

論文 物質移動を考慮した RBSM によるひび割れ進展解析手法の開発

野城 良祐 *1・石川 靖晃 *2・中村 光 *3・田邊 忠顕 *4

要旨：本論文では、不連続体力学に基づいた解析手法である剛体－バネモデルに、トラスでモデル化を行なった物質移動を直接考慮できる手法を統合し、新たなひび割れ進展解析手法の開発を行なった。開発した手法によりコンクリートの自由乾燥収縮解析と一軸拘束ひび割れ解析を行ない、拡散問題によるひび割れ進展と、ひび割れが拡散問題に及ぼす影響を同時に取り扱うことが可能であることを示した。

キーワード：物質移動, RBSM, 乾燥収縮, ひび割れ進展, 拡散方程式

1. はじめに

近年、コンクリート構造物への耐久性向上のニーズが高まり、100 年単位での供用が望まれるようになった。そのためには乾燥、温度などによって生じる初期応力に起因するひび割れ進展と、ひび割れが構造物の耐久性ならびに安全性に及ぼす影響を、解析上でより現実的に捉える必要がある。

物質移動に起因する初期応力によるひび割れ進展解析としては、ひび割れ幅や、深さを評価するために、離散ひび割れモデルを用いた有限要素解析が行なわれている。しかし、離散ひび割れモデルは、その特性から多くの解析上の制限を有し、構造解析としては、必ずしも一般的でない。一方、物質移動に関しては、コンクリート内部のみでなく、ひび割れ間の物質移動も考慮することが重要となる。

そこで、本研究では、ひび割れを離散的に評価し、ひび割れの発生・進展状況を直接表現できる剛体－バネモデル(以下、RBSM)による構造解析と、一次元のトラス間で物質移動が行なわれると仮定したトラスモデルによる物質移動解析を統合した解析手法を開発した。そして、水分拡散問題を、解析例として取り上げ、開発した解析手法の可能性を検討した。

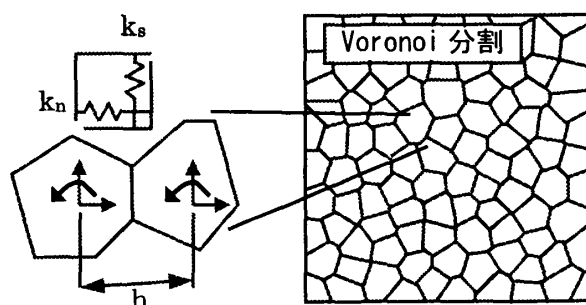
2. 解析手法

2.1 コンクリートの構造解析

(1) 剛体－バネモデル

本研究では、コンクリートの構造解析手法として、ひび割れ進展等の不連続現象を直接表現できる RBSM を用いた¹⁾。

RBSM では、コンクリートのひび割れをバネの破壊によって表現するため、ひび割れは要素境界辺上に沿って発生する。このため、ひび割れの発生・進展がコンクリートの要素分割に大きく依存する。そこで図－1に示すように、計算幾何学の概念である Voronoi 多角形分割により、構造物をランダムな要素に分割し、ひび割れの要素依存性を低減した。また、Voronoi 分割されたコンクリート要素は3自由度を持つ剛体と仮定し、要素の境界辺上に垂直バネ (k_n) および、せん断バネ (k_s) を設けた。バネ定数には、コンクリートの弾性係数 E を二要素間の母点間距離 h で除したものを与えた。



図－1 剛体－バネモデル

*1名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻（正会員）

*2名城大学助教授 理工学部建設システム工学科 工博（正会員）

*3名古屋大学大学院助教授 工学研究科土木工学専攻 工博（正会員）

*4 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博（正会員）

(2) コンクリートの材料モデル

コンクリートの材料モデルは、垂直バネに圧縮、引張挙動、せん断バネにせん断すべり挙動をモデル化した。

本研究は、ひび割れ進展を解析対象としたため、圧縮領域では図-2 に示すように弾性とした。引張領域では、引張強度 f_t までは弾性とし、その後は引張破壊エネルギー G_f によって軟化勾配を変化させる 1/4 モデルに従って応力を低減させた。本研究では、引張破壊エネルギー G_f を 0.1N/mm と一定の値を用い、除荷は原点指向型とした。

