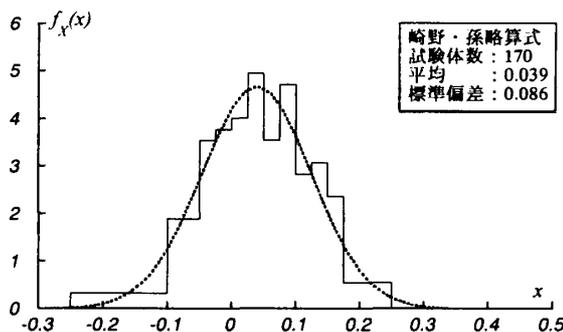
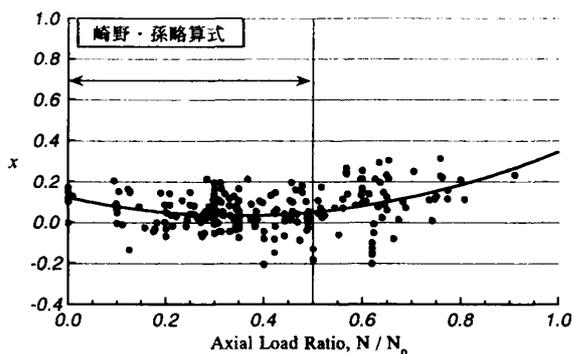


図2 曲げ強度式のばらつきと軸力比との関係

図3 Xの標本分布と確率分布(曲げ強度)

崎野・孫略算式によるXの分布は、正規分布で十分近似できると思われるが、AIJ曲げ強度式とACI曲げ強度式によるXの分布は正規分布とよく適合していないように見える。仮定した分布が標本が取り出された母集団の分布関数であるかを調べるために、カイ2乗検定による適合度検定を行った。この結果を表2に示す。表中の $\chi_0^2$ は、 $f_x(x)$ より期待される標本数と標本数との偏差の2乗の総和である。有意水準を決定した後、カイ2乗分布から限界値cを決めて、 $\chi_0^2$ との大小関係を調べている。ここでは、有意水準を1%と5%とした場合の限界値 $c(1\%),c(5\%)$ の値を示している。表2より、崎野・孫略算式によるXの分布は正規分布に従うという仮説は棄却できないが、他の2式については仮説は棄却される。

AIJ曲げ強度式とACI曲げ強度式についても、強度予測のばらつきを正規分布で近似する方法としては、非常にばらつく標本領域を何らかのパラメーターで制限すればよいと考えられる。文献[5]では、148体の試験体に対して、これら3つの曲げ強度式による精度の検討が行われており、予測精度は軸力比と強い相関があることが示されている。そこで、ばらつきの小さい軸力比の範囲で適合度を調べてみる。軸力比 $N_0$ とxとの関係を図2に示す。Nは試験体に載荷された軸力であり、 $N_0$ は試験体の断面積にコンクリートのシリンダー強度を乗じた値で、鉄筋が負担する軸力は無視している。なお、この散布図には2次曲線で表した回帰線を示しており、全体的な傾向が分かるようにしてい

る。図2より、軸力比の大きい範囲で、実験値が大きくばらつくので、軸力比が0.5以下を対象として、標本分布と確率分布の比較をしたのが図3である。この場合の適合度検定の結果も表2に示してある。図3および表2より、軸力比に関する適用範囲を制限すれば、全ての強度式によるXの分布が正規分布で近似できることが分かった。

4. せん断強度のばらつき

前節と同様に、実験から得られたせん断力を確率変数 $Q_s$ とし、せん断強度式より得られる計算値を $t_s$ で表す。さらに、これらの比の自然対数 $\ln(Q_s/t_s)$ を確率変数Yとし、Yの確率密度関数を $f_Y(y)$ とする。実験値の相対度数分布と当てはめた正規分布を図4に示す。ここでも、カイ2乗検定によるYの分布の正規

表3 各せん断強度式のパラメーターと適合度検定

せん断強度式	パラメーター			カイ2乗検定				正規性の仮説	
	試験体数	平均	標準偏差	自由度	偏差	限界値		有意水準1%	有意水準5%
	n	m	$\sigma$	K	$\chi_0^2$	c(1%)	c(5%)		
修正大野・荒川式	90	0.152	0.137	6	7.4	16.8	12.6	棄却せず	棄却せず
ACIせん断強度式	90	0.119	0.164	7	6.3	18.5	14.1	棄却せず	棄却せず
修正A法	90	-0.024	0.179	7	9.5	18.5	14.1	棄却せず	棄却せず
B法	90	-0.069	0.221	7	16.5	18.5	14.1	棄却せず	棄却
せん断WG1	90	0.195	0.166	6	4.4	16.8	12.6	棄却せず	棄却せず
せん断WG2	90	0.096	0.171	6	10.8	16.8	12.6	棄却せず	棄却せず

