Japan Concrete Institute

論文　コンクリート構造物の圧縮せん断破壊に対する回転分散ひび割れモデルを使った数値解析的研究

金指　成昭[*1]・金子　佳生[*2]・三橋　博三[*3]

要旨：本研究では，コンクリート構造の圧縮せん断破壊に対してモードⅠ破壊パラメータを用いた数値解析を行い，ひび割れ挙動及び全荷重－変位特性を評価する上での解析モデルの適用性を検討した。ここでは，水平ノッチ付きコンクリート構造の一面せん断実験，及び鉄筋コンクリートディープビームせん断実験を対象に，回転分散ひび割れモデルを用いた非線形有限要素法による数値解析を行った。また，有限要素寸法に着目し，圧縮せん断破壊現象評価にどのような影響を与えるかを示した。

キーワード：圧縮せん断破壊，非線形有限要素法，要素寸法依存性，一面せん断実験，ディープビーム

1. はじめに

複合応力を受けるコンクリートの混合モード破壊挙動はひび割れの発生を起点とした極めて複雑な非線形現象であり，モードⅠ破壊パラメータを用いた力学モデルのみでは評価することが困難な現状にある。これは複数あるいは未確認の破壊モードが混在し，またこれらが相互に影響し合うことが一因であると考えられる。こういった研究背景に対し，（社）日本コンクリート工学協会「コンクリートの破壊特性の試験方法に関する研究委員会」では，混合モード破壊と考えられる種々のせん断破壊実験を実施し，引張軟化特性をベースにした数値解析により，せん断破壊現象を再現できるかどうかを検証するための共通試験を実施した。

本研究は，この共通試験で取り上げられたせん断破壊実験に対して，モードⅠ破壊パラメータを用いた数値解析を行い，コンクリート構造の圧縮せん断破壊現象を評価する上での，解析モデルの適用性を検討したものである。

2. 解析対象モデル

解析の対象とした実験は，ひび割れ現象と圧壊現象が相互に影響し合う試験として，水平ノッチ付きコンクリート試験体の一面せん断実験（**図－1**），及びRCディープビームのせん断実験（**図－2**）である。

一面せん断実験は，ノッチ間隔と試験体高さの比がせん断破壊機構に与える影響を評価するため，ノッチ間隔 a=60mm，100mm の2ケースを対象とした。RCディープビーム実験は，せん断補強筋を有しない，せん断スパン有効高さ比1.0の試験体を対象とした。

3. 非線形有限要素法解析

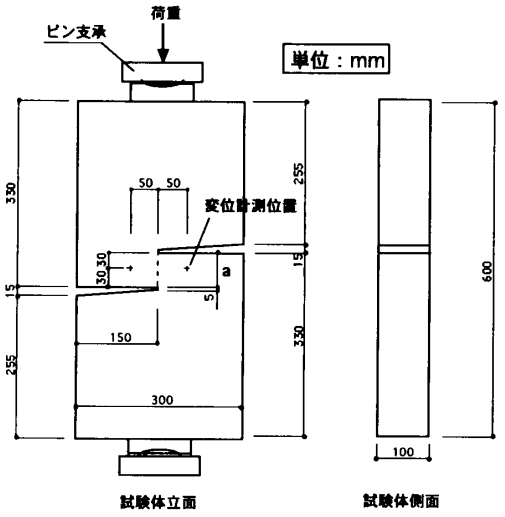
解析は，有限要素法プログラム SBETA[1]を用いて，四角形要素による平面応力解析を行った。ひび割れモデルは，モードⅠ破壊挙動に着目して回転分散ひび割れモデルを採用した。回転分散ひび割れモデルでは，主応力の方向は主ひずみの方向と一致し，ひび割れ面にはせん断ひずみは発生せず，2つの直交する主応力だけが定義される。載荷中に主ひずみの軸が回転すると，それにあわせてひび割れの方向も回転する。また，2軸応力場に対して Kupfer の2軸強度包絡線[2]により有効強度を評価し，2軸応力状態を等価1軸応力-ひずみ関係[3]に近似する。