せん断バネについては、コンクリートのせん断伝達機構のモデル化を行なった。図-2 に示すようなモール・クーロン型の破壊基準を用いて、降伏後は塑性流れ則に従い、終局せん断ひずみに達するまで降伏曲面上を移動するものとした¹⁾。ただし、ひび割れの開口に伴うせん断剛性の低下を表現するために、ひび割れ幅に対して線形的にせん断剛性を低下させた²⁾。

2.2 物質移動解析

(1) トラスモデル

物質移動解析は、トラスモデルにより行なった。ここで、Voronoi 分割を行なった **RBSM** 解析では、一次元のバネを Voronoi 多角形上に配置することでマクロの挙動を追っている。これと同様の着想で、図-3 に示すように、各 Voronoi の母点を結ぶトラスネットワークを考え、各トラスは、Voronoi 要素の辺長に対応した面積を持つとした。トラスモデルは、一次元の拡散方程式を考えるだけでよく、簡易に物質移動解析を行なうことが可能となる。

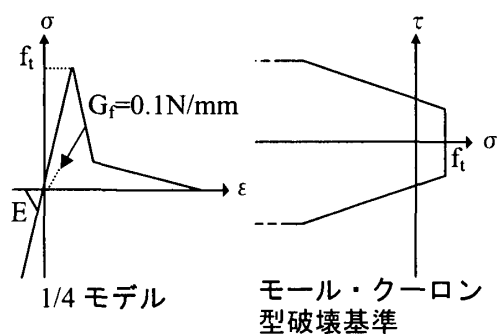


図-2 コンクリートの材料モデル

(2) 拡散方程式

本研究では物質移動の一例として、水分拡散問題を取り扱う。水分拡散の基礎方程式³⁾は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \nabla(D\nabla R) \quad (1)$$

ここで、 R ：相対含水率、 t ：時間、 D ：水分伝導率である。これを初期条件と以下の境界条件のもとに解けばよい。

$$\frac{\partial R}{\partial n} + \alpha_m(H_s - H_o) = 0 \quad (2)$$

ここで、 n ：乾燥面の法線ベクトル、 α_m ：水分伝達率、 H_s 、 H_o ：乾燥表面および雰囲気相の相対湿度である。

水分拡散問題は、水分伝導率を相対含水率の関数として、非線形解析を行なうことが一般的であるが、本研究の主題が新たな解析手法の提案を目的としていることから、 D は簡単に相対含水率に拠らず一定と仮定した。同様の理由より、 R と H の関係も $R=H$ とした。

トラスモデルでは、式(1)の偏微分方程式を式(2)の境界条件で離散化すると以下のようになる。

$$\frac{AD}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{\omega} \frac{AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \end{Bmatrix} + \alpha_m A \begin{Bmatrix} R_1 - R_0 \\ R_2 - R_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 R_1, R_2 ：初期条件、 A ：トラス要素の面積、 L ：トラス要素の長さ、である。式(3)において注意しなければならない点は、本研究では、上記の式に新たな係数 ω を第二項に付け

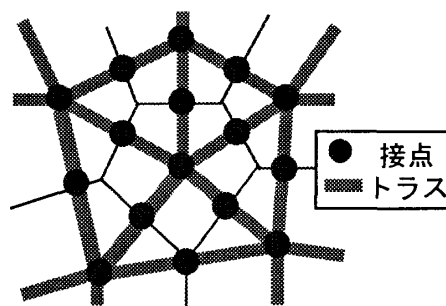


図-3 トラスモデル

加えたことである。図-3 のようにトラスを考え、Voronoi 要素の辺長によりトラスの断面積与えた場合、対象としている構造物の容量よりも全トラス要素の容量が大きくなってしまふ。そこで、容量を換算する係数 ω を与えることにより、各トラスの容量と実際の構造物の容量を一致させた。 ω を容量換算係数とし、全トラス要素に対し、以下のように与えた。

$$\omega = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot L_i}{V_{real}} \quad (4)$$

ここで、 n ：トラスの全要素数、 A_i ：各トラスの断面積、 L_i ：各トラスの長さ、 V_{real} ：対象構造物の体積、である。容量換算係数は一次元トラス配置では 1、二次元トラス配置では原則的に 2 となる。

