

## 論文 フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析

富山 潤<sup>\*1</sup>・山田 義智<sup>\*2</sup>・伊良波 繁雄<sup>\*3</sup>・矢川 元基<sup>\*4</sup>

**要旨**：本研究は、フレッシュコンクリートの流動挙動を解析的に求めることを目的とするものである。従来用いられている求解法としてフレッシュコンクリートを連続体または非連続体としてモデル化したものがある。前者はMAC(Marker and Cell)法や粘塑性有限要素法など、後者は粘塑性サスペンション要素法や個別要素法などである。本論文では、流動解析の求解法として移動境界問題の解析に適しているフリーメッシュ法を採用し、その適用性と問題点を検討した。検討はLフロー試験を対象に解析を行い、良好な結果を得た。

**キーワード**：フリーメッシュ法、流動解析、レオロジー、Lフロー試験

## 1. はじめに

近年、多種多様なコンクリートが開発され、それらのなかにはフレッシュ時の流動特性が従来のコンクリートの範囲を大幅に越えるものもあり、その流動特性を力学的に評価しようとするレオロジー的な研究が盛んに行われている<sup>1)</sup>。

フレッシュコンクリートの流動挙動を解析的に求める手法として、フレッシュコンクリートを連続体または非連続体としてモデル化した手法がある。代表的なものとして前者にはMAC(Marker and Cell)法<sup>2), 3)</sup>や粘塑性有限要素法<sup>4), 5)</sup>、後者には粘塑性サスペンション要素法<sup>6)</sup>や個別要素法<sup>7)</sup>などがある。

差分法であるMAC法は流動解析に適しているが、セルのサイズや流動条件によっては空セルが生じたり、複雑な境界条件を有する問題には適用困難である。また、有限要素法(FEM)による解法では、要素の形状や境界の近似精度などが解の精度を左右する。そのため、流動解析などのように変形の大きな問題では、変形前と同じ要素一節点コネクティビティのままだと変形の著しい領域でいびつな要素を作り、解が発散する可能性が高い<sup>4)</sup>。また、粘塑性サスペンション要素法や個別要素法はフレッシュコン

クリートを骨材とモルタルとの2相材料にモデル化したアプローチで、MAC法やFEMで表現できない材料の分離を表現できる。しかし、粘塑性サスペンション要素法や個別要素法は計算量が多く、また、個別要素法においては、実験で測定されたレオロジー定数を直接関連付けられない点などの課題が挙げられる<sup>1)</sup>。

メッシュレス法の一つでフリーメッシュ法(FMM)がある<sup>8)</sup>。FMMは有限要素法(FEM)をベースとした解析手法で、入力データとして節点情報のみで良く、すべての処理を節点毎に行うことができ、アダプティブ解析や並列計算に適している。本研究はこのFMMをフレッシュコンクリートの流動解析に適用し、その有用性と問題点を検討する。

本手法では、フレッシュコンクリートの構成則として、ビンガムモデルを用いた。また、ここでは、材料非線形性と非圧縮性を考慮し、運動方程式の解法として文献(4)に示されている手法をFMMに応用した。

## 2. フリーメッシュ法

## 2.1 基本アルゴリズム

FMMの基本アルゴリズムは、領域内の各節

\*1 琉球大学工学部環境建設工学科 博士(工学) (正会員)

\*2 琉球大学工学部環境建設工学科 博士(工学) (正会員)

\*3 琉球大学工学部環境建設工学科 博士(工学) (正会員)