3.1 構成則

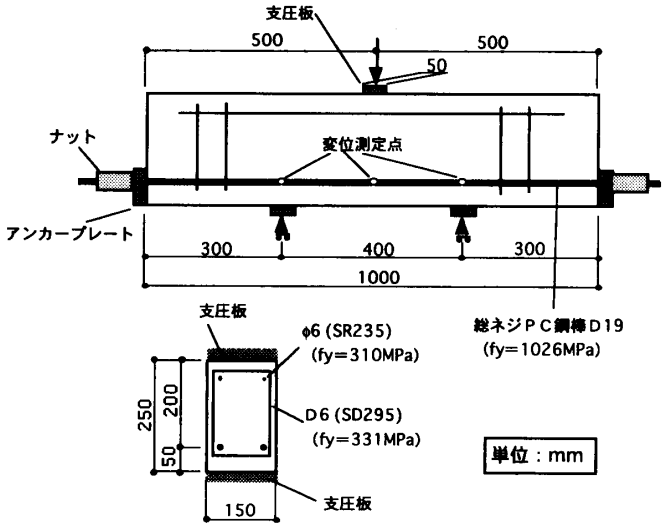
引張強度に達するまでのひび割れ発生前の引張構成モデルは，線形弾性モデルとする。またひび割れ発生後は，式（1）に示すように応力-ひび割れ開口変位関係による Hordijk の指数関数モデル[4]とする。

*1　東北大学　工学研究科　都市・建築学専攻（正会員）
*2　東北大学助教授　工学研究科　都市・建築学専攻　Ph.D.（正会員）
*3　東北大学教授　工学研究科　都市・建築学専攻　工博（正会員）

NII-Electronic Library Service



図－1　一面せん断実験 (a=60mm)



図－2　ＲＣディープビームせん断実験

$$\frac{\sigma_t}{f_t^{ef}} = \left\{1+\left(3.0\frac{w_t}{w_t^{cr}}\right)^3\right\}e^{\left(-6.93\frac{w_t}{w_t^{cr}}\right)} - \frac{w_t}{w_t^{cr}}\left(1+3.0^3\right)e^{(-6.93)} \tag{1a}$$

$$w_t^{cr} = 5.14\frac{G_F}{f_t^{ef}} \tag{1b}$$

式中，σ_t は引張応力度，f_t^{ef} は２軸強度包絡線 [2]に基づく有効引張強度，w_t はひび割れ開口変位，w_t^{cr} は限界ひび割れ開口変位，G_F はモードⅠ破壊エネルギをそれぞれ示す。ひび割れ開口変位 w_t は，コンクリートの破壊進行領域に対応する有限要素の内部で消散される破壊エネルギーを一定とするように破壊進行領域の引張軟化則を規定するひび割れ帯モデル [5]に基づいて，引張ひずみより評価する。

圧縮構成モデルは式（2）に示すように，圧縮強度に達するまでは，応力-ひずみ曲線によるパラボラ近似とする。また圧縮強度以後は，Van Mier[6]のコンクリートの圧縮実験で指摘された，寸法効果の影響が少ない応力-圧縮変位関係による線形モデルとした。

圧縮強度到達前

$$\frac{\sigma_c}{f_c^{ef}} = \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^2 \tag{2a}$$

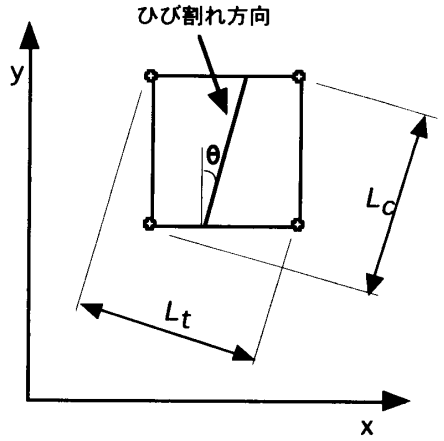
$$\varepsilon_{c0} = \frac{2f_c^{ef}}{E_0} \tag{2b}$$