最終的に式(3)をクランク・ニコルソン法にて差分を取ることで解を得た。

(3) 解析手法の妥当性の検証

解析手法の妥当性を検討するために、JCI マスコンクリートの温度応力研究委員会が開発した温度応力解析のための有限要素法プログラム JCMAC と比較を行なった。

水分拡散方程式は熱伝導の非定常解析と同形式であるため、係数を温度解析用に改めて解析を行なった。表-1、図-4 に解析条件ならびに、メッシュ分割を示す。図-5 に容量換算係

表-1 温度解析条件

熱伝導率(W/m $^{\circ}$ C)	2.7	外気温 0 $^{\circ}$ C
熱伝達率(W/m 2 $^{\circ}$ C)	14	初期温度 20 $^{\circ}$ C
比熱(KJ/kg $^{\circ}$ C)	1.1	— 断熱境界
密度(kg/m 3)	2650	 放熱境界

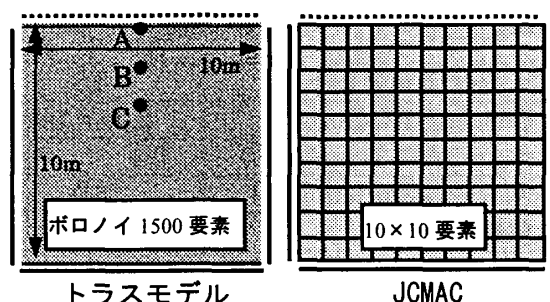


図-4 解析対象要素分

数を考慮に入れた ($\omega=2$) 場合と、考慮に入れない ($\omega=1$) 場合での温度の経時変化を示す。これによると、B 点(深さ 2m)において温度の経時変化に若干違いが見られるが、おおむね一致する。一方、容量換算係数を考慮に入れない場合は熱容量を過大に評価し、温度の低下を妥当に表現することができない。以上により、トラスモデルで拡散問題を取り扱うことが可能であることが示された。

2.3 物質移動を考慮した RBSM によるひび割れ進展解析

(1) 拡散-応力の連成問題

トラスモデルによりコンクリート中の相対含水率の変化を求め、相対含水率と自由乾燥収縮ひずみは線形の関係であると仮定して、自由乾燥収縮ひずみを以下の式より求めた。

$$\Delta \varepsilon_n = \alpha_{sh} \Delta R \quad (5)$$

ここで ε_n ：自由乾燥収縮ひずみ、 α_{sh} ：収縮係数、 ΔR ：相対含水率変化、である。そして、 ε_n を RBSM における垂直バネの初期ひずみとし、RBSM により初期外力を求め、初期応力問題として、構造解析を行なった。

(2) ひび割れの間の物質移動

コンクリート中にひび割れが存在すると、外気条件がひび割れ中まで浸入し、ひび割れを通しての物質移動が行なわれる。

これらの影響を考慮するために、図-3 に示すトラスモデルを図-6 に示すように、剛体辺上にもトラス要素を持つモデルに拡張し、ひび

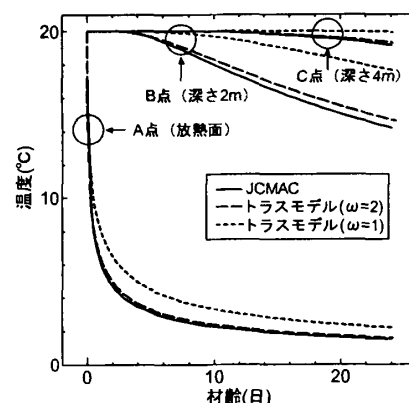


図-5 トラスモデルと JCMAC との比較

割れ間での物質移動を考慮することとした。ここで、剛体辺上のトラス要素は、ひび割れ発生以前は面積を 0 とし、このトラスを通じての物質移動は起こらないと仮定した。ひび割れ発生後は RBSM では、ひび割れ幅が剛体要素間の相対変位として直接得られることから、その相対変位に奥行きを乗じた面積をトラス要素に与えた。また、水分拡散係数は、コンクリート中とは異なる値を仮定することにより、直接ひび割れ間での物質移動問題を考慮できるようモデル化した。

