

論文 モンテカルロ法による曲げ強度に関するシミュレーション方法

加藤 康弘^{*1}・浜田 純夫^{*2}・市岡 孝夫^{*3}

要旨：コンクリート中の欠陥は強度，特に曲げ強度のばらつきが要因として考えられる。本研究はフライアッシュの有無が，コンクリートの欠陥として影響を与える可能性があるものと考えた。コンクリートおよびモルタル供試体を用いて，異なる載荷方法による曲げ試験を行い，モンテカルロ法に基づいてシミュレーションを行った。その結果，直列リンクモデルを用いた本研究のシミュレーション方法は，2点載荷の曲げ強度を精度良く推定できることがわかった。

キーワード：モンテカルロ法，曲げ強度，フライアッシュ，舗装用コンクリート

1. はじめに

舗装用コンクリートは曲げ強度が要求性能として適用されており，曲げ強度試験は JIS A 1106 に規定されている 2 点載荷方法により行われている。曲げ強度試験法には JIS を参考としている 1 点載荷方法もあり，この 2 点載荷と 1 点載荷に関する論理的な研究は少ない¹⁾。

一方，舗装用コンクリートでは要求される曲げ強度が比較的高いことから，従来の結合材にはセメントが主として用いられてきた。しかし，高炉スラグ微粉末やフライアッシュなどの混和材が大量に廃棄されている現状において舗装用コンクリートに大量の混和材を用いた場合，混和材のフロックが生じることにより弱点となる可能性がある。本研究においてはフライアッシュを舗装用コンクリートの混和材として用いた場合の研究を行うこととした。

石炭火力発電所から発生する石炭灰は年間約 920 万トン産出され，今後も増加することが予想されている。環境保全の観点からも，石炭灰の約 8 割を占めるフライアッシュの有効利用が望まれており，最近の舗装に関する研究としては転圧コンクリート舗装(RCCP)に関する研究を著者の一人浜田ら²⁾が行っており，フライアッ

シュを細骨材に置換することが可能であることを示している。

コンクリートおよびモルタルの強度低下，およびばらつきの要因の一つとして弱点の配置状態が考えられる。この弱点の配置状態は供試体が曲げを受けるとき，等曲げ区間のない 1 点載荷方法により求めることができる。ここで，1 点載荷と 2 点載荷との関係を調べるため，点在する欠陥のモデル化を試みた。

曲げ試験のように引張を受ける供試体では，曲げを受ける部分の中で最も弱い部位で破壊するという簡単なモデルが考えられる。そこで古くから知られている直列モデルに最弱リンクの理論³⁾を適用するモデル^{4)~5)}を用いた。数値実験にはこのモデルに対してモンテカルロ法³⁾を用いて 2 点載荷シミュレーションを行い，数値実験により実際の実験との比較検証を行った。

2. 実験

2.1 実験供試体

本研究で使用した舗装用コンクリートの配合を表 1 に示す。目標スランプ 2.5cm，目標空気量 4.5%，水結合材比(W/B)は 45%以下で，単位粗骨材容積を一定となるような配合条件とした。

*1 前田道路(株) 技術部技術管理課 工修 (正会員)

*2 山口大学 工学部社会建設工学科教授 Ph.D. (正会員)

*3 前田道路(株) 技術部技術課係長

表-1 コンクリートの配合および使用材料の諸物性値

種別	W/B (%)	FA/B (%)	単位粗骨材容積	単位量 (kg/m ³)						
				水	セメント	フライアッシュ	細骨材	粗骨材	Ad1	Ad2
F0	43	0	0.75	128	300	0	740	1,207	3.600	0.300
F30	43	30	0.75	128	209	89	714	1,207	3.600	1.490
F60	42	60	0.75	138	132	199	628	1,207	3.310	5.960

普通ポルトランドセメント：密度 3.15g/cm³ フライアッシュ(Ⅱ種)：密度 2.30 g/cm³，ブレン比表面積 4,360cm²/g
 細骨材：海砂 密度 2.60 g/cm³，吸水率 1.10% 粗骨材：碎石 20mm max, 密度 2.70 g/cm³，吸水率 0.61%
 Ad1：高性能 AE 減水剤(ポリカルボン酸エーテル系) Ad2：空気連行剤(アルキルエーテル系)