圧縮強度到達後

$$\frac{\sigma_c}{f_c^{ef}} = 1.0 - \frac{w_c}{w_c^{cr}} \tag{2c}$$

式中，σ_c は圧縮応力度，f_c^{ef} は２軸強度包絡線 [2]に基づく有効圧縮強度，ε_c は圧縮ひずみ，E_0 は初期弾性係数，w_c は圧縮強度後の圧縮変位，w_c^{cr} は圧縮強度後の限界圧縮変位で Van Mier[6] のコンクリートの圧縮実験で測定された値 0.5mm を採用した。圧縮変位 w_c は，引張におけるひび割れ帯モデル [5]と同様な考えに基づいて，圧縮ひずみより評価する。

ひずみに乗じてひび割れ開口変位 w_t，及び圧縮強度後の圧縮変位 w_c を評価するための損傷幅 L_t'，L_c' は，



図－3　主応力方向に対する要素寸法投影長さ

NII-Electronic Library Service

Japan Concrete Institute

図−3 に示すように主応力方向に対して要素寸法の投影長さ L_n, L_c に式 (3) の γ を乗じて評価する[7]。

$$L_t' = \gamma L_t \quad , \quad L_c' = \gamma L_c \tag{3a}$$

$$\gamma = 1.0 + 0.5\frac{\theta}{45} \quad , \quad \theta \in \langle 0, 45 \rangle \tag{3b}$$

式中，γ は要素面に対しひび割れ方向が傾いた場合の補正係数である。θ は要素面とひび割れ面との角度である。要素面とひび割れ方向が平行な場合（$\theta=0$）は $\gamma=1.0$ となり、45 度の角度を持つ場合は $\gamma=1.5$ となる。

ひび割れ要素の直交方向圧縮強度低減率 r_c は，式 (4) の Kolleger 等の実験式[8]により評価する。

$$f_c'^{ef} = r_c f_c', \quad r_c = c + (1-c)e^{-(128\varepsilon_t)^2} \tag{4}$$

式中，f_c' は 1 軸圧縮強度，ε_t はひび割れ開口ひずみを示す。本解析では，最大強度低減率：c=0.35 とする。

3.2 解析モデル

一面せん断実験及びＲＣディープビーム実験に対して，四角形平面応力要素を使った有限要素モデルを図−4（ノッチ間隔 a=60mm の場合）と図−5 にそれぞれ示す。また，解析で使用した材料物性を表−１に示す。ディープビームモデルは，対称性を考慮して 2 分の 1 モデルとした。解析は，図の境界条件に従った載荷点変位制御に対し，Newton-Raphson 法により解を得た。図のモデルは，要素数がそれぞれ 1864 個（一面せん断実験）及び 1894 個（ＲＣディープビーム実験）と比較的細かくしたものを，基本メッシュモデルとする。これに対し，破壊領域の要素寸法を約 2×2 倍とした拡大メッシュモデルを構築し，要素寸法依存性を検討する。拡大メッシュモデルの要素数はそれぞれ 580 個（一面せん断実験）及び 812 個（ＲＣディープビーム実験）である。

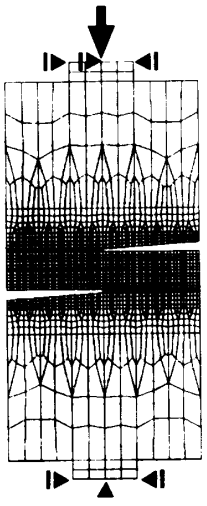
ＲＣディープビームモデルにおいて，載荷板直下の要素（図−5 のハッチ部分）は，載荷板の拘束による３軸圧縮場を考慮して強度を 80%増大させた[9) 10)]。また，鉄筋は軸方向剛性のみ考慮した完全付着型離散バー要素を使った完全弾塑性モデルとした。鉄筋の付着破壊によるすべりに関しては，鉄筋周辺のコンクリート要素がひび割れあるいは圧壊することにより生じる，鉄筋とコンクリートの相対変位により，マクロレベルで評価できると考えられる。