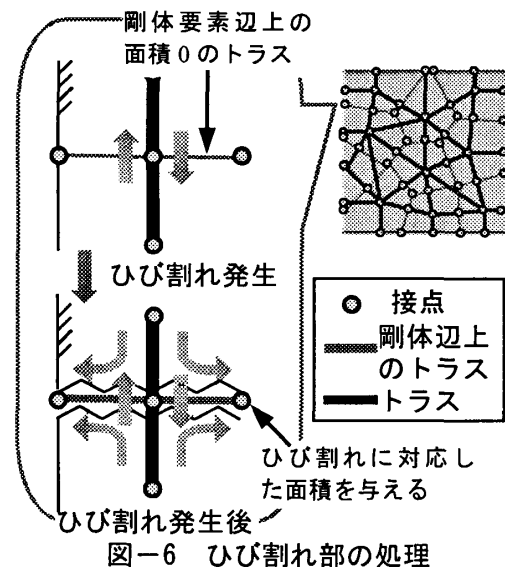
3. 解析結果

3.1 解析概要

図-7 に示す $100 \times 100 \times 600\text{mm}$ のコンクリート供試体の自由乾燥収縮解析（以下、自由解析）と、一軸拘束ひび割れ解析（以下、拘束解析）を行ない、提案した解析手法の妥当性ならびに、適用性の検討をした。

供試体は、二次元で 1000 要素に分割してモデル化を行なった。解析に使用した材料諸元を表-2 に示す。ひび割れ間の水分伝達率については、参考とする値がなかったため、解析例を示すために大きめの値を仮定した。供試体は、水分伝達率を変化させた 2 種類を設定した。

構造解析の境界条件は、自由解析、拘束解析ともに供試体下部の垂直方向変位を固定した。拡散解析の境界条件は、自由解析では全面湿度



条件とし、拘束解析では側面を湿度条件とした。

自由解析は A1, A2 供試体で解析を行ない、拘束解析は A1 供試体のみで、拘束率を 0%, 40%, 80% の 3 種類に変化させた。拘束は上下端部のみで供試体と結合した拘束筋要素を設置して表現し、コンクリート供試体と拘束筋の剛性比を拘束率とした。

解析期間は 200 日とし、初期条件は相対含水率 100% を与えた。外気条件は湿度を 80 日までは 80% で一定とし、それ以降は 200 日までに 40% まで線形的に減少させた。

3.2 自由乾燥収縮解析

図-8 に自由解析での A1, A2 供試体の全ひずみの経時変化を示す。初期段階では、外部との湿度差が高いため急激に収縮ひずみが進行する。材齢 80 日前後で供試体の内部まで拡散が進行し、外気との平衡状態に近づくため、ひずみ増分が減少する。80 日以降は外気の湿度が一定値から減少していき、再び外気との不平衡状態が続き収縮ひずみが進行する。ひずみ量は、水分伝達率の高い A2 供試体の方が A1 よりも大きいことがわかる。図-9 に材齢 40 日

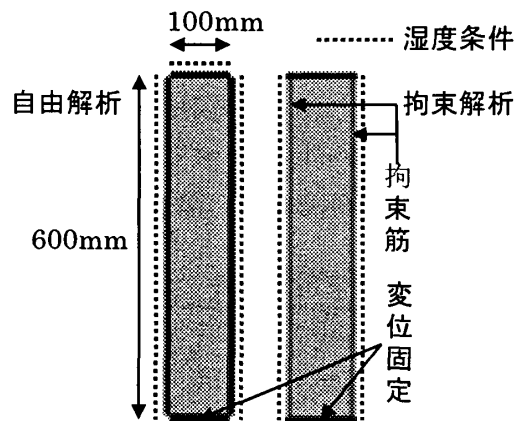


表-2 材料諸元

	A1	A2
引張強度 $f_t(\text{MPa})$	3.5	
弾性係数 $E(\text{MPa})$	2.38×10^4	
水分伝達率 $D(\text{cm}^2/\text{day})$	0.1	0.3
水分伝達率 $\alpha_m(\text{cm}/\text{day})$	3.0	
収縮係数 α_{sh}	0.001	
ひび割れ間の水分伝達率 $D_{cr}(\text{cm}^2/\text{day})$	1000	1000
	0	