\*4 東京大学大学院工学系研究科工学部システム量子工学専攻 工学博士

点毎（中心節点または着目節点）に、その付近の他の節点（衛星節点）と中心節点から、一時的に仮要素（局所要素）を生成し、これらの要素剛性マトリックスから中心節点に寄与する成分を求め、全体剛性マトリックスを生成するものである。具体的には、図-1のように、中心節点  $l$  付近にある衛星節点（ $m, n, o, p, \dots$ ）を集め（中心節点  $l$  の節点密度関数で定義される半径  $R$  の領域）、中心節点  $l$  に対して時計または反時計まわりに並べ、中心節点  $l$  まわりで一時的な三角形要素（ $lmn, lno, lop, \dots$ ）を作る。各三角形要素（例  $lmn$ ）について有限要素法と同様に要素剛性マトリックス  $[K_e]_{lmn}$  を作成し、 $[K_e]_{lmn}$  の中心節点  $l$  に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックス  $[K]$  に足し込んでいく。このため、剛性マトリックスを作成する過程では、同じ三角形を3回参照することになり、剛性マトリックス作成時間は、FEMに比べ単純に3倍の時間を要することになる。しかし、節点単位で全ての処理が可能であるため、要素単位で処理するFEMよりも並列分散処理に優れている。また、得られた剛性マトリックスをもとに連立一次方程式を解く方法は、従来用いられている直接法や反復法を用いることができる。本解析では、反復法の一つであるCG法（Conjugate Gradient Method）を用いた。

### 2.2 回転自由度を有する高精度要素

要素生成などのプリプロセスの不要な FMM 解析は、各節点毎にその周囲の節点を集め局所領域で一時的な局所要素をプログラム内で自動的に作成する（図-1 参照）。このため、その局所要素として高次要素は使用できず、二次元問題で定ひずみ三角形要素、三次元問題で定ひずみ四面体要素の使用に制約される。しかし、定ひずみ三角形要素を用いた解析では解析条件によって解の精度に問題がある。そこで本手法は図-2に示す6節点アイソパラメトリック三角形要素の中間節点の自由度を頂点での回転自由度に変換した改良要素<sup>9)</sup>を使用した。

### 2.3 物理量の評価法

FMM の解析処理は、すべて節点毎に行う。従って、FMM は、従来の FEM において要素毎に評価していた応力やひずみなどの物理量を節点での量に変換する必要がある。FMM 解析における節点の物理量として、中心節点周りの局所要素群で求まる物理量の平均値を節点の物理量とした（図-3 参照）。なお、改良要素の物理量は、要素内の積分点で求まる物理量の平均値とした。

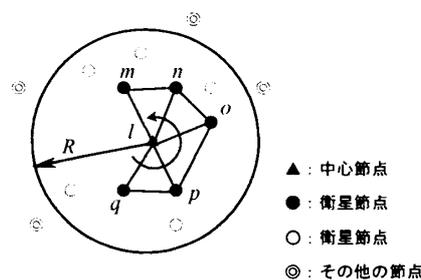
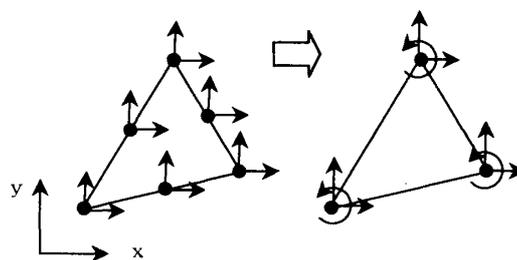
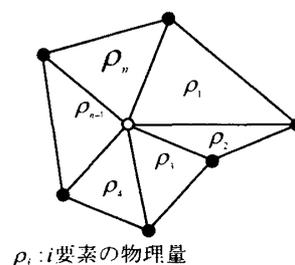


図-1 衛星節点とローカル要素



(a) 6 節点アイソパラ  
メトリック要素 (b) 改良要素

図-2 回転自由度を有する改良要素



$\rho_i$  :  $i$  要素の物理量

$$\rho(\text{中心節点の物理量}) = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i}{n}$$

図-3 節点の物理量

### 3. フレッシュコンクリートの構成式

本手法では流動開始値を超えるまではフレッシュコンクリートを非常に高い粘性流体として扱い、その流動速度を非常に小さくすることで不動状態とみなした。一方、ある流動開始値を超えた後は、**図-4**に示すビンガムモデルの応力とひずみ速度関係を満足するような粘塑性流体として扱う。