表−１ 材料物性

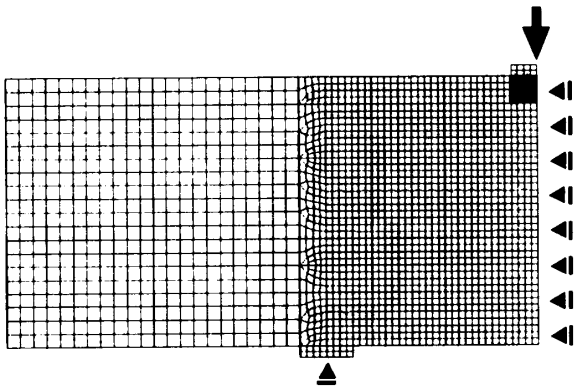
	f_c (MPa)	f_t (MPa)	E_0 (GPa)	G_F (N/mm)
一面せん断	29.0	1.79	32.9	0.1
ディープビーム	37.1	2.02	38.7	0.156

4 解析結果と考察

図−6, 7 に一面せん断実験に対する最大荷重時のひび割れ状況図とノッチ間の最大荷重後の圧壊状況図を，図−8 にＲＣディープビーム実験に対する最大荷重時のひび割れ圧壊状況図をそれぞれ示す。図中，太いひ