フライアッシュはⅡ種を使用し、フライアッシュ置換率(FA/B)はセメント質量の内割とした。コンクリートの練り混ぜは、全て強制練りミキサ(容量 0.1m³)を用いて行った。打設は、セメントとフライアッシュおよび細骨材を投入し 30 秒空練り後、水および混和剤を加えてさらに 60 秒間の練り混ぜによりモルタルを作製した。その後粗骨材を加え 180 秒練り混ぜを行った。また、供試体は全て材齢 1 日で脱型し、試験材齢まで 20℃の水中養生を施した。

また本研究では、コンクリートおよびモルタル曲げ強度のばらつきに着目するため、供試体はコンクリートについては 10×10×40cm の角柱供試体を用い、コンクリートをウェットスクリーニングしたモルタルについては 4×4×16cm の角柱供試体を用いた。

2.2 実験方法

本研究では、図-1 および図-2 に示す 1 点載荷と 2 点載荷の曲げ試験を実施した。1 点載荷の曲げ試験で強度のばらつきを調べ、その分布を活用して 2 点載荷の強度の推定を試みた。載荷条件(載荷速度、載荷板、載荷点・支持点の状態、供試体の含水状態)が全ての供試体について同一になるように十分な注意を払った。

2.3 実験結果

本研究は各シリーズとも 28 日強度の検討を行った。1 点および 2 点載荷の実験結果を表-2 に示す。ここで、フライアッシュの置換率が高くなると、フライアッシュ中の未燃炭素により空気連行性が低下するが⁶⁾、本実験においてもフライアッシュを 60%置換した配合については空気

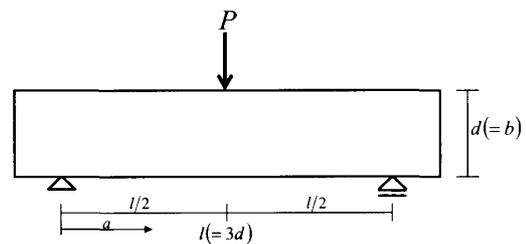


図-1 1点中央載荷

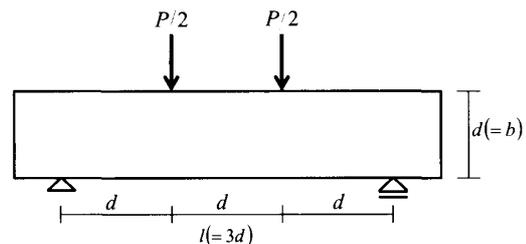


図-2 2点載荷(3等分点載荷)

量の平均は 3%程度であった。また、1 点載荷の曲げ強度は式(1)により算出した。

$$f_b = 3Pa/bd^2 \quad (1)$$

ここに、 P ：破壊荷重(N)， a ：支点からの距離(mm)， b ：供試体幅(mm)， d ：供試体高さ(mm)
 なお、支点からの距離 a は、供試体の破壊後、引張側表面に発生したひびわれの位置と、ひびわれから最も近い支点との距離を両側面で計測し、平均したものである。

実験に先立ち、コンクリートに比べて均質な材料であるモルタルの方が変動係数 CV は小さくなるものと予測していた。しかしながら表-2 に示すように、コンクリートとモルタルでのばらつきは差はない。この要因として、供試体の寸法効果およびウェットスクリーニングの影

響が考えられる。特に、供試体作製の都合上、ウェットスクリーニングを屋外で行ったため、打設時の天気や湿度に応じて水分の逸散状況が異なったことにより、バッチ間でのばらつきに影響を及ぼしたものと考えられる。森濱ら⁷⁾の実験結果においても、ウェットスクリーニングしたモルタルの含水率は、配合含水率よりも小さく、ばらつきも大きくなっていることから、同様の影響があったものと考えられる。また、フライアッシュの使用割合による影響についても明らかな傾向が得られていない。大量のフライアッシュを混入してもフライアッシュがダマになるなどの弱点がなく比較的均一に練り混ぜられたことがわかる。したがって28日強度のモルタルおよびコンクリートはセメントが反応することによって強度が促進されていることがわかる。