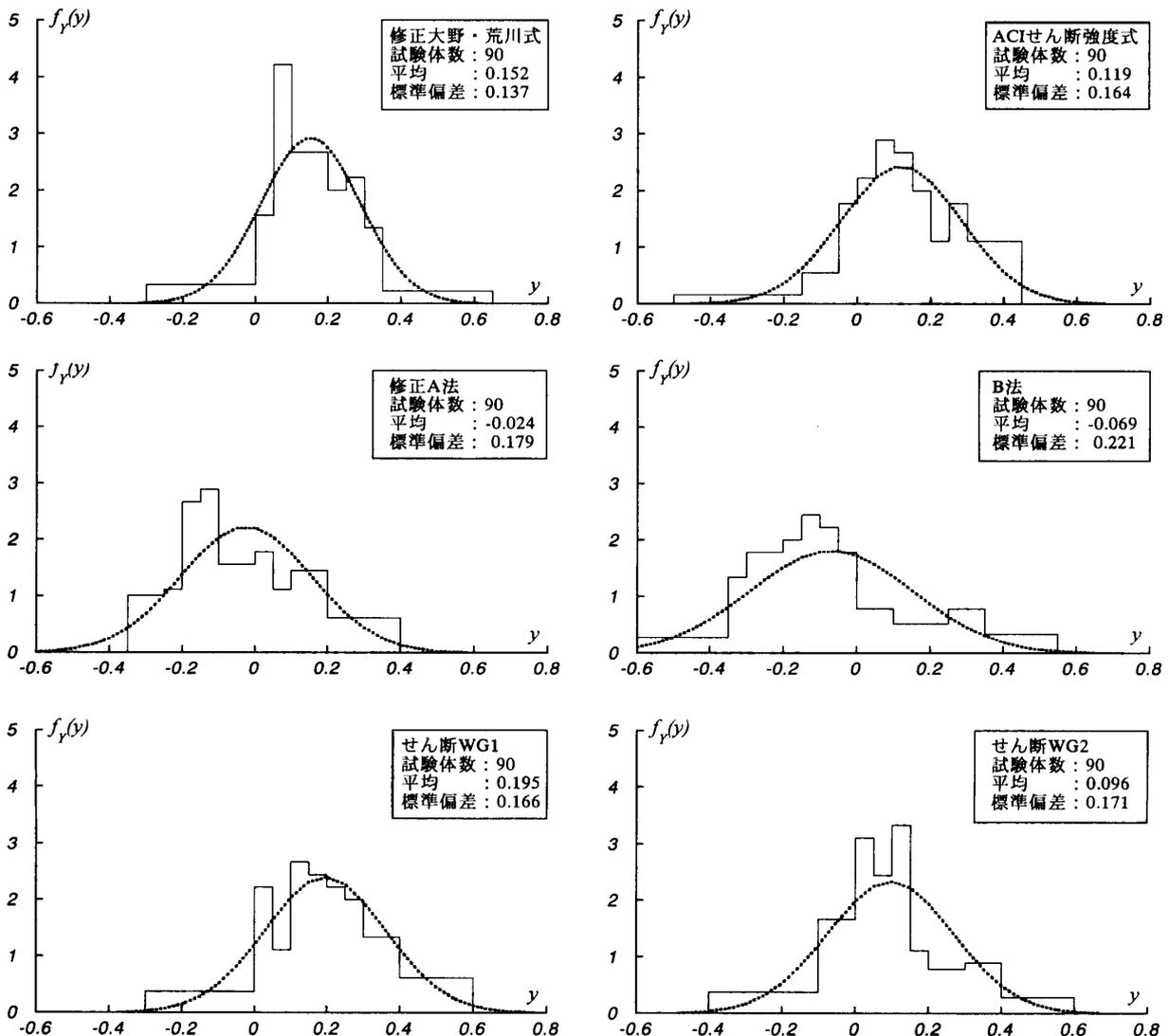


図4 Yの標本分布と確率分布（せん断強度）

性を検討しており、結果を表3に示す。有意水準が5%の場合、Yの分布が正規分布であるとする仮説は、B法を除く全ての強度式について棄却されない結果となった。また、修正A法とB法に関しては、計算値が実験値に対してやや危険側の評価となっている。実験値が計算値を下回った試験体の多くは降伏強度が500MPa以上の高強度横補強筋を用いたもので、このような柱を設計する際は注意が必要と思われる。