フレッシュコンクリートの構成式は、文献(4)に示してあるので、ここでは簡単に示す。

#### 3.1 流動時の構成式

本手法では流動時における構成モデルとして**図-5(a)**に示す粘塑性モデルを仮定した。

ここで、塑性要素のひずみ速度と応力の関係は、関連流れ則に従うものとし、降伏条件としてミーゼスの降伏条件を採用した。また、粘性要素のひずみ速度と応力の関係はニュートンの粘性法則に関係づけられるものとする流動時の構成式は式(1)で表される。

$$\tau_{ij}^{vp} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (1)$$

ここで、 $\tau_{ij}^{vp}$ 、 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ はそれぞれ粘塑性流体の応力成分、ひずみ速度成分である。 $P$ は静水圧、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーデルタ、 $\eta$ は塑性粘度、 $\tau_y$ は降伏値、 $\Pi$ は、 $2\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ である。この構成式は右辺第二項から理解されるように一種の材料非線形である。そのため、非線形剛性方程式の解法が必要である。本手法は非線形剛性方程式の解法として直接反復法を用いた。

#### 3.2 不動時の構成式

ビンガムモデルは、降伏値を超えるまではひずみ速度を生じない。しかし、本手法では、ひずみ速度がゼロだと解析不能であるため、流動開始値未満の不動状態を**図-5(b)**に示す高粘性の流体として扱い、その流動速度を非常に小さくすることで不動状態とみなす。その際の構成式は次式で表される。

$$\tau_{ij}^{vp} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}}\right)\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (2)$$

ここで、 $\Pi_c = (2\pi_c)^2$ である。なお、 $\pi_c$ は流動限界ひずみ速度(**図-4**参照)であり、ここでは文献(4)と同様に次式で定義した。

$$\pi_c = \frac{\beta\tau_y}{\eta} \quad (3)$$

$\beta$ 値は、後で示すLフロー試験を対象に予備解析を行い、最も適切であった0.1を使用した。

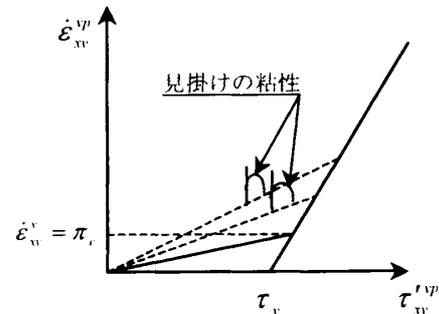
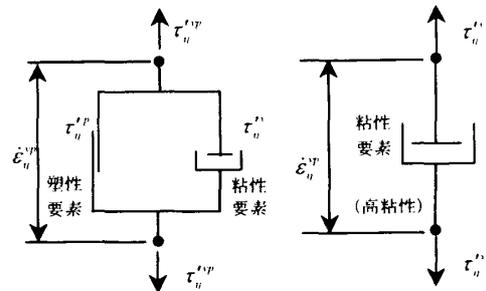


図-4 ビンガムモデル



(a) 流動時 (b) 不動時

図-5 構成モデル<sup>4)</sup>

### 4. 剛性マトリックスの定式化

本解析手法は、フレッシュコンクリートを均質連続体とみなしている。また、今回の解析はLフロー試験を対象とするので流動領域を平面ひずみ問題と仮定した。

本解析手法では、ペナルティ法<sup>10)</sup>を用いて体積一定(非圧縮)条件を満足させるため、応力-ひずみ速度関係は偏差応力に関する項と平

均応力に関する項に分け、平均応力項にはペナルティ数  $\alpha$  を乗じた。これを次式に示す。

$$\{\tau\} = \left( G \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \{\dot{\epsilon}\} \quad (4)$$

ここで、 $\{\tau\}$ 、 $\{\dot{\epsilon}\}$  はそれぞれ応力成分、ひずみ速度成分を表す。右辺括弧内の第一項は偏差応力、第二項は平均応力に関する応力-ひずみ速度マトリックスである。G は流動時、不動時に応じた式(1)、(2)の第二項に示す粘性係数である。