図−4 一面せん断実験有限要素モデル（a=60mm）



図−5 ＲＣディープビーム実験有限要素モデル

NII-Electronic Library Service

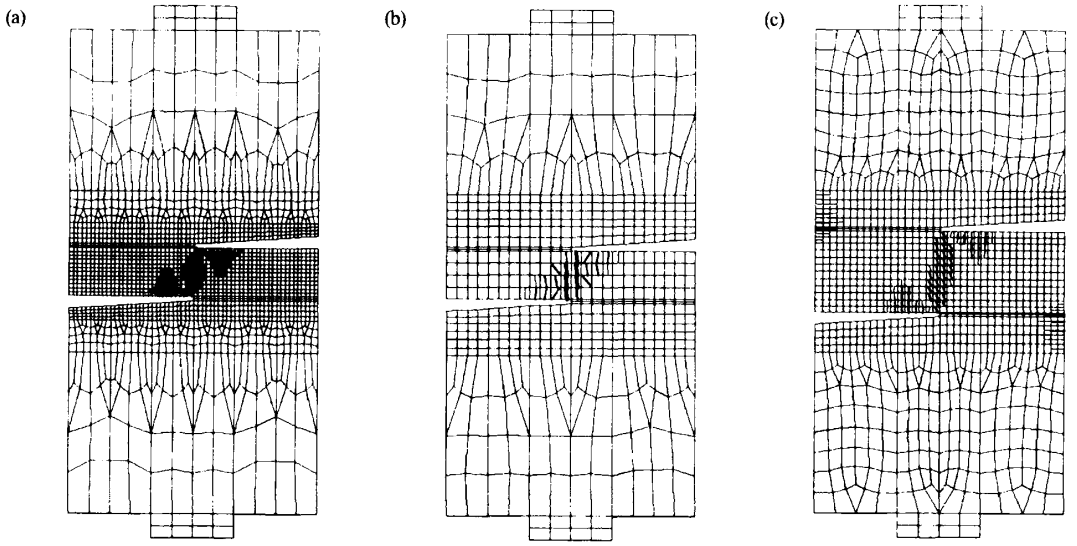
Japan Concrete Institute

び割れ線はより大きなひび割れ幅を示しており，ハッチ部分はコンクリートの圧壊を示す。また，**図－9，10**には両実験に対する荷重－変位関係をそれぞれ示す。

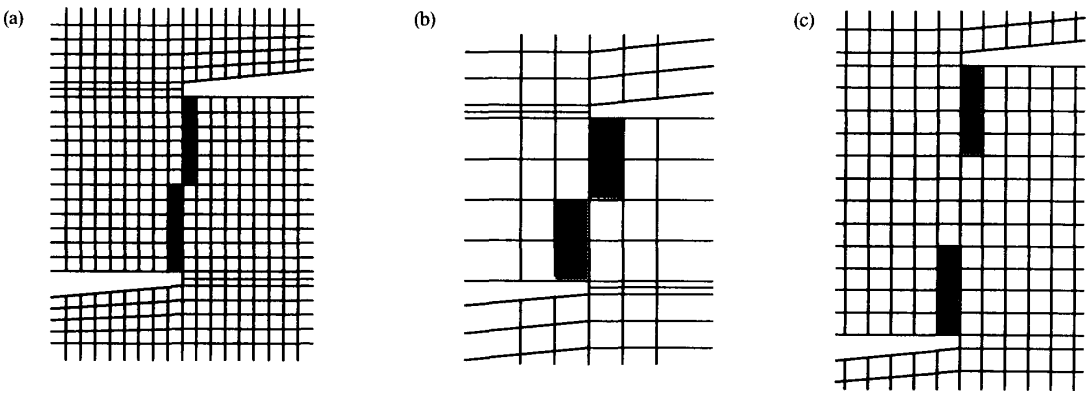
4.1 一面せん断実験

最初にひび割れ挙動について考察する。基本メッシュモデルのa=60mmの試験体は，最大荷重の約35%，60%でノッチ面にそった曲げひび割れとノッチ間中央部付近の斜めひび割れがそれぞれ発生した。その後，上下のノッチ先端に向かい斜めひび割れが進展し最大荷重にいたった。最大荷重直後は，上下ノッチ先端をつなぐせん断面に隣接するひび割れた要素に急激な圧壊が発生した。このひび割れ挙動は，類似の間接一面せん断実験[11]において観察されたひび割れ挙動と比較的良い一致をみた。これに対し，拡大メッシュモデルのa=60mmの試験体も，同様なひび割れ挙動を示したが，要素寸法が大きいためひび割れ領域は集中している(**図－6b**)。a=100mmの試験体は，最大荷重の約55%，60%，70%でノッチ面にそった曲げひび割れ，ノッチのない側面の曲げひび割れ，及びノッチ間中央部付近の斜めひび割れがそれぞれ発生した。ノッチのない側面の曲げひび割れは，a=60mmの試験体では見られず，ノッチ間隔が大きくなることによるせん断耐力の増大により曲げひび割れが発生したものと考えられる。

次に荷重－変位関係について考察する。**図－9**の変位は，左右の計測点鉛直相対変位で評価した。図中，解析結果の妥当性を評価するため類似の間接一面せん断実験（コンクリート圧縮強度 f'_c=22.6MPa）[11]において得られた平均せん断強度から算出した最大荷重をあ



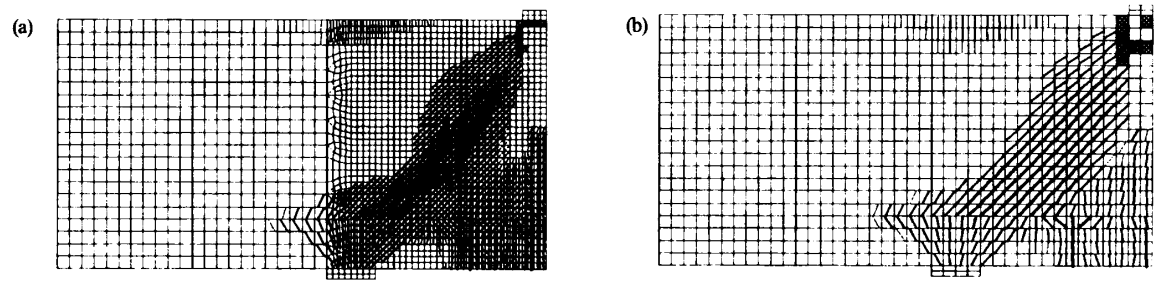
図－6　最大荷重時ひび割れ状況: (a)基本メッシュ(a=60mm)，(b) 拡大メッシュ(a=60mm)，(c) (a=100mm)