フライアッシュを大量に置換した場合、材齢28日については無混和のものと比較してコンクリート強度の発現性は低下するが⁶⁾、舗装用コンクリートを用いた本実験の曲げ試験においても同様の結果となった。また、曲げ強度試験後の、折片から求めた圧縮強度についても同様の傾向であった。

2.4 強度リンクの確率分布

順序統計量の理論によると、同一条件で試験された総数 n 個の供試体の破壊強度のうち、破壊強度の小さい方から数えて r 番目の期待値、すなわち生存確率 $P(N_r)$ は式(2)で表される。

$$P(N_r) = 1 - \frac{r}{n+1} \quad (2)$$

得られた曲げ強度が正規分布に従うものとする、曲げ強度 f_b と生存確率 $P(N_r)$ との関係は、確率分布関数として式(3)のように表すことができる⁸⁾。

$$t = A \times f_b + B \quad (3)$$

ここで、 t : $P(N_r)$ の値より標準正規積分表を用いて求まる正規分布曲線の対象軸からの距離、 A, B : 実験から求まる定数

表-2 実験結果 (材齢 28 日)

区分	種別	1点载荷			2点载荷		
		実験数	曲げ強度 (N/mm ²)		実験数	曲げ強度 (N/mm ²)	
			f_b	CV		f_b	CV
モルタル	F0	37	8.3	5%	20	7.8	5%
	F30	36	7.4	6%	28	6.9	5%
	F60	35	5.9	6%	20	5.4	6%
コンクリート	F0	29	7.8	6%	15	6.9	7%
	F30	27	6.5	6%	15	5.9	5%
	F60	26	5.3	5%	17	4.8	6%

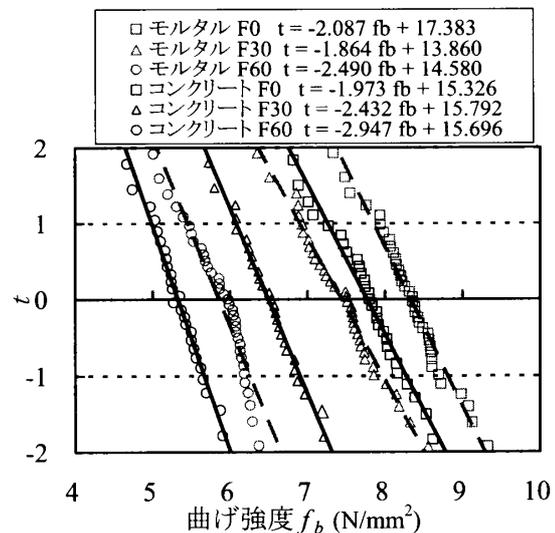


図-3 曲げ強度と t の関係 (実験データ)

なお、 $t=0$ のとき、生存確率 $P(N_r)$ は 50% となり、平均値は $-B/A$ 、標準偏差は $1/A$ である。

1点载荷の実験結果と t との関係を図-3に示す。この図より、今回の実験結果は正規分布に従っていることがわかる。また、図中の傾きが標準偏差の逆数を表していることから、各シリーズでのばらつきに大きな差がないことがこの図からもうかがえる。

3. 解析と解析結果

3.1 コンクリート強度の確率モデル

コンクリート強度の統計的性質に関する研究では、直列モデル・並列モデル・複合モデルなど、様々な構造モデルが提案されている^{9)~14)}。

このうち直列モデルとは、**図-4**に示すような n 個の要素が直列に配列されたモデルについて、ある一つの要素の破壊が供試体全体の破壊となる考え方であり、最弱リンクの理論としても古くから知られている^{4)~5)}。曲げ強度試験の破壊過程を巨視的に捉えれば、供試体下面が高い応力状態となることにより最も弱い強度の部分にひびわれが発生し、その部分に応力集中が起こり破壊に至るものである。本研究では 1 点荷重の曲げ強度試験結果から 2 点荷重試験の強度およびばらつきを推定するためにこのモデルを用いた。