での A1 供試体の内部状態を示す、図から相対含水率の分布の違いにより、引張応力が表面に均一に生じていることがわかる。

水分伝導率の低い A1 供試体では 140 日以降に表面にひび割れが若干生じた。これは、A1 供試体は水分伝達率と水分伝導率の差が大きいため相対含水率分布の差が大きく、A2 より大きい内部拘束応力が作用するためである。図-10 に両供試体中央断面内の垂直応力分布を示す。図から 40 日、80 日、160 日の材齢において A1 供試体の方が大きい内部拘束応力を受けていることがわかる。また、材齢 80 日での両供試体の応力分布は、他の材齢に比べ内部拘束応力が小さい。これは材齢 80 日では平衡状態が進み供試体内の相対含水率の差が少ないためである。これらの結果より、提案した解析手法が自由乾燥収縮での挙動を妥当に評価していることがわかる。

3.3 一軸拘束ひび割れ解析

図-11 に拘束解析より得られた拘束筋の全ひずみの経時変化を示す。図からわかるように、拘束率が高いほうが早い段階で貫通ひび割れが発生し、収縮ひずみも小さい。貫通ひび割れが発生すると拘束筋の応力が解放され、ひずみはほぼ 0 となる。

図-12 に供試体左部の表面ひび割れ幅の経時変化を示す。表面ひび割れ幅は、ひび割れの発生による応力解放にともなう拘束筋の弾性回復変形とコンクリート供試体の弾性回復変形（収縮）として現れるため⁴⁾、拘束の低い方が大きくなる傾向を示すことが知られている。そのような傾向を本解析が妥当に再現していることがわかる。

図-13 に図-11 の A~C に示した、拘束率 40% の貫通ひび割れ発生前、発生直後、材齢 200 日での、ひび割れ図と相対含水率を示す。図からわかるように、明確な貫通ひび割れが発生し、ひび割れの開きが大きくなるとともに、ひび割れ周辺から乾燥が進展する挙動を、本解

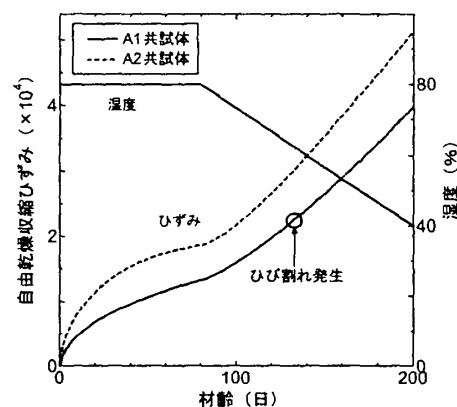
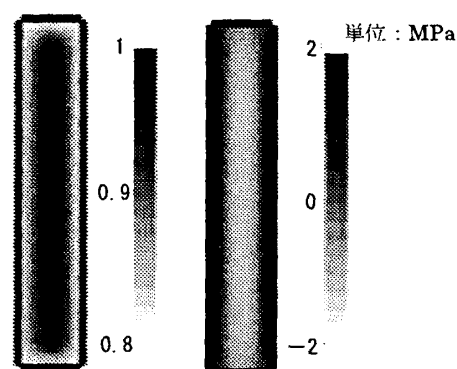
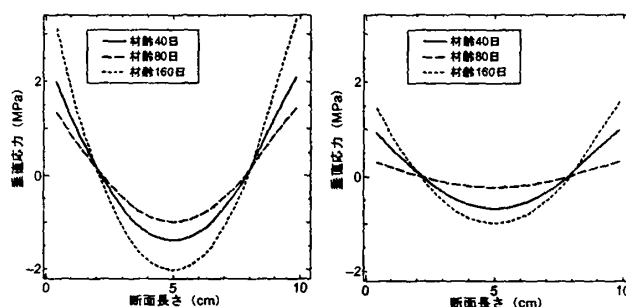


図-8 自由乾燥収縮ひずみ



相対含水率分布 応力分布

図-9 A1 供試体の内部状態



A1 供試体

A2 供試体

図-10 断面内の垂直応力分布

析により表現可能となることがわかる。なお、供試体高さ方向で、表面部の相対含水率が不規則に分布しているが、これは、貫通ひび割れとは別に微細なひび割れが、解析上に発生したためである。

3.4 ひび割れ間の物質移動の影響

図-11 から図-13 にひび割れ間の水分伝導率 D_{cr} が $0\text{cm}^2/\text{day}$ 、すなわち、ひび割れからの水分移動が起こらないと仮定した場合の結果を示す。