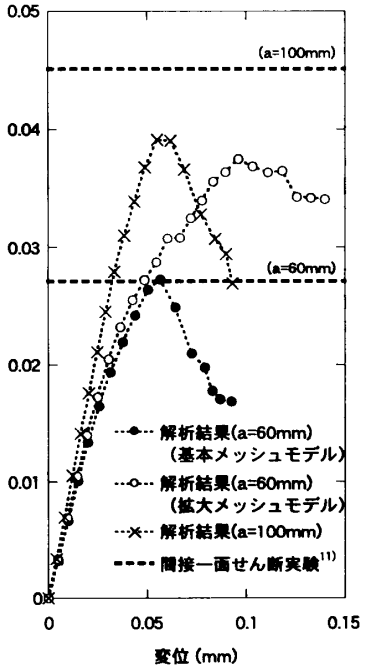
図－7　最大荷重後の圧壊状況: (a)基本メッシュ(a=60mm)，(b) 拡大メッシュ(a=60mm)，(c) (a=100mm)

NII-Electronic Library Service

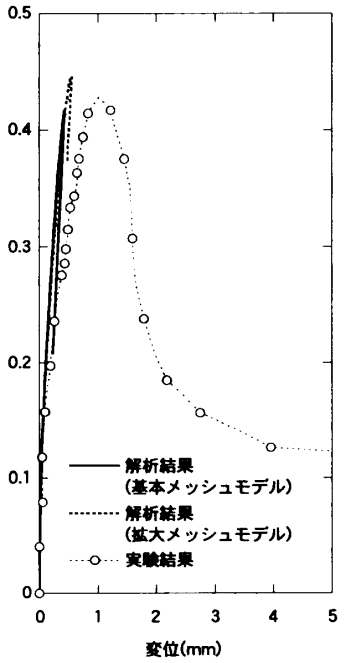
Japan Concrete Institute



図－８　最大荷重時ひび割れ圧壊状況: (a)基本メッシュ，(b) 拡大メッシュ



図－９　荷重—変位関係（一面せん断実験）



図－１０　荷重—変位関係（ディープビーム実験）

わせて示す。基本メッシュモデルの a=60mm の試験体の最大荷重は，間接一面せん断実験結果とほぼ一致したが，a=100mm の試験体はかなり低い値をとった。これは，先に述べたノッチのない側面の曲げひび割れなどのひび割れ挙動の違いに起因すると思われる。

一方，拡大メッシュモデルの a=60mm の試験体は，基本メッシュモデルに対し約 38％大きな最大荷重を示した。線形解析においても，拡大メッシュモデルの荷重－変位関係の勾配は，基本メッシュモデルのそれに対し，約７％高い値を示しており，要素分割に伴うひずみ分布の差による影響が生じていると考えられる。また，最大荷重時のノッチ間のひび割れた要素の引張主ひずみに着目すると，基本メッシュモデルで平均 0.004043，拡大メッシュモデルでは平均 0.002607 と大きな差が生じている。これは，ひび割れ幅を要素寸法で除して算出したひび割れ開口ひずみが，要素の大きさに影響を受けたためと考えられる。このため，基本メッシュモデルの最大荷重時に発生したノッチ間のひび割れた要素の圧縮強度低減率 r_c は，基本メッシュモデルで平均 0.8449，拡大メッシュモデルでは平均 0.9249 となっており，さらに，最大荷重直後は，基本メッシュモデルは平均 0.3557，拡大メッシュモデルでは平均 0.7705 と大きな差が生じた。即ち，式 (4) のひび割れ開口ひずみ ε_t が要素寸法の影響を大きく受けたためと考えられる。

4.2 RC ディープビームのせん断実験

最初にひび割れ挙動について考察する。基本メッシュモデルの試験体は，最大荷重の約１０％，２０％で

NII-Electronic Library Service

Japan Concrete Institute

曲げひび割れ及び支点と載荷点とを結ぶ斜めひび割れがそれぞれ発生，進展し，ひび割れ幅も拡大していった。その後載荷点直下及び近傍の，要素の圧壊により最大荷重にいたり，鉄筋の降伏及び梁高さ中央部の斜めひび割れ間でのコンクリートストラットの圧壊は見られなかった。共通試験後公開された実験結果においても，同様なひび割れ挙動と載荷点下及び支点部分に圧壊現象が観察された。これに対し，拡大メッシュモデルの試験体も，同様なひび割れ挙動を示し，一面せん断実験に比べひび割れ領域の集中度合の差は小さい。