図-4における n 分割の直列モデルについて、順序統計量の理論を用いて破壊強度を確率分布から求め、次に示すモンテカルロ法を用いて直列モデルの各要素へランダムに破壊強度を配置した。このモデルに対し 2 点荷重のシミュレーションを行い、最大曲げモーメントが作用する区間の中で最も強度の弱い要素の値を供試体の破壊強度とした。また、シミュレーションに用いる直列モデルの分割数は 15, 24, 36 の 3 パターンとした。

3.2 モンテカルロ法を使ったシミュレーション

偶然性を考慮すべきシステムの問題を取扱うとき、これを確率論的に定式化し、その数学的モデルを設定して乱数を利用した多数回の数値実験によるデータを統計的に検討し、近似的に解を求めることをモンテカルロ法という。

本研究でのシミュレーション回数は、各シリーズとも 80 回程度で平均強度の値が収束していたため、100 回の時の値を数値計算結果とした。また、シミュレーションには以下に示す 3 種類の確率分布を用いて数値実験を行った。

(1) 実験結果から得た確率分布 (強度分布 A)

1 点荷重の実験結果において、中央点でない位置で破壊した時には式(1)より求めた曲げ強度を用いた確率分布であり、これを強度分布 A とする。

(2) 実験結果から得た確率分布 (強度分布 B)

1 点荷重の実験結果において、破壊位置にかか

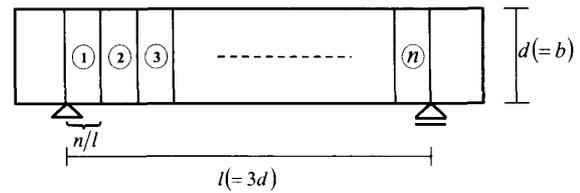


図-4 梁の直列モデル

わず最大曲げモーメントの位置で算出した曲げ強度を用いた確率分布であり、これを強度分布 B とする。

(3) 数値実験から得た確率分布 (強度分布 C)

モンテカルロシミュレーションで 1 点荷重の数値実験を行い、1 点荷重の実験データから得られた平均強度および変動係数が同等になるように求めた確率分布のことであり、これを強度分布 C とする。

3.3 2 点荷重の強度

得られた確率分布を用いて 2 点荷重モデルに対して数値実験を行い、強度と変動係数を求め、実際の 2 点荷重の実験結果との比較を行った。

(1) 分割数についての比較

曲げ強度比(2 点荷重実験結果に対する 2 点荷重モデルの数値実験結果の比)を用いて直列モデルの分割数の比較をしたものを**図-5**に示す。モルタルおよびコンクリートともに、分割数が増えるにつれて曲げ強度比が小さくなっている。本解析では直列モデルの低強度要素により破壊強度が決定されるため、低強度要素の配列が解析結果に大きく影響を与える。分割数が増えることで低強度要素も増加するため、最大曲げモーメントが作用する区間内に低強度要素が多く入ることとなり、結果として曲げ強度比が小さくなったと考えられる。また、強度分布 A および強度分布 C ではモルタルの場合分割数が少ないほど、コンクリートの場合分割数が多いほど、実験結果に一致する傾向を示している。**表-2**に示した実験結果において変動係数は、モルタルおよびコンクリートともほぼ同様の値を示している。このことから、実験結果のばらつきが分割数の違いによる数値結果に大きな影響を与

えておらず、モルタルがコンクリートに比べて均質な材料であることが原因となっていると考えることができる。

変動係数比(2点荷重実験結果に対する2点荷重モデルの数値実験の変動係数の比)を用いて直列モデルの分割数の比較をしたものを図-6に示す。強度分布Aおよび強度分布Bでは、分割数が増えるにつれて変動係数比は小さな値となっている。これは曲げ強度比と同様に、分割数が増えることで低強度要素も増加したことによるものと考えられる。しかしながら、1点荷重の数値実験から求めた強度分布Cでは、分割数にかかわらずほぼ同様の値をとっている。1点荷重の数値実験から得られた確率分布は、他と比べて平均強度もばらつきも大きな確率分布であったことによるものと考えられる。