ペナルティ数  $\alpha$  に非常に大きな値 ( $10^8 \sim 10^{10}$ ) を与えることで体積一定条件を満足させる。しかし、 $\alpha$  を大きくしていくと式(4)の平均応力に関する項が偏差応力に関する項に比べて非常に大きくなり、偏差応力に関する項が無視され、体積一定条件に拘束されて要素が変形できなくなるロッキング現象が生じる。これを防ぐために偏差応力項に関しては三点積分、平均応力項に関しては一点積分する選択低減積分を行った。

剛性マトリックス  $[K]$  を次式で示す。

$$[K] = \int [B]^T [D_s] [B] dV + \int [B]^T [D_r] [B] dV \quad (5)$$

ここで、 $[B]$  は速度-ひずみ速度マトリックスを表す。 $[D_s]$  は偏差応力に関する応力-ひずみ速度マトリックス、 $[D_r]$  は平均応力に関する応力-ひずみ速度マトリックスである。また、 $T$  はマトリックスの転置を表す。なお、剛性マトリックスは解析ステップ毎に作成している。

### 5. 数値解析例

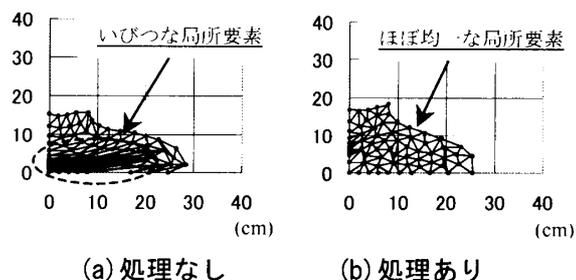
本解析手法の妥当性を検討するために L フロー試験の解析を行った。今回の解析では塑性粘度を固定 ( $50\text{Pa}\cdot\text{s}$ ) し、降伏値のみを変え L フロー値と変形性状について検討した。解析に用いた降伏値を表-1 に示す。

なお、今回の解析では慣性項を省略して定式

化を行い、各ステップ毎 (0.001s 毎) に節点を変位量に応じた位置に移動させながら計算する準動的な解法を採用した。

表-1 降伏値 (Pa)

Case1	Case2	Case3	Case4
25	50	100	125



(a) 処理なし (b) 処理あり  
図-6 スムージング・リメッシングの効果  
( $\tau_y=50\text{Pa}$ : 0.03 秒後の変形状態)

FEM をフレッシュコンクリートの流動解析に適用する上で問題となるのが変形後の要素形状である。特に大変形領域では元の要素-節点コネクティビティのままといびつな要素形状となり、解析の破綻や計算が不安定になる<sup>4)</sup>。一方、FMM では要素生成という人為的なプリプロセスが不要で、節点毎のローカルメッシングを自動的に行うことから解析ステップ毎に領域内部の流動節点に Laplacian Smoothing を施し、リメッシングを行うことで良好な要素生成が行え解析の破綻や不安定解を回避することが容易である。このスムージングおよびリメッシング処理の効果を図-6 に示す。この処理を行うことでいびつな要素の発生が回避されている。

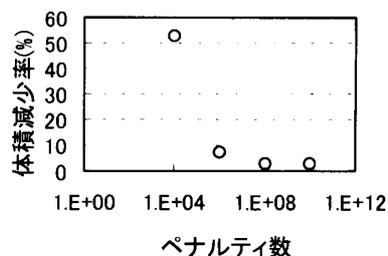


図-7 体積一定条件の検討 (降伏値 50Pa)

本手法はペナルティ法を用いて体積一定条件

を満足させているが、ペナルティ数  $\alpha$  の値によっては、その条件が満足されない場合がある。そこで表-1のCase2の条件を用いたLフロー試験を対象に  $\alpha$  を各々  $10^4$ ,  $10^6$ ,  $10^8$ ,  $10^{10}$  の4ケースで解析を行い、体積一定条件が満足されているかどうか検討した。検討は  $\alpha = 10^{10}$  を使用した解析で流動が停止した時間(流動開始2秒後)で行った。図-7に体積減少率を示す。