次に荷重－変位関係について考察する。図－10 の変位は，引張鉄筋位置での支持点と載荷点の間の鉛直相対変位で評価した。図中，解析結果の妥当性を評価するため共通試験後公開された実験結果をあわせて示す。基本メッシュモデルは，全般に高い剛性を示しているが，実験結果の最大荷重をほぼとらえている。

一方，拡大メッシュモデルの試験体は，基本メッシュモデルに対し約 11％大きな最大荷重を示した。線形解析においては，拡大メッシュモデルと基本メッシュモデルに剛性の違いは見られず，要素分割に伴うひずみ勾配の影響はないと考えられる。また，一面せん断実験に比べ，ひび割れ要素の圧壊が顕著でなく，要素寸法依存性は小さい結果となった。

5 まとめ

本研究では，コンクリート構造の圧縮せん断破壊に対してモード I 破壊パラメータを用いた数値解析を行い，ひび割れ挙動及び全荷重－変位特性を評価する上での解析モデルの適用性を検討した。ここでは，水平ノッチ付きコンクリート構造の一面せん断実験，及び RC コンクリートディープビームせん断実験を対象に，回転分散ひび割れモデルを用いた非線形有限要素法による数値解析を行い，以下の結論を得た。

1）一面せん断実験の解析は，ひび割れ挙動及び最大荷重に関して，類似の間接一面せん断実験結果と比較的良い一致をみたが，解析結果は大きな要素寸法依存性を示した。また，ノッチ間隔 60mmの試験体と 100mm の試験体で明らかなひび割れ挙動及びせん断強度の違いがみられ，ノッチ間隔と試験体高さの比がせん断破壊機構に大きな影響を与えることも判明した。

2）ディープビームせん断実験の解析は，ひび割れ挙動及び最大荷重に関して，実験結果と比較的良い一致をみた。また，一面せん断実験と比較して要素寸法依存性が小さいことが確認された。

謝辞

本論文では，（社）日本コンクリート工学協会主催によるコンクリートの破壊特性の試験方法に関する共通試験で行われた実験結果を引用した。ここに記し，謝意を表する。

参考文献

1) SBETA: SBETA Computer program for nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures in plane stress state, Program documentation, Cervenka Consulting, Prague, 1997.
2) Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., Rusch, H. : Behavior of Concrete under Biaxial Stress, ACI Journal, V.66, No.8, Aug., pp.656-666, 1969.
3) Chen, W.F, Saleeb, A.F. : Constitutive Equations for Engineering Materials, John Willey & Sons, 1982.
4) Hordijk, D.A. : Local Approach to Fatigue of Concrete, Doctoral Dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands, 1991.
5) Bazant, ZP. and Oh, B.H. : Crack Band Theory for Fracture of Concrete, Materials and Structures, RILEM, Vol. 16, pp.155-177, 1983.
6)Van, M., J.G.M.: Multiaxial Strain-softening of Concrete," Part I: Fracture, Materials and Structures, RILEM, Vol. 19, No.111, 1986.
7)Cervenka, V., Pukkl, R., Ozbolt, J. and Eligehausen, R. : Mesh Sensitivity Effects In Smeared Finite Element Analysis of Concrete Fracture, FRAMCOS-2, pp.1387-1396,1995.
8)Kollegger, J. - Mehlhorn, G. : Experimentelle und Analytische Untersuchungen zur Aufstellung eines Materialmodels fuer Gerissene Stahbetonscheiben, Nr.6 Forschungsbericht, Massivbau, Gesamthochschule Kassel, 1988.
9)二羽淳一郎（1983）：ディープビーム的鉄筋コンクリート部材のせん断耐荷機構，博士論文，東京大学.
10)Yoshio, K. and Hirozo, M. (2001):Numerical Study on Shear Behavior of Reinforced Concrete Simple Beams With Different Shear-Span Ratio－異なるせん断スパン比を持つ鉄筋コンクリート単純梁のせん断挙動に関する数値解析的研究，日本建築学会構造系論文集，第５４４号，６月，印刷中.
11)魚本健人，峰松敏和：コンクリートのせん断強度試験方法に関する基礎的研究，コンクリート工学，Vol. 19，No. 4，pp.106-117, 1981.4.

NII-Electronic Library Service