(2) 各確率分布関数についての比較

曲げ強度比において実験結果と最も近い値を示した各分割数(モルタル:15分割,コンクリート:36分割)について、各確率分布との比較を行う。モルタルおよびコンクリートともに曲げ強度比は精度良く推定出来ていることが図-7からわかる。特に強度分布Aおよび強度分布Cは5%以内の推定結果が得られている。変動係数比についての比較を図-8に示す。全体的に精度はよくないものの強度分布Cが他に比べて最も良い結果を示しており、特にコンクリートにおいて顕著な傾向を示している。供試体の差異による寸法効果および、粗骨材の有無による界面の問題が一因として考えられる。

(3) フライアッシュの有無による比較

フライアッシュの置換率と強度との関係は、数多く研究されており、小山ら¹⁵⁾は石炭灰およびセメント使用量と圧縮強度との関係を等ポテンシャルラインにより示している。本研究は、舗装用コンクリートを対象としているため、曲げ強度のばらつきに着目してフライアッシュの置換率による曲げ強度の推定を試みようとした。しかし材齢28日の曲げ強度において、フライアッシュの有無によるばらつきの差を示さなかつ

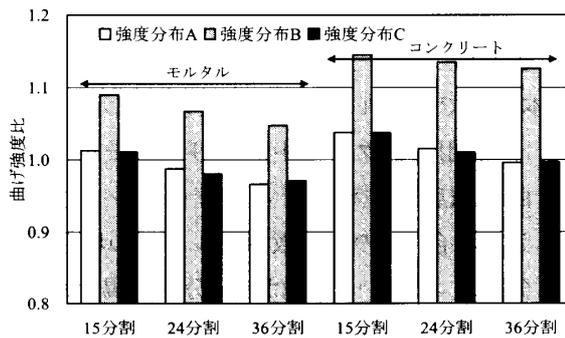


図-5 曲げ強度比による分割数の比較 (F30)

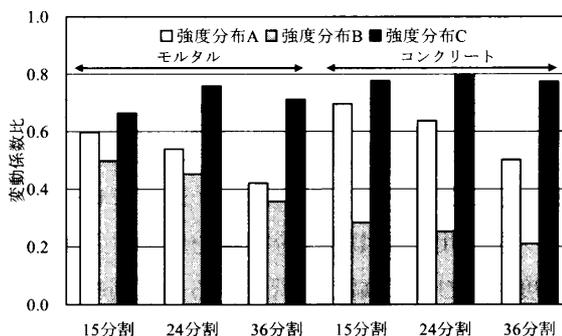


図-6 変動係数比による分割数の比較 (F30)