5. 破壊形式の発生確率

前節までで、曲げ破壊時のせん断力とせん断破壊時のせん断力を確率変数 $Q_b, Q_s$ で表した場合の確率密度関数を変換された確率変数X, Yを用いて定義した。X, Yに関する正規性の検定結果より、 $Q_b/t_b, Q_s/t_s$ は対数正規分布に従うと仮定する。ここで、曲げ破壊がせん断破壊に先行する確率を $P_s$ とする。 $P_s$ は、確率変数 $Q_b, Q_s$ の大小関係で表され、以下のように展開できる。なお、Probは確率を表す。

$$P_s = Prob[Q_b < Q_s] = Prob[t_b \exp(X) < t_s \exp(Y)] \quad (1)$$

RC部材の設計は、曲げに対する設計終了後に、その曲げ強度を確保するようにせん断補強するのが通常である。そこで、曲げの設計強度に対するせん断

の設計強度の比をせん断余裕度 $\xi$ とすると、 $\xi = t_s/t_b$ と表され、式(1)は式(2)の様に確率変数X, Yと $\xi$ で表すことができる。

$$P_s = Prob[t_b \exp(X) < \xi t_b \exp(Y)] = Prob[\exp(X) < \xi \exp(Y)] = Prob[X < Y + \ln(\xi)] \quad (2)$$

ここで、確率変数 $Z=X-Y$ を導入すると、

$$P_s = Prob[Z < \ln(\xi)] \quad (3)$$

と表せる。XとYが正規分布でかつ独立であると仮定すると、Zも正規分布となり次の関係が成立する。

$$m_z = m_x - m_y, \quad \sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (4)$$

ここに、  
 $m_x, \sigma_x$ : Xの平均と標準偏差  
 $m_y, \sigma_y$ : Yの平均と標準偏差  
 $m_z, \sigma_z$ : Zの平均と標準偏差

従って、せん断余裕度 $\xi$ と曲げ破壊がせん断破壊に先行する確率 $P_s$ との関係は式(5)のように表すことができる。与えられた $P_s$ に対する $\xi$ の算定には、式(6)を用いればよい。

表4 各強度式の組み合わせにおける $P_s, \xi$ の値

曲げ	せん断	修正大野・荒川式 ACIせん断強度式 修正A法 B法				せん断WG1	せん断WG2
	$P_s$	$\xi$					
崎野・孫略算式	0.95	1.21	1.29	1.52	1.69	1.20	1.33
	0.90	1.13	1.20	1.41	1.55	1.12	1.24
	0.80	1.05	1.11	1.29	1.39	1.03	1.14
	0.20	0.79	0.80	0.91	0.93	0.74	0.82
	0.10	0.73	0.74	0.83	0.83	0.68	0.75
	0.05	0.69	0.69	0.77	0.76	0.63	0.69
AIJ曲げ強度式 $N/N_0 \leq 0.5$	0.95	1.17	1.25	1.48	1.64	1.17	1.30
	0.90	1.10	1.16	1.36	1.49	1.08	1.20
	0.80	1.01	1.06	1.24	1.34	0.99	1.09
	0.20	0.74	0.75	0.86	0.87	0.69	0.76
	0.10	0.68	0.69	0.78	0.78	0.63	0.70
	0.05	0.64	0.64	0.72	0.71	0.59	0.65
ACI曲げ強度式 $N/N_0 \leq 0.5$	0.95	1.24	1.33	1.57	1.74	1.24	1.37
	0.90	1.17	1.24	1.46	1.60	1.15	1.28
	0.80	1.08	1.14	1.33	1.44	1.06	1.17
	0.20	0.82	0.83	0.95	0.96	0.77	0.84
	0.10	0.76	0.76	0.87	0.86	0.71	0.77
	0.05	0.72	0.71	0.80	0.79	0.66	0.72