図-7より、 $\alpha = 10^8$ 以上だと体積減少率3%以下と小さく、体積一定条件がほぼ保たれていると判断した。以降の解析では  $\alpha = 10^{10}$  を用いた。

次に降伏値の違いによるLフロー値への影響を本手法で再現できるかどうか検討した。

フレッシュコンクリートと試験器との接触面ですべりが生じるため、本手法では側面と底面でのすべりを考慮した。具体的には接触面に平行な節点力が次式のすべり抵抗力  $\sigma_s$  を超えると節点が移動するとした。

$$\sigma_s = \tau_s + \mu \cdot \sigma_n \quad (6)$$

ここで、 $\tau_s$  は付着応力、 $\mu$  は摩擦係数、 $\sigma_n$  は垂直応力である。ただし、今回の解析では付着応力を省略し、摩擦係数は森らの解析<sup>5)</sup>を参考に0.3とした。

図-8に降伏値とLフロー値の関係を示す。比較のために宮本ら<sup>1)</sup>の行った実験値の近似曲線も同時に示した。図-8より、本手法における結果は降伏値が小さくなるにつれてLフロー値が大きくなり、実験値の近似曲線に近い値を得た。また、図-9に最もLフロー値の大きなCase1の変形進行状況を示す。この図よりフレッシュコンクリートが開口部より膨らみ出し、時間と共に流動する様子がシミュレートできているのが確認できる。

本手法は慣性項を省略しているため、比較的変形速度の早い問題への適用には不適である。従って、今後合理的なフレッシュコンクリートの流動解析を行うためには慣性項を考慮に入れる必要があり今後の課題である。

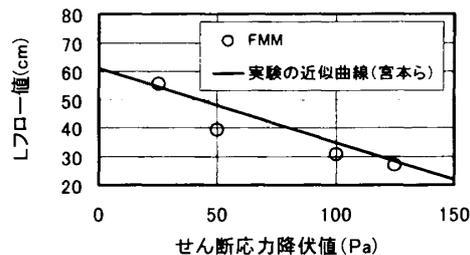
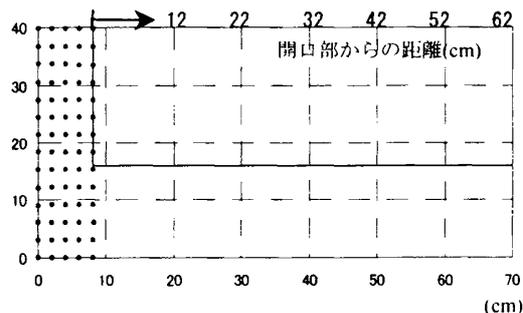
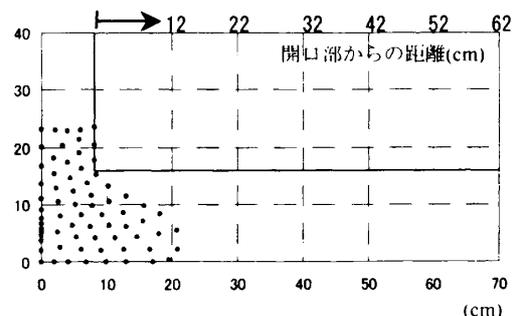


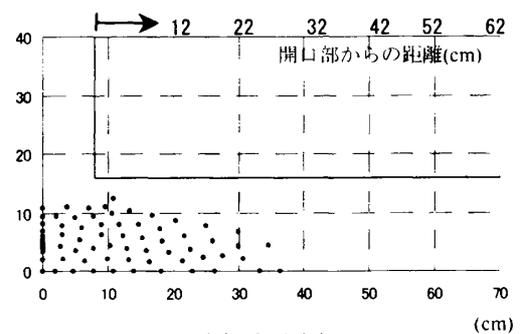
図-8 降伏値とLフロー値の関係



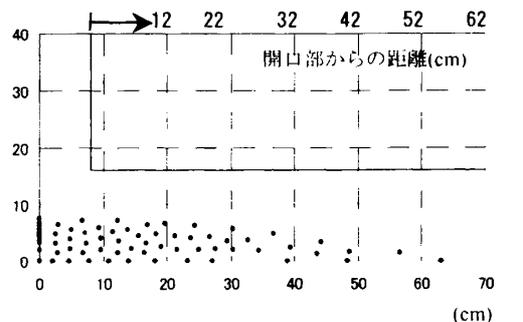
(a) 0.001 (s)