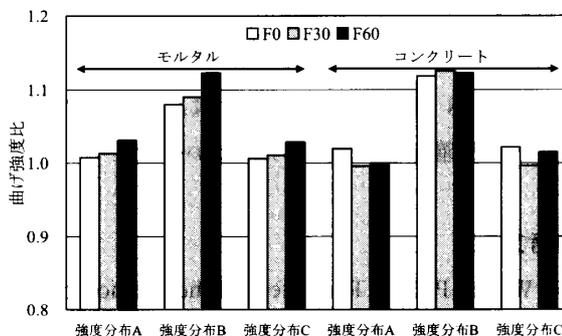


図-7 曲げ強度比による分布関数の比較

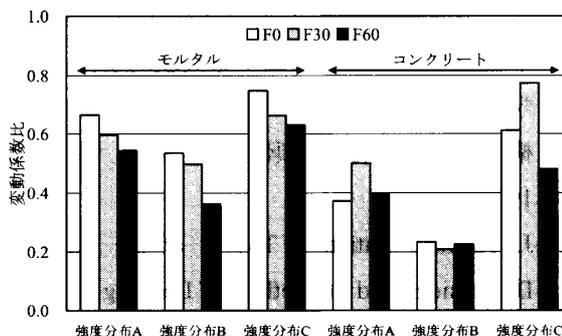


図-8 変動係数比による分布関数の比較

た。

4. まとめ

本研究で得られた主な結論を以下に示す。

- (1) 舗装用コンクリートおよびそのモルタルの曲げ強度の確率モデルに直列リンクを適用した場合、その分割数はモルタルの場合は15分割、コンクリートは36分割の場合が実験結果に比べて最もよい推定結果であった。これは、コンクリートに比べてモルタルの方が粗骨材による影響が無いために、より少ない分割数で推定できたものと考えられる。
- (2) 本研究のシミュレーション方法では、強度の推定は良い精度が得られるが、ばらつきに関しては必ずしも良い精度とはならなかった。
- (3) 直列モデルにモンテカルロシミュレーションを適用した場合、分割数を増やすと平均強度および標準偏差は低下する。直列モデルは低強度要素により破壊強度が決定されるため、分割数の増加により最大曲げモーメントが作用する区間に低強度要素が多く入ることとなるためである。
- (4) フライアッシュ置換率が異なるコンクリートの28日強度のばらつきは、本研究の実験では明確な差は認められなかった。

参考文献

- 1) Wright P.J.F. : The Effect of the Method of Test on the Flexural Strength of concrete, Mag. of Concrete Research, No.11, 1952
- 2) 扇 正典, 松尾栄治, 浜田純夫, 斉藤 直 : ノーサンドフライアッシュ転圧コンクリートの配合設計方法に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.718/V-57, pp.19-31, 2001.11
- 3) 構造物の安全性・信頼性, 土木学会, pp.12-22, 1976
- 4) J. Tucker : Statistical Theory of the Effect of Dimensions and of Method of Loading upon the Modulus of Rupture of Beams, Proc. of ASTM, Vol.41, pp.1072-1088, 1941
- 5) M. Hori : Statistical Aspects of Fracture in Concrete, I, Jour. of Phys. Soc. Japan, Vol.14, No.10, pp.1444-1452, 1959.10
- 6) フライアッシュを用いたコンクリートの施工指針(案), 土木学会
- 7) 森濱和正, 高橋弘人 : 種々のフレッシュコンクリートの品質判定法に関する比較実験, コンクリート工学年次論文集, Vol.11, No.1, pp.159-164, 1989
- 8) 阪田憲次, 木山英郎, 西林新蔵 : 統計的処理によるコンクリートの疲労寿命に関する研究, 土木学会論文集, Vol.198, pp.107-114, 1972.2
- 9) 和泉正哲, 三橋博三 : 確率過程理論に基づいたコンクリートの破壊理論 PartI, 日本建築学会論文報告集, No.287, pp.1-13, 1980.1
- 10) 永松静也 : モルタルコンクリートの曲げ及び圧縮強度の確率分布について, 日本建築学会論文報告集, No.223, pp.1-8, 1972.8
- 11) 大岸佐吉, 小野博宣, 高津学, 武田祥志 : セメントモルタルの曲げ強度の確率論的考察, コンクリート工学年次論文集, Vol.7, No.1, pp.269-272, 1985
- 12) 谷川恭雄, 山田和夫 : セメントペースト, モルタルおよびコンクリート強度の確率分布について, セメント技術年報, XXXII, pp.221-224, 1978
- 13) 小出英夫, 外門正直 : コンクリート梁の曲げ耐力における部材長寸法効果, コンクリート工学年次論文集, Vol.19, No.1, pp.559-564, 1997
- 14) 六郷恵哲, 白井伸明, 内田祐市 : コンクリートの破壊の数値解析の現状と課題, コンクリート工学, Vol.32, No.12, pp.5-14, 1994.12
- 15) 小山智幸, 松藤泰典, 仲田康司, 伊藤是清 : 石炭灰を大量使用したコンクリートの強度・中性化特性, コンクリート工学年次論文集, Vol.22, No.2, pp.97-102, 2000