図から、ひび割れ間の水分移動を考慮した場合の方が、貫通ひび割れの発生が早くなってい

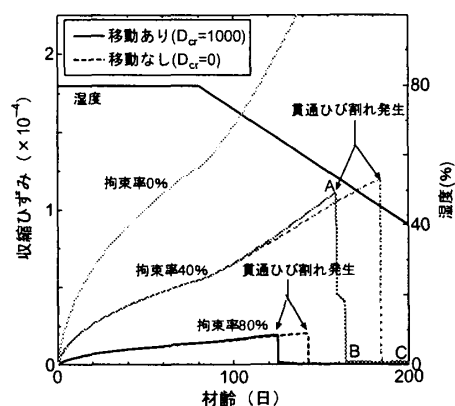


図-11 一軸拘束ひび割れ解析のひずみ

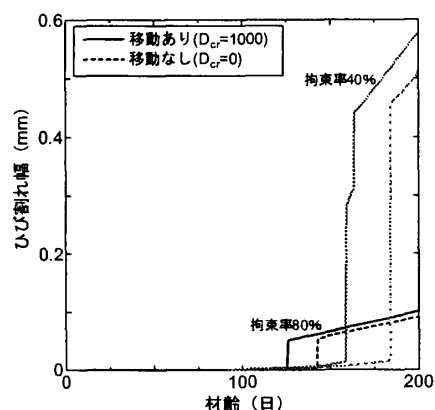


図-12 一軸拘束ひび割れ解析のひび割れ幅

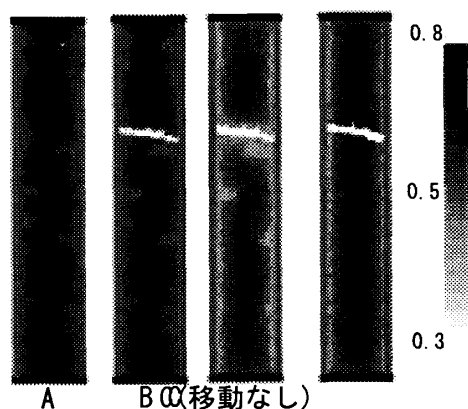


図-13 相対含水率分布と変形図

ることがわかる。これは、貫通ひび割れ発生前に、微細ひび割れが形成されるが、ひび割れ間での水分移動を考慮すると、局所的に拡散が進行しやすくなり、収縮ひずみの進行が早くなるためである。

図-13 に示す相対含水率分布は、水分移動がある場合とない場合で大きな違いが見られる。水分移動がある場合は、貫通ひび割れの周辺から特によく相対含水率が低下し、また、全体的にも相対含水率が低下している。一方、水分移動

がない場合はひび割れた周辺からの含水率低下は見られない。

4. まとめ

本研究では、構造解析手法としての RBSM と物質移動解析を統合した解析手法を開発し、水分拡散問題を解析例として取り上げ、解析手法の妥当性ならびに適用性の検討を行なった。得られた知見を以下にまとめる。

- (1) 一次元のトラスを組み合わせたトラスモデルにより、ひび割れを考慮した物質移動解析手法を開発し、非常に簡単な考え方で物質移動問題を取り扱うことが出来た。
- (2) 離散化解析手法である RBSM と、物質移動を直接考慮できるトラスモデルの両者の利点を組み合わせることによって、新たなひび割れ進展解析手法の開発を行なった。
- (3) 水分拡散問題を対象とした、解析手法の適用の例を示した。その結果、本解析で実際の力学的な挙動を再現するとともに、離散ひび割れモデルに比べ、非常に簡単に現実的なひび割れ進展と、ひび割れの影響評価の検討が可能となることを示した。

参考文献

- 1) 齊藤成彦ほか：剛体－バネモデルを用いた軸方向圧縮力を受ける RC 梁のせん断破壊挙動の数値解析，コンクリート工学論文集，第 12 巻第二号，pp. 71-81，2001 年 5 月
- 2) Kouhei, N. et al: Numerical simulation of Fracture Process of Concrete Model By Rigid Body Spring Method, JCI, Vol.24, No.2, pp163-168, 2002
- 3) 秋田宏ほか：モルタルの乾燥・吸湿・給水過程における水分移動，土木学会論文集，第 420 号/V-13, pp.61-69, 1990 年 8 月
- 4) 古島正博ほか：高性能 AE 減水剤を用いた早強セメントコンクリートの収縮ひびわれ抵抗性能，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.15, No.1, pp.429-434, 1993