(b) 0.15 (s)



(c) 0.8 (s)



(d) 6.586 (s)

図-9 変形進展状況(Case1)

## 6. まとめ

本研究では、FMM をフレッシュコンクリートの流動解析に適用し、Lフロー試験のシミュレーションを行った。その結果をまとめると以下のようになり本解析手法の有用性が示された。

- (1) 本手法で用いたペナルティ法により体積一定条件を満足できることを確認した。
- (2) FEM では要素形状が解析精度に大きな影響を与える。フレッシュコンクリートの流動解析では、特に変形の大きな領域でいびつな要素形状による不都合を生じる可能性がある。要素生成などのプリプロセスの不要な FMM では、その不都合を解析ステップ毎に領域内流動節点のスムージングとその後のリメッシングにより比較的形状の良い局所要素を作成でき、安定な解析を行うことができる。
- (3) Lフロー試験を対象として解析を行い、解析より得られたLフロー値について実験結果と比較した。その結果、実験値と解析値は良く一致した。
- (4) 本手法は慣性項を省略した準動的な解析手法であり、今後変形速度の比較的速いフレッシュコンクリートの流動解析を行うには慣性項を考慮に入れる必要がある。
- (5) 本手法はフレッシュコンクリートと試験器との接触面でのすべり効果を考慮することができる。しかし、摩擦係数の値については今後詳細な検討が必要である。

**謝辞:** 本研究は、平成 13 年度科学研究助成金(課題番号: 13355005) の助成を受けた。また、研究を行うにあたり、琉球大学大城武名誉教授に有益なご意見を賜りました。ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 森博嗣, 谷川恭雄: フレッシュコンクリートの流動解析技術の現状, コンクリート工学, Vol.32, No.12, pp.30-40, 1994.12
- 2) 山田義智, 大城武, 榊山佳寛: フレッシュコンクリート流動解析への MAC 法の適用, コンクリート工学年次講演会報告集, Vol.20, No.1, pp.131-136, 1998
- 3) 小門武, 細田尚, 宮川豊章: 数値流体解析による高流動コンクリートのレオロジー一定数評価法に関する研究, 土木学会論文集, No.648/V-47, pp.109-125, 2000.5
- 4) 山田義智, 桃原睦, 大城武: 有限要素法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析, コンクリート工学年次講演会報告集, Vol.23, No.2, pp.253-258, 2001
- 5) 森博嗣, 谷川恭雄: 粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析, 日本建築学会構造系論文集, No.374, pp.1-9, 1987.4
- 6) 谷川恭雄, 森博嗣, ほか: サスペンション要素法解析によるフレッシュコンクリートの流動シミュレーション方法, 材料, Vol.38, No.431, pp.26-31, 1989
- 7) 鍋田克巳, 町田篤彦, ほか: 個別要素法を用いたフレッシュコンクリートの流動シミュレーション, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.16, No.1, pp.479-484, 1994
- 8) 山田知典: フリーメッシュ法の並列化, 東京大学修士論文, 1997
- 9) 安和守史, 伊良波繁雄, 富山潤, 矢川元基: 改良アイソパラメトリック要素を用いた高精度フリーメッシュ法の二次元応力解析への適用に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.23, No.3, pp.1-6, 2001
- 10) 社団法人日本塑性加工学会: 非線形有限要素法-線形弾性解析から塑性加工解析まで-, コロナ社, p.67, 1996.1
- 11) 宮本欣明, 山本康弘: J型フロー試験による高流動コンクリートの流動特性・調合に関する研究, 日本建築学会構造系論文集 No.547, pp.9-15, 2001.9