$$P_s = \Phi \left\{ \frac{\ln(\xi) - m_z}{\sigma_z} \right\} \quad (5)$$

$$\xi = \exp \left[ m_z + \sigma_z \Phi^{-1}(P_s) \right] \quad (6)$$

ここに、 $\Phi()$  は標準正規分布関数で、 $\Phi^{-1}()$  はその逆関数である。曲げとせん断の強度を算定した各強度式におけるXとYの平均および標準偏差が得られれば、式(6)を用いて曲げ破壊先行の確率 $P_s$ に対するせん断余裕度 $\xi$ を算定できる。各式の平均および標準偏差は、収集した実験資料によって異なる値となるが、本論で示した実験資料から得た値を用いた場合の各強度式の組み合わせにおける $P_s$ と $\xi$ の関係を表4に示す。せん断破壊を先行させる柱の設計は、実際には行われませんが、実験等の研究分野で必要となることを考慮してこの確率についても示す。表4では、 $P_s$ の値を95%,90%,80%,20%,10%,5%の6通り設定して、これに対応する $\xi$ の値を調べている。

例えば、曲げの設計に崎野・孫略算式、せん断に修正大野・荒川式を用いた場合、せん断破壊が起こる確率を5%以下にするためには、せん断余裕度 $\xi$ を1.21以上に設計すればよい。せん断強度式に関して、修正A法およびB法は、平均が小さいため、曲げ破壊を先行させるためには比較的大きなせん断余裕度を必要とする。一方、曲げ強度式に関しては、軸力比による適用範囲を制限することでほぼ同等のばらつきとなっているので、式によってせん断余裕度が大きく変化することはない。勿論、表3の結果は表1に示している実験結果に基づく平均と標準偏差を用いた場合で、他の実験結果を用いれば表の値は変化する。

## 6. まとめ

一定軸力下で曲げモーメントとせん断力を受ける322体のRC柱の実験結果に基づいて、3つの曲げ強度式と6つのせん断強度式による実験強度の比の確率分布が対数正規分布で表されることを示した。この確率モデルを用いてRC柱が曲げ破壊する確率もしくはせん断破壊する確率を求める方法を提案した。具体的には、せん断の設計強度と曲げの設計強

度が与えられた場合の曲げ破壊先行の確率の算定と、逆に指定した破壊形式の実現確率を設定した場合のせん断余裕度の算定法を示した。しかしながら、本論では、脆性的な破壊形式の一つである付着割裂破壊については言及していない。また、鉄筋およびコンクリートの材料強度に関しても検討を行っていない。今後はこの部分について研究を進めて行く必要があると考えられる。また、強度だけでなく変形性能に関する考察も必要になると考えられる。

<謝辞> 本研究のデータベースの作成にあたっては九州芸術工科大学助手・吉岡智和先生に多大な協力を得ました。ここに深く感謝致します。

## <参考文献>

- [1] 日本建築学会限界状態設計法小委員会：建築物の限界状態設計指針（案）第一版，pp.59-121，1999.4.
- [2] 江原礼子，前田匡樹，永井覚：材料強度および耐力評価式のばらつきがRC部材耐力および破壊形式に及ぼす影響，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.21，No.1，pp.433-438，1999.7.
- [3] 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の靱性保証型耐震設計指針（案），1997.7.
- [4] 中原浩之，崎野健治，孫玉平：RC柱の破壊形式予想精度に関する検討，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.19，No.2，pp.909-914，1997.6.
- [5] 孫玉平，崎野健治，吉岡智和：直線型横補強筋により拘束された高強度RC柱の曲げ性状，日本建築学会構造系論文集，第486号，pp.95-106，1996.8.
- [6] 日本建築学会：建築耐震設計における保有水平耐力と変形性能，pp.396-397，1990.
- [7] ACI Committee 318, 'Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89)', American Concrete Institute, Chap.10, 1989.
- [8] 柴田拓二：鉄筋コンクリート部材の脆性破壊時耐力推定式の検討，コンクリート工学，Vol.18，No.1，pp.26-37，1980.1.
- [9] ACI Committee 318, 'Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89)', American Concrete Institute, Chap. 11, 1989.
- [10] 倉本洋，他：柱部材に対するNewRCせん断強度式の耐力予想精度，日本建築学会大会，pp.705-706，1993.9.
- [11] 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針・同解説，pp.104-109，1990.
- [12] 慶祐一，他：高強度コンクリートを用いた梁のせん断強度に関する研究 その1～その2，日本建築学会大会，pp.269-272，1991.9.
- [13] 神田順編：限界状態設計法のすすめ，建築技術，1993.